Mathématiques 2231

Programme d'études 2018

Ministère de l'Éducation

Terre-Neuve et Labrador

Programme d'études 2018

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements iii

Introduction 1
- Objet du présent document 1
- Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques 1
- Domaine affectif 2
- Des buts pour les élèves 2

Cadre conceptuel des mathématiques 10-12 3
- Les processus mathématiques 3
- La nature des mathématiques 7
- Résultats d'apprentissage transdisciplinaires 10
- Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement 11
- Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année 12
- Sommaire 12

Mesure et évaluation 13
- Stratégies d'évaluation 15

Orientation pédagogique 17
- Planification de l'enseignement 17
- Séquence d'enseignement 17
- Temps d'enseignement par module 17
- Ressources 17

Résultats d'apprentissage généraux et spécifiques 18

Résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement
- Module 1 - Raisonnements inductif et déductif 19
- Module 2 - Projet de recherche 51
- Module 3 - Propriétés des angles et des triangles 67
- Module 4 - Trigonométrie dans le triangle acutangle 99
- Module 5 - Radicaux 117
- Module 6 - Raisonnement statistique 149
- Module 7 - Fonctions quadratiques 179
- Module 8 - Équations quadratiques 207
- Module 9 - Raisonnement proportionnel 225

Annexe A -
- Liste des résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement 247

Réferences 257

REMERCIEMENTS

Le ministère de l'Éducation tient à remercier le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), pour sa collaboration. Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9* (mai 2006) et le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* (janvier 2008) ont été reproduits ou adaptés sous autorisation. Tous droits réservés.

Ce document est une traduction et une adaptation du document *Academic Mathematics 2201, Department of Education - Curriculum Guide, 2016.*

Le ministère de l'Éducation désire aussi remercier le bureau des services en français qui a fourni les services de traduction ainsi que le Programme des langues officielles en éducation du Patrimoine canadien qui a fourni de l'aide financière à la réalisation de ce projet.

Enfin, nous remercions le comité du programme provincial de mathématiques 11e année, ainsi que les enseignants et les conseillers pédagogiques qui ont contribué à l'élaboration de ce programme d'études.

Tous les efforts ont été déployés pour reconnaître les diverses sources ayant contribué à la rédaction du présent document.

À NOTER : Dans le présent document, le masculin est utilisé à titre épicène.

INTRODUCTION

Objet du présent document

Le programme d'études présente des attentes élevées pour les élèves.

Les programmes d'études de mathématiques de la province de Terre-Neuve-et-Labrador ont été établis à partir du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, *Protocole de l'Ouest et du Nord canadien*, janvier 2008. Ces programmes incorporent le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année, ainsi que les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les indicateurs de rendement établis dans le cadre commun des programmes d'études. Ils incluent aussi des stratégies d'enseignement et d'apprentissage, des suggestions de stratégies d'évaluation et font la correspondance entre le programme et la ressource autorisée et le matériel recommandé.

Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques

La compréhension mathématique se construit à partir des expériences personnelles et des connaissances antérieures de chacun des élèves.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu et d'acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens entre ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent quand ils peuvent attribuer une signification à ce qu'ils font; et chacun d'entre eux doit construire son propre sens des mathématiques. C'est en allant du plus simple au plus complexe ou du plus concret au plus abstrait que les élèves ont le plus de possibilités de développer leur compréhension des mathématiques. Il existe de nombreuses approches pédagogiques destinées aux enseignants qui ont à composer avec les multiples modes d'apprentissage de leurs élèves ainsi qu'avec leurs stades de développement respectifs. Ces approches concourent au développement de concepts mathématiques valides et transférables: quels que soient leurs niveaux, tous les élèves bénéficieront d'un enseignement appuyé par une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour développer leurs conceptions personnelles des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. La discussion entre élèves peut engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Le milieu d'apprentissage offert aux élèves devrait encourager et respecter leur vécu et tous leurs modes de pensée, quels qu'ils soient. Ainsi, tout élève devrait se sentir en mesure de prendre des risques intellectuels en posant des questions et en formulant des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes est essentielle au développement de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et d'arriver à diverses solutions.

Domaine affectif

Sur le plan affectif, il est important que les élèves développent une attitude positive envers les matières qui leur sont enseignées, car cela aura un effet profond et marquant sur l'ensemble de leurs apprentissages. Les environnements qui offrent des chances de succès et favorisent le sentiment d'appartenance ainsi que la prise de risques contribuent au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en eux-mêmes. Les élèves qui feront preuve d'une attitude positive envers les mathématiques seront vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer à des activités, à persévérer pour que leurs problèmes ne demeurent pas irrésolus, et à s'engager dans des pratiques réflexives.

Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer lorsqu'ils s'efforcent de les réaliser.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent comprendre la relation qui existe entre les domaines affectif et intellectuel; et ils doivent s'efforcer de miser sur les aspects affectifs de l'apprentissage qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils s'efforcent de réaliser ces objectifs.

L'aspiration au succès, à l'autonomie et au sens des responsabilités englobe plusieurs processus à plus ou moins long terme, et elle implique des retours réguliers sur les objectifs personnels fixés et sur l'évaluation de ces mêmes objectifs.

Des buts pour les élèves

Dans l'enseignement des mathématiques, les principaux buts sont de préparer les élèves à :

L'enseignement des mathématiques doit préparer les élèves à utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes.

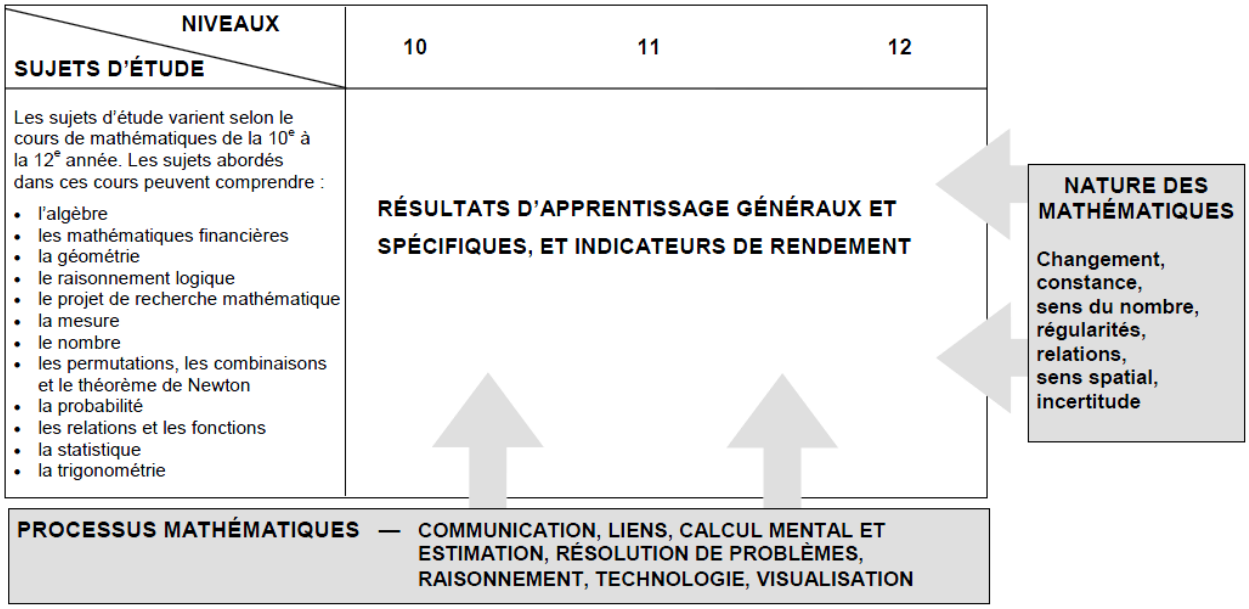
- utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et son utilisation;
- s'engager dans un processus d'apprentissage pour le reste de leur vie;
- devenir des adultes compétents en mathématiques, et mettre à profit leur compétence en mathématiques afin de contribuer à la société.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques en tant que science, philosophie et art;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre des travaux et des projets de mathématiques, et persévérer à les compléter;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques lorsqu'ils font des travaux de mathématiques;
- faire preuve de curiosité.

CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le diagramme ci-dessous montre l'influence des processus mathématiques ainsi que de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.



Les processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d'atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

Les élèves devraient :

- communiquer pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension;
- établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- démontrer une habileté en calcul mental et en estimation;
- développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer pour résoudre des problèmes;
- développer le raisonnement mathématique;
- choisir et utiliser des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes;
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

Le programme d'études incorpore ces sept processus mathématiques intimement liés, qui ont pour but d'infuser l'enseignement et l'apprentissage.

- *Communication [C]*
- *Liens [L]*
- *Calcul mental et estimation [CE]*
- *Résolution de problème [RP]*
- *Raisonnement [R]*
- *Technologie [T]*
- *Visualisation [V]*

La communication [C]

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés.

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Cela favorise chez eux la création de liens entre leur propre langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les liens [L]

En établissant des liens, les élèves devraient commencer à trouver les mathématiques utiles et pertinentes.

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Cela peut être particulièrement vrai pour les apprenants des Premières nations, des Métis et des Inuits. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à croire que les mathématiques sont utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : *« Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs. »* (Caine and Caine, 1991, p. 5 [traduction])

Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont des éléments fondamentaux du sens des nombres.

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens des nombres. C'est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoires externes.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans crayon ni papier. Il améliore la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin – plus que jamais – en estimation et en calcul mental. » (NCTM, mai 2005)

Les élèves compétents en calcul mental *« sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de multiples façons de résoudre des problèmes. »* (Rubenstein, 2001)

Le calcul mental *« est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse. »* (Hope, 1988)

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents), ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations ainsi que quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes.

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « *Comment devriez-vous...*? » ou « *Comment pourriez-vous...*? », le processus de résolution de problème est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour que cette activité en soit une de résolution de problème, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. L'observation de problèmes en cours de formulation ou de résolution peut encourager les élèves à explorer plusieurs solutions possibles. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à donner un sens aux mathématiques et à penser logiquement.

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité devant les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices au raisonnement inductif et déductif. Les élèves expérimentent le raisonnement inductif lorsqu'ils observent et notent des résultats, analysent leurs observations, font des généralisations à partir de régularités et testent ces généralisations. Quant au raisonnement déductif, il intervient lorsque les élèves arrivent à de nouvelles conclusions fondées sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d'utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de calculatrices et d'ordinateurs, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des opérations de base et tester des propriétés;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- créer des régularités géométriques;
- simuler des situations;
- développer leur sens des nombres.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques et ce, à tous les niveaux.

Visualisation [V]

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial* » (Armstrong, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens des nombres, du sens de l'espace et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

« *Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation.* » (Shaw et Cliatt, 1989 [Traduction])

La nature des mathématiques

- *Changement*
- *Constance*
- *Sens des nombres*
- *Régularités*
- *Relations*
- *Sens de l'espace*
- *Incertitude*

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d'un bout à l'autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens des nombres, les régularités, les relations, le sens de l'espace et l'incertitude.

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

Le changement

Le changement constitue l'une des propriétés fondamentales des mathématiques et de l'apprentissage des mathématiques.

« *En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :*

- *le nombre de perles d'une certaine couleur dans chaque rangée d'un motif*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire avec un domaine discret.* »

(Steen, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

« *La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires, et de symétrie.* » (AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

La constance peut-être décrite en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie.

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, constants), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :

- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

Le sens du nombre

« *Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie.* » (Le ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146 [Traduction])

Le sens du nombre est la compétence la plus fondamentale de la numératie.

Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maîtrise des faits facilite les calculs plus complexes mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre.

Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, le développement du sens du nombre chez les élèves peut résulter de l'exécution de tâches mathématiques complexes où il leur est possible d'établir des liens.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques.

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines.

C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui endécoule.

Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers.

C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Les relations

Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations.

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures et des objets fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Le sens spatial

Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique et d'y réfléchir.

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques.

Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir.

Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex: en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

En mathématiques, l'interprétation de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de fiabilité.

L'incertitude est inhérente à toute formulation d'une prédiction.

Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude.

La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité.

La chance réfère à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Résultats d'apprentissage transdisciplinaires

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont des énoncés précisant les connaissances, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent avoir acquises à la fin du secondaire. Les apprentissages confirment la nécessité pour les élèves d'établir des liens entre les disciplines, d'acquérir des habiletés qui dépassent les limites des disciplines et d'être prêts à faire face aux possibilités, aux responsabilités et aux exigences changeantes de la vie après leurs études. Les provinces peuvent ajouter des savoirs essentiels, selon le cas. Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont les suivants :

Expression artistique

Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.

Civisme

Les finissants seront en mesure d'apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale.

Communication

Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire une langue (ou plus d'une), d'utiliser des concepts et des symboles mathématiques et scientifiques afin de penser logiquement, d'apprendre et de communiquer efficacement.

Développement personnel

Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.

Résolution de problèmes

Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés à la langue, aux mathématiques et aux sciences.

Compétences technologiques

Les finissants seront en mesure d'utiliser diverses technologies, de faire preuve d'une compréhension des applications technologiques et d'appliquer les technologies appropriées à la résolution de problèmes.

Développement spirituel et moral

Les finissants sauront comprendre et apprécier le rôle des systèmes de croyances dans le façonnement des valeurs morales et du sens éthique.

Langue et cultures françaises

(Ce résultat ne s'applique qu'aux élèves du programme de Français langue première).

Les finissants seront conscients de l'importance et de la particularité de la contribution des Acadiens et des francophones à la société canadienne. Ils reconnaîtront leur langue et leur culture comme base de leur identité et de leur appartenance à une société dynamique, productive et démocratique dans le respect des valeurs culturelles des autres.

- *accéder à l'information en français provenant de divers médias et de la traiter.*
- *faire valoir leurs droits et d'assumer leurs responsabilités en tant que francophones.*

Veuillez consulter le document *Foundations for the Atlantic Canada Mathematics Curriculum*, pages 4-6.
Le programme de mathématiques vise à aider les élèves à atteindre les résultats d'apprentissage transdisciplinaires (RAT). Les énoncés relatifs à la communication, la résolution des problèmes et les compétences technologiques sont particulièrement pertinents aux processus mathématiques.

Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement

Les éléments du *programme d'études* sont formulés en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'indicateurs de rendement.

Résultats d'apprentissage généraux

Les résultats d'apprentissage généraux sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque cours.

Dans ce document, l'expression « y compris » indique que tout élément qui suit est une partie intégrante du résultat d'apprentissage.
L'expression « tel que » indique que tout ce qui suit a été inclus à des fins d'illustration ou de clarification et ne constitue pas un élément essentiel pour atteindre le résultat d'apprentissage.

Indicateurs de rendement

Les indicateurs de rendement fournissent un exemple représentatif de la profondeur, de l'étendue et des attentes d'un résultat d'apprentissage. Les indicateurs de rendement ne comprennent ni pédagogie ni contexte.

Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année

Filières	1er cours	2e cours	3e cours	4e cours
Avancée	Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230	Mathématiques 3238
Académique		Mathématiques 2231	Mathématiques 3231	
Appliquée	Mathématiques 1232	Mathématiques 2232	Mathématiques 3232	

Le programme de mathématiques appliquées vise à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été ciblées pour l'admission à la majorité des programmes des écoles de métiers et pour l'entrée directe sur le marché du travail.

Les programmes général et avancé visent à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique nécessaires à l'entrée dans des programmes d'études postsecondaires. Les élèves qui réussissent le programme avancé seront mieux préparés pour les programmes qui comprennent des cours de calcul infinitésimal.

Les programmes visent à rendre les élèves capables d'établir des liens entre les mathématiques et leurs applications et à en faire des adultes qui soient aptes à calculer et à contribuer à la société par les mathématiques.

Sommaire

Le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année (p. 3) décrit la nature des mathématiques, les processus mathématiques et les concepts mathématiques qui seront abordés. Les composantes ne doivent pas être prises isolément. Les activités réalisées dans les cours de mathématiques doivent être fondées sur une approche de résolution de problèmes et des processus mathématiques qui amèneront les élèves à comprendre la nature des mathématiques par l'acquisition de connaissances, de compétences et d'attitudes précises dans un cadre interdisciplinaire.

MESURE ET ÉVALUATION

Buts de l'évaluation

L'apprentissage qui est mesuré et évalué, la façon de le mesurer et de l'évaluer et la façon dont les résultats sont communiqués envoient un message clair aux élèves et aux autres personnes concernées sur ce qui est véritablement valorisé.

Des techniques de *mesure* sont utilisées pour recueillir l'information qui servira à l'évaluation. Cette information aide les enseignants à définir les forces et les besoins des élèves dans leur apprentissage des mathématiques et oriente les approches pédagogiques.

L'enseignant est encouragé à faire preuve de souplesse lorsqu'il mesure les résultats en matière d'apprentissage des élèves, et à chercher différentes façons de permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leur savoir-faire.

L'*évaluation* consiste à mettre en balance l'information relative à la mesure et les critères, afin d'évaluer ou de porter un jugement sur les résultats de l'élève.

L'évaluation a trois fonctions interdépendantes :

- l'évaluation *au service de* l'apprentissage a pour but d'orienter l'enseignement et d'y contribuer;
- l'évaluation *en tant qu'*apprentissage a pour but d'inciter les élèves à procéder à une autoévaluation et à établir des objectifs pour leur propre apprentissage;
- l'évaluation *de* l'apprentissage a pour but de porter un jugement sur le rendement de l'élève en lien avec les résultats d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage

L'évaluation *au service de* l'apprentissage exige des évaluations fréquentes et interactives conçues pour faire en sorte que la compréhension de l'élève soit évidente. Ceci permettra à l'enseignant de cerner les besoins en matière d'apprentissage et d'adapter son enseignement en conséquence. Il s'agit d'un processus continu d'enseignement et d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage :

- exige la collecte de données à l'aide de toute une gamme d'évaluations qui servent d'outils d'enquête pour en savoir le plus possible sur ce que l'élève sait;
- offre une rétroaction descriptive, précise et constructive aux élèves et aux parents en ce qui a trait au stade suivant d'apprentissage;
- fait participer activement les élèves à leur propre apprentissage du fait qu'ils s'autoévaluent et comprennent comment améliorer leur rendement.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage pousse l'élève à réfléchir activement à son propre apprentissage et à suivre ses propres progrès. Elle se concentre sur le rôle de l'élève comme lien essentiel entre l'évaluation et l'apprentissage, et développe et favorise du même coup la métacognition chez les élèves.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage :

- soutient les élèves par l'analyse critique de leurs connaissances en fonction des résultats d'apprentissage;
- incite les élèves à envisager des moyens de bonifier leur apprentissage;
- permet aux élèves d'utiliser l'information recueillie pour adapter leurs processus d'apprentissage et découvrir de nouvelles perspectives.

L'évaluation *de* l'apprentissage

L'évaluation *de* l'apprentissage fait intervenir des stratégies visant à confirmer ce que les élèves savent, à déterminer s'ils ont atteint les résultats d'apprentissage ou à vérifier les compétences des élèves et à prendre des décisions concernant leurs besoins futurs en matière d'apprentissage. L'évaluation *de* l'apprentissage a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage qui contribue directement aux résultats qui seront présentés.

Habituellement, l'enseignant se fie à ce type d'évaluation pour porter un jugement sur le rendement de l'élève; il mesure l'apprentissage après le fait, puis en rend compte aux autres.

Toutefois, l'utilisation de l'évaluation *de* l'apprentissage de concert avec les autres processus d'évaluation décrits précédemment a pour effet de renforcer ce type d'évaluation.

L'évaluation *de* l'apprentissage :

- offre l'occasion de rendre compte aux parents (ou tuteurs) et aux autres intervenants des réalisations de l'élève à ce jour en lien avec les résultats d'apprentissage;
- confirme les connaissances et le savoir faire de l'élève;
- a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage, au moyen d'outils variés.

Comme les conséquences de l'évaluation *de* l'apprentissage sont souvent très importantes, il incombe à l'enseignant de faire un compte rendu juste et équitable de l'apprentissage de chacun des élèves, en s'inspirant des renseignements tirés de toute une gamme de contextes et d'applications.

Stratégies d'évaluation

Les techniques de mesure doivent être adaptées au style d'apprentissage et d'enseignement utilisé. Les enseignants peuvent choisir parmi les nombreuses options proposées dans le présent guide en fonction des résultats d'apprentissage, de la classe et des politiques de l'école et du district scolaire.

Observations (formelles ou informelles)

Cette technique permet de recueillir de l'information assez rapidement pendant le déroulement de la leçon. Dans le cas des observations formelles, les élèves doivent être informés de l'observation et des critères utilisés. L'observation informelle peut prendre la forme d'une vérification fréquente, mais brève, en fonction de critères bien précis. L'observation peut fournir de l'information sur le niveau de participation d'un élève dans le cadre d'une tâche spécifique, de l'utilisation d'un appareil ou l'application d'un processus. Pour consigner les résultats, on peut utiliser une liste de contrôle, une échelle d'évaluation ou de brèves notes écrites. Une bonne planification est nécessaire pour définir les critères précis, préparer les relevés et veiller à ce que tous les élèves soient observés à l'intérieur d'une période raisonnable.

Performance

Ce programme d'études favorise l'apprentissage par la participation active. De nombreux résultats d'apprentissage du programme vise le développement des habiletés et leur application. Pour amener l'élève à comprendre l'importance du développement des habiletés, la mesure doit offrir une rétroaction sur les diverses habiletés. Il peut s'agir, par exemples, de la façon d'utiliser le matériel de manipulation, de la capacité d'interpréter et de suivre des instructions ou de chercher, d'organiser et de présenter de l'information. L'évaluation des performances se fait le plus souvent par l'observation du processus.

Papier et crayon

Cette technique peut être formative ou sommative. Peu importe le type d'évaluation, l'élève doit connaître les attentes associées à l'exercice et comment il sera évalué. Des travaux écrits et des tests peuvent être utilisés pour évaluer les connaissances, la compréhension et l'application des concepts. Ces techniques sont toutefois moins appropriées pour l'évaluation des processus et des attitudes. Le but de l'évaluation devrait déterminer la technique d'évaluation utilisée.

Journal

Le journal d'apprentissage permet à l'élève d'exprimer des pensées et des idées dans le cadre d'une réflexion. En inscrivant ses sentiments, sa perception de la réussite et ses réactions face à de nouveaux concepts, l'élève peut être amené à identifier le style d'apprentissage qui lui convient le mieux. Savoir comment apprendre de façon efficace constitue une information très utile. Les inscriptions au journal fournissent également des indicateurs sur les attitudes développées face aux concepts, aux processus et aux habiletés scientifiques, et sur leur application dans la société. L'auto-évaluation, par le biais d'un journal d'apprentissage, permet à l'élève d'examiner ses forces et ses faiblesses, ses attitudes, ses intérêts et de nouvelles idées. Le développement de ces habitudes aidera l'élève dans ses futurs choix académiques et professionnels.

Entrevue

Le présent programme d'études encourage la compréhention et l'application des concepts mathématiques. En interviewant un élève, l'enseignant peut confirmer que l'apprentissage va au-delà de la mémorisation des faits. La discussion permet également à l'élève de démontrer sa capacité d'utiliser l'information et de préciser sa compréhension. L'entrevue peut prendre la forme d'une courte discussion entre l'enseignant et l'élève ou elle peut être plus exhaustive et inclure l'élève, un parent et l'enseignant. Ces entretiens permettent à l'élève d'afficher ses savoirs de façon proactive. Les élèves doivent être informés des critères qui seront utilisés lors des entrevues formelles. Cette technique de mesure donne une chance aux élèves qui s'expriment mieux verbalement que par écrit.

Présentation

Ce programme d'études comprend des résultats d'apprentissage qui demandent que les élèves soient capables d'analyser et d'interpréter de l'information, de travailler en équipe et de communiquer de l'information. Les présentations constituent la meilleure façon de démontrer et d'évaluer ces résultats. Les présentations peuvent être présentées oralement, par écrit ou en images, sous forme de résumé de projet ou par voie électronique (vidéo, présentation sur ordinateur). Peu importe le degré de complexité ou le format utilisé, l'évaluation doit être fondée sur les résultats d'apprentissage. Ceux-ci précisent le processus, les concepts et le contexte pour lesquels et à propos desquels la présentation est réalisée.

Portfolio

Les portfolios permettent de mesurer les progrès de l'élève par rapport aux résultats d'apprentissage sur une plus longue période de temps. Ils permettent à l'élève d'être au cœur du processus d'apprentissage. Certaines décisions au sujet du portfolio et de son contenu peuvent être confiées à l'élève. Que contient le portfolio, quels sont les critères de sélection, comment le portfolio est utilisé, comment et où il est rangé et comment il est évalué sont autant de questions dont il faut tenir compte lorsqu'on planifie de réunir et d'afficher les travaux des élèves de cette façon. Le portfolio devrait fournir un compte-rendu à long terme du développement de l'apprentissage et des habiletés. Ce dossier est important pour la réflexion individuelle et l'auto-évaluation mais il est aussi important de le partager avec d'autres. Tous les élèves, spécialement les plus jeunes, sont emballés à la perspective d'examiner un portfolio et de constater le développement au fil du temps.

ORIENTATION PÉDAGOGIQUE

Planification de l'enseignement

Les remarques ci-dessous devraient être prises en compte lors de la planification de l'enseignement:

- Les processus mathématiques doivent être intégrés dans chacun des sujets à l'étude.
- En réduisant la grandeur des nombres utilisés dans les calculs écrits et en mettant moins l'accent sur la mémorisation de calculs ou la pratique répétitive de l'arithmétique, l'enseignant pourra consacrer plus de temps à l'enseignement de concepts.
- La résolution de problèmes, le raisonnement et l'établissement de liens jouent un rôle crucial dans la croissance de la pensée mathématique.
- Il doit y avoir un équilibre entre le calcul mental et l'estimation, les calculs écrits et l'utilisation de la technologie. Les concepts devraient être présentés aux élèves à l'aide de matériel de manipulation, puis passer graduellement du concret à l'image et au symbole.
- Les élèves apportent à l'école de la diversité en ce qui concerne les styles d'apprentissage et les milieux culturels. Ils sont également à des stades de développement différents.

Séquence d'enseignement

Le programme d'études de Mathématiques académiques 1231 est organisé en modules. Il s'agit uniquement d'un ordre suggéré pour le cours. Il existe diverses combinaisons de séquences qui peuvent convenir à l'enseignement de ce cours.

Chaque double page indique le domaine, le résultat général et le résultat spécifique. À noter que ce cours pourrait aussi être enseigné par domaine.

Temps d'enseignement par module

Le nombre de semaines d'enseignement par module est indiqué sur la première page de chaque module. Le nombre d'heures suggéré inclut le temps consacré aux activités d'évaluation, de révision et d'évaluation. Les durées suggérées au début de chaque module existent pour aider l'enseignant dans sa planification. Il n'est pas obligatoire de suivre ces durées. Cependant, pendant l'année scolaire l'enseignement de tous les résultats d'apprentissage est obligatoire et une planification à long terme est conseillée. L'enseignement des résultats d'apprentissage a lieu au cours de l'année et l'enseignant peut revoir les résultats d'apprentissage au besoin.

Ressources

La ressource sélectionnée par la province Terre-Neuve-et-Labrador pour les élèves et les enseignants est *Principes mathématiques 11 (Modulo 2011)*, qui constitue pour les écoles et les enseignants la ressource principale. C'est pour cette raison que la quatrième colonne du programme d'études fait référence à la ressource *Principes mathématiques 11*.

Les enseignants peuvent utiliser d'autres ressources ou combinaison de ressources pour obtenir les résultats spécifiques visés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES

RÉSULTATS GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES AVEC INDICATEURS DE RENDEMENT (pages 19 à 246)

Cette section présente les résultats généraux et spécifiques avec les indicateurs de rendement correspondants; elle est organisée par module. La liste d'indicateurs contenue dans cette section ne se veut pas exhaustive. Elle a plutôt pour but de fournir aux enseignants des exemples de preuve de compréhension qui peuvent être utilisés pour déterminer si les élèves ont atteint, ou non, un résultat d'apprentissage spécifique donné. Les enseignants peuvent utiliser autant d'indicateurs de rendement qu'ils le désirent ou ajouter d'autres indicateurs comme preuve de l'apprentissage recherché. Les indicateurs de rendement devraient aussi aider les enseignants à se former une image claire de l'intention et de la portée de chacun des résultats d'apprentissage spécifiques.

Le cours de Mathématiques académiques 2231 est organisé en sept modules:

- *Raisonnements inductif et déductif*
- *Projet de recherche*
- *Propriétés des angles et des triangles*
- *Trigonométrie dans le triangle acutangle*
- *Radicaux*
- *Raisonnement statistique*
- *Fonctions quadratiques*
- *Équations quadratiques*
- *Raisonnement proportionnel*

Raisonnements inductif et déductif

Durée suggérée : 10 heures

Aperçu du module

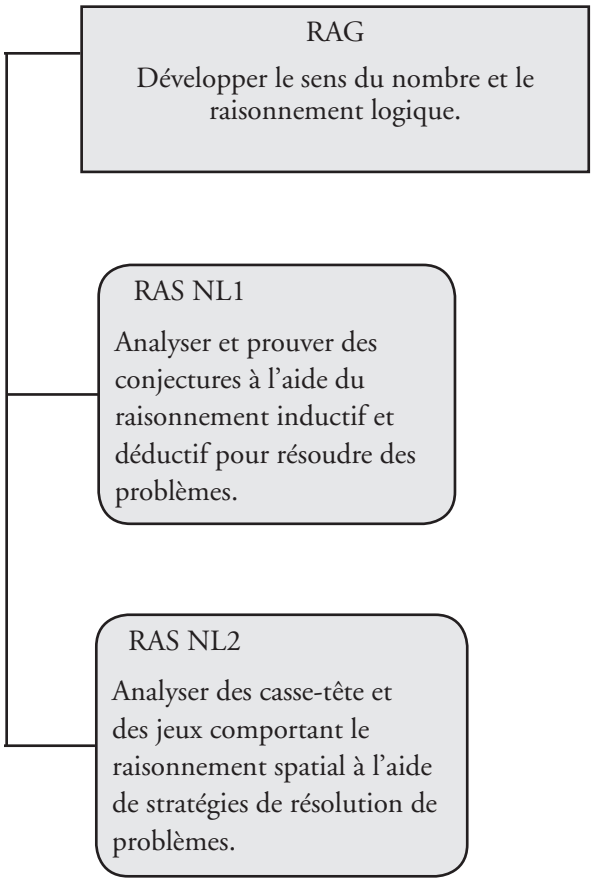
Orientation et contexte

Le raisonnement inductif est une partie fondamentale des mathématiques. Par exemple, un scientifique aura recours au raisonnement inductif pour formuler une hypothèse fondée sur une régularité des résultats expérimentaux. Dans le présent module, les élèves auront recours au raisonnement inductif pour faire une généralisation ou une conjecture fondée sur un nombre limité d'observations ou d'exemples. Ils vont établir le concept selon lequel les conjectures sont valides tant qu'on n'arrive pas à trouver de contre-exemple. Le cas échéant, la conjecture est révisée ou une nouvelle conjecture est développée.

Les élèves prouveront alors leurs conjectures en recourant au raisonnement déductif. Dans le raisonnement déductif, on part d'un fait connu pour arriver à une conclusion spécifique à partir de cette généralisation.

Les élèves examineront également divers problèmes, données, casse-tête et jeux pour y développer leurs habiletés de raisonnement. Ils détermineront, expliqueront et vérifieront une stratégie de raisonnement pour résoudre un casse-tête ou gagner un jeu.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
	Nombre et logique	Raisonnement logique
	NL1 Analyser et prouver des conjectures à l'aide du raisonnement inductif et déductif pour résoudre des problèmes. [C, L, R, RP] NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Analyser et prouver des conjectures à l'aide du raisonnement inductif et déductif pour résoudre des problèmes.

[C, L, R, RP]

Indicateur de rendement

NL1.1 *Formuler des conjectures en observant des régularités et en identifiant des propriétés et justifier le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le raisonnement inductif est une forme de raisonnement dans lequel on tire une conclusion en se fondant sur une régularité qui se retrouve dans de nombreuses observations. Les prémisses rendent la conclusion probable, sans en garantir la vérité. Le raisonnement déductif est le processus consistant à présenter une conclusion fondée sur des faits déjà reconnus comme vrais. Les faits qui peuvent être utilisés pour prouver notre conclusion de manière déductive peuvent provenir de définitions, de propriétés, de lois ou de règles acceptées. La vérité des prémisses garantit la vérité de la conclusion.

Dans le présent module, les élèves examineront des situations, des données, des problèmes, des casse-tête et des jeux pour développer leurs habiletés de raisonnement. Ils formeront des conjectures en recourant au raisonnement inductif et prouveront leurs conjectures à l'aide du raisonnement déductif.

Une conjecture est une assertion vérifiable fondée sur des données disponibles mais qui n'a pas encore été démontrée. On pourrait présenter ce module aux élèves en procédant à l'analyse de situations réelles. Par exemple, prenez la photo ci-dessous et demandez aux élèves de fournir une explication quant aux événements qui ont pu se passer. À mesure que les élèves examineront cet exemple, ils constateront qu'ils ont déjà un peu d'expérience dans la formulation de conjectures. Ils tirent souvent des conclusions en observant des régularités et en identifiant des propriétés dans des exemples précis.

www.fema.gov/media-library/assets/images/66443

On devrait donner aux élèves l'occasion de formuler des conjectures à l'aide de stratégies diverses. Encouragez-les à faire des dessins ou des tableaux, à utiliser des instruments de mesure tels que des règles et des rapporteurs et/ou des logiciels de géométrie tels que le FX Draw[MD] ou le Geometer Sketchpad[MD]. Des programmes de géométrie dynamique de ce genre peuvent être utilisés pour construire des diagrammes précis d'objets géométriques. Dès que les élèves auront été exposés à ces programmes, on pourra se pencher sur des conjectures plus complexes qui, à leur tour, mèneront à d'intéressantes discussions en classe.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de travailler en groupes de trois. Le premier élève écrit un nombre ou trace une figure. Le suivant écrit un nombre ou trace une figure, commençant ainsi une régularité. Continuer jusqu'à ce que chaque élève du groupe ait contribué à la régularité. Puis demander au premier élève de trouver le 5e terme. Poursuivre cette activité jusqu'à ce que chaque élève ait été le premier du groupe.

  (NL1.1)

- Demander aux élèves de tracer un quadrilatère quelconque, de trouver le point médian de chaque côté et de relier les points. Demander aux élèves quel genre de quadrilatère on obtient. Ils doivent comparer leurs résultats à ceux de leurs camarades et formuler une conjecture selon leurs observations

  (NL1.1)

- Demander aux élèves d'utiliser le raisonnement inductif pour formuler une conjecture à partir de chacune des situations suivantes:

  (i) M. Baker portait une cravate noire les quatre derniers jours qu'il a neigé. Aujourd'hui il neige. Formulez une conjecture au sujet de la couleur de sa cravate.

  (ii) Étant donné la suite de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., formez une conjecture quant au 8e terme.

  (NL1.1)

Présentation

- Demander aux élèves de trouver une régularité dans une revue ou un journal et de la décrire en mots. Leur demander d'écrire une conjecture au sujet de la régularité et de présenter leur exemple à la classe.

  (NL1.1)

Journal

- Demander aux élèves de décrire des situations de leur quotidien où ils forment des conjectures.

  (NL1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.1 Formulation de conjectures: le raisonnement inductif

Manuel de l'élève (MÉ) : p. 6-15

Guide d'enseignement (GE) : p. 7-13

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

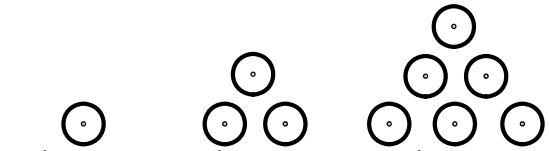
NL1.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Donnez aux élèves des exemples où ils peuvent appliquer les stratégies (diagramme, tableau, instrument de mesure, etc.) pour former une conjecture.

Prenons les exemples suivants:

- Quel serait le 6e diagramme dans cette suite de diagrammes ?

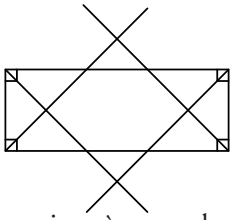


1er diagramme 2e diagramme 3e diagramme

- Le périmètre d'un rectangle mesure 12 cm. Formulez une conjecture au sujet de la surface du rectangle si la longueur des côtés est un nombre entier.
- Formez une conjecture quant au produit de deux nombres entiers consécutifs.

Donnez aux élèves des critères précis et encouragez-les à former leurs propres conjectures. Par exemple, donnez aux élèves l'occasion de choisir une catégorie de quadrilatères et demandez-leur de déterminer certaines propriétés des bissectrices d'angles ou des bissectrices perpendiculaires des côtés de ces figures. Les élèves ont appris les bissectrices d'angles en 7e année, mais il pourrait être nécessaire de revoir la terminologie. Voici un exemple des réponses qu'on peut formuler :

- Les bissectrices des angles d'un rectangle forment un carré.



- Dans un cerf-volant, le point où toutes les bissectrices des angles se rencontrent est le centre.
- Dans un trapèze, les deux bissectrices des angles à la base forment un triangle isocèle au point d'intersection.

On doit encourager les élèves à échanger leurs réponses avec leurs camarades, à discuter de ce qu'ils ont observé et à expliquer comment ils sont arrivés à leurs conjectures.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

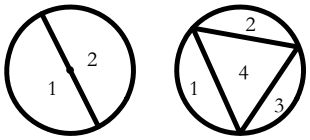
- Demander aux élèves d'utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture à partir de chacun des cas suivants :

  (i) À l'aide des données indiquées ci-dessous (*http://www.marees.gc.ca/*), décidez quel est le meilleur moment samedi pour aller ramasser des moules.

La Scie T-N-L Prédictions des marées pour 7 jours Heures et hauteurs des pleines et basses mers					
mercredi		jeudi		vendredi	
Heure	Hauteur (m)	Heure	Hauteur (m)	Heure	Hauteur (m)
00:59	0,1	01:36	0,0	02:16	0,0
07:24	1,3	08:05	1,4	08:47	1,4
13:39	0,0	14:21	0,0	15:02	0,0
19:47	1,2	20:32	1,2	21:21	1,1

(NL1.1)

  (ii) Des points sont placés sur la circonférence d'un cercle et reliés entre eux. Faites une prédiction quant au nombre de régions formées lorsqu'on utilise 6 points



(NL1.1)

  (iii) Complétez la conjecture, commencée ci-dessous, qui est valable pour toutes les équations.

3 + 7 = 10

11 + 5 = 16

9 + 13 = 22

7 + 11 = 18

Conjecture : La somme de deux nombres impairs est toujours... (NL1.1)

  (iv) Écrivez une conjecture concernant la combinaison de deux nombres à l'aide d'une opération mathématique. Donnez un certain nombre d'exemples qui appuient votre conjecture.

(NL1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.1 Formulation de conjectures : le raisonnement inductif

MÉ : p. 6-15

GE : p. 7-13

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateurs de rendement

NL1.1 *Suite*

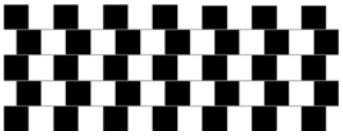
NL1.2 *Expliquer pourquoi le raisonnement inductif peut engendrer une conjecture fausse.*

NL1.3 *Déterminer si un argument donné est valide et justifier le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

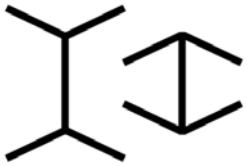
On devrait présenter aux élèves des situations où ils doivent former une conjecture et ensuite la vérifier ou l'infirmer. Pour ce, ils devront recueillir des données additionnelles, par exemple en prenant des mesures, en faisant des calculs ou en prolongeant des régularités, afin de déterminer si un argument donné est valide. Prenons les exemples suivants.

- Formez une conjecture sur les lignes suivantes :



  Au début, les élèves peuvent penser que les lignes sont obliques. En utilisant une règle pour approfondir leur conjecture, ils constateront qu'en réalité les lignes sont droites.

- Formez une conjecture sur la longueur des segments de droite.



  Dans cet exemple, les élèves peuvent former une conjecture selon laquelle le segment de gauche est plus long que celui de droite. S'ils utilisent une règle pour vérifier leur conjecture, ils découvriront que les deux segments sont en fait de la même longueur. Les élèves devraient alors réviser leur conjecture.

Les élèves devraient comprendre que parfois le raisonnement inductif peut mener à une fausse conjecture. Ils peuvent examiner des situations où, par exemple, la collecte de données additionnelles permet de réfuter la conjecture. Prenons l'exemple suivant :

- Une usine d'assemblage de voitures peut produire un maximum de 400 voitures par jour. Le technicien de la chaîne de production enregistre le nombre de voitures sortant de la chaîne de montage chaque heure. Le tableau suivant donne un relevé des observations du technicien :

Heures	1	2	3
Voitures	10	20	40

  Robert forme la conjecture que le nombre de voitures sortant de la chaîne de montage double à chaque heure. Cette conjecture est-elle valide? Expliquez.

Au début, les élèves peuvent penser que cette conjecture est valide mais, après un examen plus approfondi, ils arriveront à un nombre qui dépasserait la capacité de production de l'usine.

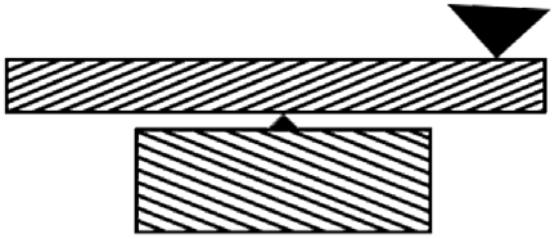
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

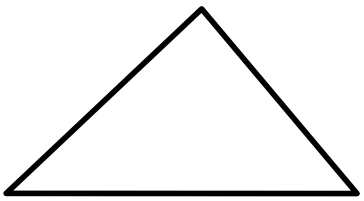
- Demander aux élèves de répondre aux énoncés suivants :

  (i) Susie présume que cette balance n'est pas à niveau. Êtes-vous d'accord ou en désaccord? Justifiez.



(NL1.1, NL1.3)

  (ii) Alphonsine forme la conjecture que le triangle ci-dessous est un triangle rectangle. Êtes-vous d'accord ou en désaccord? Expliquez.



(NL1.1, NL1.3)

- Demander à un élève de donner un exemple dans lequel un nombre limité d'observations pourraient mener à une fausse conjecture.

(NL1.2)

- Tim déjeune au restaurant Chez Aline trois samedis de suite. Il y a vu Wes chaque fois. Tim a dit à ses amis que Wes déjeune toujours au restaurant Chez Aline le samedi. Demandez aux élèves si cette affirmation est valide. Expliquez.

(NL1.2, NL1.3)

Présentation

- Montrez aux élèves une vidéo du jeune Sherlock Holmes pour illustrer le raisonnement inductif. Demandez aux élèves d'y trouver des exemples de raisonnement inductif.

(NL1.2, NL1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.2 Exploration de la validité des conjectures

MÉ: p. 16-17

GE: p. 14-16

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

NL1.4 *Fournir et expliquer un contre-exemple pour réfuter une conjecture donnée.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque les élèves forment une conjecture, ils essaient soit de prouver leur conjecture en présentant un argument valide soit de l'infirmer en trouvant un contre-exemple. Un seul contre-exemple suffit à infirmer une conjecture.

Pour présenter ce sujet, on pourrait demander aux élèves de trouver des contre-exemples pour les énoncés suivants :

(i) Toute pièce de mobilier ayant quatre pieds est une table.

(ii) Si un objet a une manette, c'est un robinet.

(iii) Si la pelouse est mouillée, il pleut.

(iv) Tous les élèves aiment le sport.

Les élèves continueront d'utiliser des stratégies, par exemple faire des dessins ou se servir d'instruments de mesure, lorsqu'ils cherchent un contre-exemple. Une fois un contre-exemple trouvé, les élèves devraient réviser leur conjecture pour y inclure les nouvelles données probantes.

Lorsque les élèves vérifient des conjectures comportant des nombres, ils peuvent ne pas être en mesure de trouver un contre-exemple étant donné qu'ils utilisent souvent le même genre de nombres. Par exemple, les élèves peuvent parfois prendre en compte uniquement des nombres naturels. On devrait les encourager à essayer d'autres type de nombres, par exemple les nombres entiers et les fractions, les nombres positifs, les nombres négatifs et zéro.

Il importe que les élèves comprennent que le fait de ne pas pouvoir trouver un contre exemple ne signifie nullement que la conjecture est prouvée.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de fournir un contre-exemple pour chacune des conjectures suivantes :

  (i) Si un nombre est divisible par 2, alors il est divisible par 4.

  (ii) Si $x + 4 > 0$, alors x est positif.

  (iii) Pour tous les nombres positifs n, $\frac{1}{n} \leq n$.

  (iv) Toutes les relations linéaires ont un point d'intersection avec l'axe des x

  (NL1.4)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Pour tous les nombres réels x, l'expression x^2 est supérieure ou égale à x. Êtes-vous d'accord? Justifiez votre réponse.

  (ii) Si $x > 0$, alors $\sqrt{x} < x$. Êtes-vous d'accord? Justifiez votre réponse.

  (NL1.4)

- Un mathématicien appelé Goldbach est célèbre pour avoir découvert une conjecture dont la vérité ou la fausseté n'est pas encore démontrée. Goldbach a formé la conjecture selon laquelle tout nombre pair supérieur à 2 peut être écrit comme la somme de deux nombres premiers. Par exemple, $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$ et $8 = 3 + 5$. Personne n'a jamais pu prouver la vérité de cette conjecture ni trouvé un contre-exemple pour montrer qu'elle est fausse, donc la conjecture reste telle quelle. Comme activité, les élèves peuvent dresser une liste de nombres premiers, au moins jusqu'à 100, et les utiliser pour tester la vérité de la conjecture pour les nombres pairs allant jusqu'à 100.

  (NL1.4)

Performance

- Demander aux élèves de participer à l'activité *Trouvez votre partenaire*. On remet à la moitié des élèves une carte portant une conjecture et à l'autre moitié une carte portant un contre-exemple. Les élèves doivent se déplacer dans la salle de classe afin d'apparier la conjecture et le bon contre-exemple. Ensuite, ils doivent présenter leurs résultats à la classe.

  (NL1.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.3 Recherche d'un contre-exemple de conjecture par raisonnement

MÉ : p. 18-26
GE : p. 17-23

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

NL1.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves pourraient faire des recherches sur les exemples suivants :

(i) Melissa a formé une conjecture sur le découpage de pizza. Elle a remarqué une régularité entre le nombre de pointes de pizza et le nombre de coupes effectuées dans la pizza.

Nombre de coupes	0	1	2
Nombre de pointes de pizza	1	2	4

Selon sa conjecture, le nombre de pointes de pizza double à chaque coupe. Êtes-vous d'accord ou en désaccord? Justifiez votre décision.

Pendant que l'enseignant observe les élèves au travail, il devrait leur poser des questions sur les facteurs à prendre en compte. Facilitez la discussion à l'aide des questions suivantes :

- Est-ce important de tenir compte de la façon dont la pizza est découpée?
- Les pointes de pizza doivent-elles être toutes identiques?

Voici un contre-exemple possible de ce cas :

(ii) Allison crée une série de rectangles ayant chacun des dimensions différentes.

Longueur (cm)	Largeur (cm)	Aire (cm^2)	Périmètre (cm)
5	4	20	18
10	3	30	26
6	6	36	24
8	3	24	22

Allison émet la conjecture selon laquelle l'aire d'un rectangle est toujours supérieure à son périmètre (en chiffres absolus). Êtes-vous d'accord avec cette conjecture? Justifiez votre raisonnement.

Un contre-exemple infirmant cette conjecture serait un rectangle mesurant 6 cm de long sur 1 cm de large. On aurait ainsi une aire de 6 cm^2 et un périmètre de 14 cm.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Remettre aux élèves des cartes portant une conjecture qui peut être infirmée à l'aide de contre-exemples et leur demander de faire l'activité « Quiz-Quiz-Trade ». L'élève 1 doit lire la conjecture inscrite sur la carte et l'élève 2 doit donner un contre-exemple pour infirmer l'énoncé. Lorsque les deux élèves ont infirmé les deux conjectures, ils échangent leurs cartes et se trouvent un nouveau partenaire. Voici quelques exemples de conjectures :

  (i) Si un nombre est divisible par 2, alors il est divisible par 4.

  (ii) Aucun triangle ne possède deux côtés ayant la même longueur.

  (iii) Tous les joueurs de basketball mesurent plus de six pieds.

  (iv) Si l'objet a un écran tactile, alors c'est un téléphone cellulaire.

  (NL1.4)

Portfolio

- Demandez aux élèves de faire une recherche sur une théorie scientifique ou mathématique qui a été réfutée à l'aide de contre-exemples. Demandez-leur d'expliquer la théorie et la preuve de sa fausseté. (Cette question pourrait faire partie d'un rapport de recherche pour ce cours.)

  (NL1.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.3 Recherche d'un contre-exemple de conjecture par raisonnement

MÉ: p. 18-26
GE: p. 17-23

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateurs de rendement

NL1.5 *Démontrer une conjecture à l'aide du raisonnement déductif (non limité aux démonstrations sur deux colonnes).*

NL1.6 *Démontrer des relations algébriques et numériques telles que les règles de divisibilité, les propriétés des nombres, des stratégies de calcul mental, ou des trucs algébriques impliquant des nombres.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le présent module, on présentera aux élèves des preuves géométriques en recourant au raisonnement déductif. Le raisonnement déductif revient à tirer une conclusion précise par un raisonnement logique en partant d'énoncés généraux reconnus comme étant valides. Dans le présent module, on présentera aux élèves des preuves géométriques en recourant au raisonnement déductif. Toutefois, c'est surtout dans le module suivant qu'on étudiera les preuves en profondeur.

Lorsque les élèves établissent des preuves, il est nécessaire qu'ils utilisent la terminologie mathématique appropriée. Dans les années précédentes, ils ont abordé le théorème de Pythagore, le système de numération et les règles de divisibilité. Cependant, on devra leur présenter quelques autres concepts, par exemple les angles supplémentaires, les angles complémentaires et la transitivité. Les élèves ont abordé l'étude de l'angle plat et savent que si les angles a, b et c forment un angle plat, alors $a + b + c = 180°$.

Toutefois, certains concepts devront être présentés comme les angles supplémentaires, les angles complémentaires, la transitivité, les nombres entiers consécutifs (x, $x + 1$, $x + 2$,…) et les nombres entiers pairs et impairs ($2x$, $2x + 1$).

Les élèves peuvent commencer leur étude de la preuve en examinant des exemples comportant la transitivité. Soit l'exemple suivant :

Tous les nombres naturels sont des nombres entiers.

Tous les nombres entiers sont des nombres naturels.

3 est un nombre naturel.

Qu'est-ce qu'on peut déduire du nombre 3?

On devrait aborder avec les élèves différentes stratégies qu'ils peuvent utiliser pour prouver des conjectures.

- Les élèves peuvent utiliser une représentation visuelle, par exemple le diagramme de Venn, pour les aider à comprendre l'information que contient un exemple.
- Ils peuvent exprimer des conjectures en tant qu'énoncés généraux. Cela revient à choisir une variable pour représenter algébriquement la situation. Par exemple, deux nombres entiers consécutifs peuvent être représentés comme x et $x + 1$.
- Les élèves peuvent utiliser une preuve à deux colonnes, contenant des énoncés et des justifications.
- Ils peuvent utiliser des paragraphes distincts pour chacune des étapes utilisées pour prouver la conjecture.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de prouver les conjectures suivantes par raisonnement déductif :

  (i) Les mammifères ont de la fourrure (du poil). Les lions sont classés comme mammifères. Qu'est-ce qu'on peut déduire des lions?

  (ii) Prouver que la somme d'un nombre de deux chiffres et du nombre formé en inversant ces chiffres est toujours divisible par 11.

  (iii) Prouver que la différence entre un nombre entier impair et un nombre entier pair est toujours un nombre impair.

(NL1.5, NL1.6)

Performance

- Demander aux élèves d'imaginer un truc à base de chiffres dont le résultat final sera toujours 4, et de prouver la conjecture par raisonnement déductif.

(NL1.5, NL1.6)

Observation

- Demander aux élèves de travailler en groupe de trois pour cette activité. Donner à chaque groupe une conjecture, comme celle mentionnée ci-dessous, et une stratégie pour prouver la conjecture.

  (i) Les angles à la base d'un triangle rectangle isocèle mesurent chacun 45°.

  (ii) La valeur n est un facteur de x. Le nombre 2 est un facteur de n. Donc, 2 est un facteur de x.

  (iii) Lorsque deux droites se coupent, les angles opposés par le sommet sont égaux.

  L'enseignant doit observer les groupes et poser des questions comme celles-ci:

  (i) Avez-vous trouvé votre stratégie difficile pour votre conjecture? Pourquoi?

  (ii) Pourriez-vous utiliser une autre stratégie? Si oui, laquelle? Pourquoi?

  (iii) Une stratégie est-elle plus efficace qu'une autre?

(NL1.5, NL1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.4 Établissement de la preuve des conjectures: le raisonnement déductif

MÉ : p. 27-35

GE : p. 24-29

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **NL1 Suite...** **Indicateurs de rendement** NL1.5, NL1.6 *Suite*	Il est important que les élèves reconnaissent que, selon le problème à résoudre, certaines stratégies sont plus efficaces que d'autres. C'est l'occasion pour les élèves de travailler en groupe pour faire des recherches sur un certain nombre de preuves selon une méthode précise. Une fois que les élèves ont terminé l'activité, posez les questions suivantes pour encourager les discussions en classe : • Quelle stratégie avez-vous utilisée pour prouver votre conjecture? • Pourriez-vous utiliser une autre stratégie pour prouver la conjecture? • Une stratégie est-elle plus efficace qu'une autre? Pourquoi? Lorsqu'ils prouvent une conjecture comportant par exemple une figure géométrique, les élèves devraient pouvoir reconnaître le format qui convient le mieux : la présentation en deux colonnes ou la présentation en paragraphe. Pour prouver une conjecture comportant des propriétés du nombre, des règles de divisibilité ou des astuces avec des nombres algébriques, la méthode souvent la plus appropriée consiste à exprimer les conjectures en tant qu'énoncés généraux. Lorsqu'ils établissent des preuves, y compris des relations algébriques et numériques, les élèves commettent en général l'erreur d'utiliser une valeur numérique comme exemple. Les élèves doivent comprendre qu'une conjecture ne peut être prouvée que lorsque tous les cas sont vrais. Prenons l'exemple suivant : • Choisissez un nombre. Ajoutez 5. Doublez le résultat. Soustrayez 4. Divisez le résultat par 2. Soustrayez le nombre avec lequel vous avez commencé. Le résultat est 3. Les élèves peuvent montrer par induction, en utilisant trois ou quatre nombres, que le résultat est toujours 3. Pour prouver par déduction, les élèves doivent montrer que c'est le cas pour tous les nombres en remplaçant le premier nombre par x. Nous arrivons ainsi à l'indicateur de rendement suivant (NL1.7) qui compare le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de résoudre les trucs avec les nombres suivants, puis de les prouver de manière déductive : (i) *Le fabuleux cinq* : • Choisissez un nombre de 1 à 10. • Doublez le nombre. • Ajoutez 10 à votre nouveau nombre. • Maintenant, divisez le total par 2. • Finalement, soustrayez le nombre avec lequel vous avez commencé. • Votre réponse sera toujours 5! (NL1.5, NL1.6) (ii) Est-ce votre nombre? • Pensez à n'importe quel nombre et écrivez-le sur une feuille. Pliez la feuille et placez-la dans votre poche. Rappelez-vous ce nombre. • Trouvez un partenaire et demandez-lui de penser à un nombre. Dites-lui de ne pas vous communiquer ce nombre. • Demandez-lui de doubler le nombre choisi. • C'est à ce moment que votre nombre sur la feuille entre en scène. Dans votre tête, doublez le nombre que vous avez écrit. Demandez à votre partenaire d'ajouter le nombre que vous avez doublé dans votre tête. • Puis, demandez-lui de diviser ce nouveau nombre par 2. • Ensuite, dites-lui de soustraire le résultat ainsi trouvé du premier nombre avec lequel il avait commencé, ou vice-versa. • Sortez la feuille de votre poche et remettez-la à votre partenaire. Que remarquez-vous? (NL1.5, NL1.6) *Portfolio* • Demander aux élèves de chercher sur Internet un exemple de truc à base de nombres et de le prouver par raisonnement déductif. (NL1.5, NL1.6)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 11* **1.4 Établissement de la preuve des conjectures : le raisonnement déductif** MÉ : p. 27-35 GE : p. 24-29

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

NL1.7 *Comparer, à l'aide d'exemples, le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est important que les élèves comparent le raisonnement inductif et le raisonnement déductif en se servant d'exemples. Ils doivent prendre conscience que les raisonnements inductif et déductif ne sont pas des processus distincts; ils travaillent de pair. L'exemple ci-dessous pourrait être utilisé pour souligner les différences entre ces deux types de raisonnement.

- La somme de quatre nombres entiers consécutifs est égale à la somme du premier et du dernier nombre entier multipliée par 2.

Raisonnement inductif	Raisonnement déductif
1, 2, 3, 4 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ $2(1+4) = 10$	Soit les nombres x, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$ $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4x + 6$ $2[x + (x+3)] = 2(2x + 3) = 4x + 6$

L'étude des différences entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif au moyen d'exemples permettra aux élèves de mieux comprendre ces concepts. Le tableau ci-dessous pourrait être utilisé pour résumer le raisonnement inductif par rapport au raisonnement déductif.

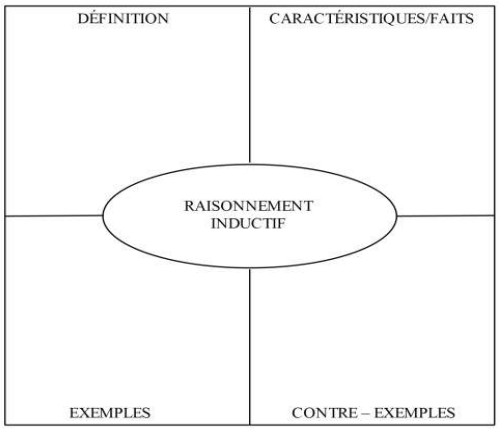
Raisonnement inductif	Raisonnement déductif
Commence par des expériences ou un certain nombre d'observations	Commence par des énoncés, des lois ou des règles qui sont reconnus comme étant vrais.
On formule l'hypothèse que la régularité ou la tendance se poursuivra. Le résultat est une conjecture.	Le résultat est une conclusion tirée des faits déjà connus.
Les conjectures peuvent être vraies ou non. Un contre-exemple prouve la fausseté de la conjecture.	La conclusion doit être vraie si tous les énoncés antérieurs sont vrais.
Est utilisé pour faire des suppositions éclairées basées sur des observations et des régularités.	Est utilisé pour tirer des conclusions qui découlent logiquement de l'hypothèse.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le modèle Frayer pour représenter le raisonnement inductif.



(NL1.7)

Journal

- Demander aux élèves de relever des situations tirées de leur quotidien au cours desquelles ils utilisent le raisonnement inductif et le raisonnement déductif. Ils doivent fournir des exemples pour chacun des deux types de raisonnement. (NL1.7)

Présentation

- Demander aux élèves de regarder un court extrait de A Few Good Men (Des hommes d'honneur), CSI, Lincoln Lawyer (La Défense Lincoln) ou d'un film ou d'une présentation semblables. Leur demander comment sont utilisés le raisonnement inductif et le raisonnement déductif. (NL1.7)

Entrevue

- Brian a conjecturé que la somme de deux nombres impairs consécutifs sera toujours égale à un nombre pair (c.-à-d., 3 + 5 = 8, 5 + 7 = 12 et 17 + 19 = 36). A-t-il utilisé le raisonnement inductif ou le raisonnement déductif? Expliquez votre raisonnement. (NL1.7)

Performance

- Demander aux élèves de travailler en groupes pour l'activité suivante. On donnera à chaque groupe un jeu de cartes comportant diverses conjectures. Les élèves travailleront ensemble pour déterminer les conjectures pour lesquelles on utilise le raisonnement inductif et celles pour lesquelles on utilise le raisonnement déductif. (NL1.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.4 Établissement de la preuve des conjectures : le raisonnement déductif

MÉ : p. 27-35
GE : p. 24-29

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

NL1.8 *Identifier toute erreur dans une démonstration donnée, ex. : une démonstration se terminant par 2 = 1.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est utile que les élèves analysent des preuves qui contiennent des erreurs. Pour que les élèves comprennent mieux le raisonnement inductif et le raisonnement déductif, ils devraient relever les erreurs d'une preuve donnée, expliquer pourquoi ces erreurs ont pu se produire et comment elles peuvent être corrigées. Voici quelques-unes des erreurs les plus courantes:

- Des preuves qui commencent par un énoncé faux:

  Tous les élèves du secondaire aiment Facebook. Rebecca est une élève du secondaire. Donc Rebecca aime Facebook.

  Les élèves doivent envisager dans quelle mesure il est possible de demander à tous les élèves du secondaire s'ils aiment Facebook.

- Division par zéro

  Pedro peut prouver que 2 = 5. Voici son travail :

  Supposons a = b

$-3a = -3b$	Étape 1: Multipliez par 3
$-3a + 5a = -3b + 5a$	Étape 2: Ajoutez $5a$ aux deux membres de l'équation
$2a = -3b + 5a$	Étape 3: Simplifiez
$2a - 2b = -3b + 5a - 2b$	Étape 4: Soustrayez $2b$ de chaque membre de l'équation
$2a - 2b = 5a - 5b$	Étape 5: Simplifiez
$2(a - b) = 5(a - b)$	Étape 6: Factorisez
$\frac{2(a-b)}{(a-b)} = \frac{5(a-b)}{(a-b)}$	Étape 7: Divisez par $(a - b)$
$2 = 5$	

Ce type de question peut être plus difficile pour les élèves car, sur le plan algébrique, il ne semble pas y avoir d'erreur dans le travail de Pedro. Les élèves doivent analyser minutieusement l'étape 6 et l'étape 7. Dans l'étape 6, les élèves peuvent utiliser la substitution au lieu de la division. Étant donné que $a - b = 0$, les élèves peuvent écrire $2(a - b) = 5(a - b)$ comme étant $2(0) = 5(0)$, ce qui donne $0 = 0$. Dans l'étape 7, les élèves peuvent écrire $2(a - b) = 5(a - b)$ comme étant $2 = 5$, sans même se rendre compte qu'ils ont divisé. Demandez aux élèves de substituer de nouveau $a = b$ dans l'équation. Lorsque les élèves travaillent avec des preuves qui comportent une division, ils doivent vérifier si le diviseur est zéro.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

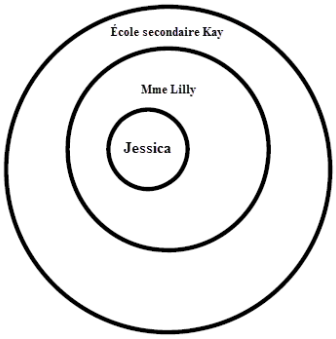
Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- On a présenté la situation suivante à Richard :

  Mme Lilly est professeur à l'école secondaire Kay. Jessica est une élève de l'école secondaire Kay. Écrivez une conjecture sur la relation entre Mme Lilly et Jessica.

  Richard a fait une représentation de sa conclusion dans le diagramme de Venn ci-dessous et a conclu que Jessica est une élève de Mme Lilly. Relevez l'erreur de Richard et construisez un nouveau diagramme pour faire une représentation de la situation.



(NL1.8)

Performance

- Créer dans la salle de classe des postes de travail comportant des preuves qui contiennent des erreurs. Demander aux élèves de participer à une activité-carrousel où ils peuvent se déplacer dans l'ensemble des postes de travail pour relever et corriger l'erreur.

(NL1.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

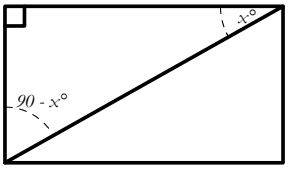
Principes mathématiques 11

1.5 Des preuves qui ne sont pas valides

MÉ : p. 36-44

GE : p. 30-34

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **NL1 Suite...** **Indicateurs de rendement**	
NL1.8 *Suite*	• Raisonnement circulaire Daniel prétend qu'il peut prouver que la somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.  Voici sa preuve : *J'ai construit un rectangle. Ensuite, j'ai tracé la diagonale. Je sais que chacun des angles d'un rectangle mesure 90°. J'ai donc désigné par x l'un des angles du triangle. Par conséquent, l'autre angle doit être 180° - 90° - x = 90° - x. Donc, 90° + x + (90° - x) = 180°.* Un argument est circulaire si sa conclusion se trouve dans ses prémisses. • Erreurs algébriques Shelby essayait de prouver ce truc à base de nombres : • choisissez un nombre • doublez ce nombre • ajoutez 20 • divisez par 2 • soustrayez le nombre initial • le résultat est 10 Shelby a écrit ce qui suit : Soit n votre nombre $2n$ $2n + 20$ $n + 20$ $n + 20 - n$ 20 Les élèves doivent relever et corriger l'erreur dans le travail de Shelby.
NL1.9 *Résoudre un problème contextualisé comportant le raisonnement inductif ou déductif.*	On doit aborder avec les élèves des situations de résolution de problèmes qui nécessitent le recours au raisonnement inductif et/ou au raisonnement déductif. Prenons l'exemple suivant : Tyler cherchait des régularités dans une grille de 100. On lui a demandé de choisir quatre nombres qui forment un carré 2 x 2 dans la grille. Il a choisi les nombres suivants :

4	5
14	15

Il doit pouvoir utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture sur la somme de chaque diagonale et utiliser le raisonnement déductif pour prouver que sa conjecture est toujours vraie.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Dix hommes se réunissent pour un tournoi de quilles et chacun d'eux serre la main de tous les autres. Demander aux élèves de déterminer le nombre d'échanges de poignées de mains qu'il y a eu. Ils doivent expliquer la stratégie utilisée pour arriver à la réponse. (NL1.9)
- Prendre un calendrier mensuel et choisir trois cases quelconques d'une rangée – horizontale, verticale ou diagonale. Demander aux élèves de former, par raisonnement inductif, une conjecture sur le nombre du milieu. Ils doivent ensuite utiliser le raisonnement déductif pour prouver leur conjecture.

(NL1.9)

Observation

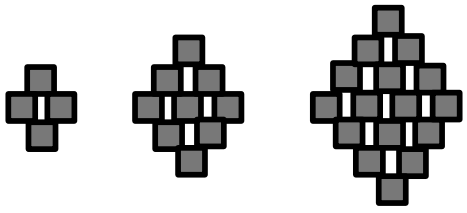
- Demander aux élèves de participer à une activité dans laquelle ils doivent se déplacer d'un poste de travail à l'autre pour résoudre divers problèmes. Voici quelques-uns des problèmes qui pourraient être posés :

  (i) Si vous avez une bouteille de 5 litres et une autre de 3 litres et beaucoup d'eau, que feriez-vous pour avoir 4 litres d'eau dans la bouteille de 5 litres?

  (ii) Ted, Ken, Allyson et Janie (qui forment deux couples mariés) ont chacun un sport favori : la natation, la course, le vélo et le golf. À l'aide des indices suivants, déterminez le sport préféré de chacun d'eux.

  - Ted n'aime pas le golf.
  - Le sport favori de chacune des femmes fait partie du triathlon.
  - Ni Ken ni sa femme n'aiment la course.
  - Allyson a acheté à l'anniversaire de son mari une bicyclette que celui-ci utilisera pour pratiquer son sport favori.

  (iii) Déterminez le nombre de carrés qu'il y aurait dans la figure suivante (4^{e}).



(NL1.9)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.5 Des preuves qui ne sont pas valides

MÉ : p. 36-44

GE : p. 30-34

1.6 Résolution de problèmes par raisonnement

MÉ : p. 45-51

GE : p. 35-38

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL1 Suite...

Indicateur de rendement

NL1.9 *Suite*

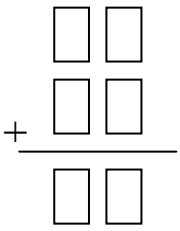
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Encouragez les élèves à participer à l'activité suivante afin de reconnaître des régularités et d'essayer de résoudre des casse-tête.

Invitez les élèves à discuter des questions suivantes :

- Comment avez-vous abordé le problème?
- Avez-vous remarqué des régularités?
- Quels étaient vos premiers chiffres?
- Comment pourriez-vous convaincre quelqu'un que vous avez trouvé la solution?

Vous trouverez ci-dessous un modèle où l'algorithme est une somme à deux colonnes. Chaque groupe aura besoin d'un ensemble de cartes avec chiffres de 0 à 9 (deux ou trois exemplaires de chaque carte) et d'un modèle de l'algorithme.



Trouvez la somme	
La somme des chiffres du nombre supérieur est 10.	Tous les chiffres sont des nombres pairs.
La somme des chiffres du deuxième nombre est 4.	Le chiffre 0 n'est utilisé dans aucun des nombres.
La différence entre les chiffres de la réponse est 2.	Le chiffre des unités dans le nombre supérieur est le même que le chiffre des dizaines dans la réponse.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de résoudre le casse-tête suivant. Faire des cartes qui contiennent les pièces d'un casse-tête. L'enseignant peut distribuer des casse-tête différents ou le même casse-tête avec un titre différent. On remet une carte à chaque élève pour qu'il trouve son groupe d'après le titre du casse-tête inscrit sur la carte. Pour conserver la « propriété » de l'élément d'information, l'élève ne doit pas se départir physiquement de la carte-indice, mais il a plutôt la responsabilité de communiquer le contenu au groupe. Le rôle de chaque élève consiste à travailler au sein de son groupe pour résoudre le casse-tête, en suivant l'ensemble des règles de travail. Il importe que les groupes fassent un rapport sur leurs processus de résolution de problèmes et confirment également l'exactitude de leur produit final.

  Voici un exemple de casse-tête. Il peut être utile de fournir une grille de 100 aux membres du groupe.

Nombre de Peter	
Le nombre de Peter est un multiple de 4.	Le nombre de Peter se trouve dans la partie inférieure de la grille.
L'un des chiffres N'EST PAS le double de l'autre chiffre.	Lorsque vous additionnez les chiffres, vous obtenez un nombre impair.
Le nombre de Peter est un multiple de 6.	Le nombre de Peter est un nombre pair.

  L'enseignant peut insister sur les questions suivantes pendant qu'il observe l'activité :

  (i) Comment votre groupe a-t-il abordé le problème?

  (ii) Comment le groupe a-t-il « réuni » les indices?

  (iii) Y a-t-il eu des difficultés?

  (iv) Quel indice avez-vous trouvé le plus utile?

  (v) Que pourriez-vous faire différemment la prochaine fois?

(NL1.9)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.6 Résolution de problèmes par raisonnement

MÉ : p. 45-51

GE : p. 35-38

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[L, R, RP, V]

Indicateur de rendement

NL2.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que :*

- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

L'intention est d'intégrer ce résultat d'apprentissage tout au long du cours en utilisant des casse tête et des jeux axés sur le glissement, la rotation, la construction et la déconstruction. Ces exercices aident à améliorer le raisonnement spatial et les stratégies de résolution de problèmes. Le raisonnement numérique et le raisonnement logique seront abordés dans le cours Mathématiques académiques 3231 en ayant recours à des casse-tête et à des jeux. Les élèves doivent prendre le temps de jouer et d'aimer jouer au jeu avant de commencer à l'analyser. Ils pourront ensuite engager des discussions sur le jeu, déterminer les stratégies gagnantes et expliquer ces stratégies par une démonstration de vive voix ou par écrit.

Les jeux donnent aux élèves l'occasion de développer des attitudes positives à l'égard des mathématiques en réduisant la peur des échecs et des erreurs. Les jeux donnent aux élèves la possibilité d'interagir avec d'autres élèves pour explorer des idées intuitives et des stratégies de résolution de problèmes. La pensée de l'élève devient souvent claire au fil des gestes qu'il pose et des décisions qu'il prend au cours d'un jeu. L'enseignant a donc l'occasion d'évaluer l'apprentissage de manière formatif, dans une situation non intimidante.

Une série de casse-tête et de jeux peuvent être liés directement à d'autres résultats d'apprentissage du cours, mais leur but principal est de développer le raisonnement spatial.

Ces activités ne doivent pas être enseignées en un bloc de temps, mais plutôt être étudiées périodiquement tout au long de l'année.

Voici quelques conseils concernant l'utilisation de jeux dans la classe de mathématiques :

- Utiliser les jeux à des fins spécifiques.
- Garder le nombre de joueurs entre deux et quatre, afin que chacun ait son tour rapidement.
- Communiquer aux élèves le but du jeu.
- Inviter les élèves à discuter après le jeu.

Les stratégies de résolution de problèmes varieront selon le casse-tête ou le jeu. Certains élèves expliqueront leur stratégie en travaillant à rebours, en cherchant une régularité, par tâtonnements, ou par élimination, alors que d'autres expliqueront leur stratégie en essayant d'anticiper les gestes de leurs opposants. Lorsque les élèves jouent à des jeux et analysent des stratégies, ils approfondissent des idées mathématiques et comparent diverses stratégies à des fins d'efficacité.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Discussion

- Pendant que les élèves jouent à des jeux ou résolvent des casse-tête, leur poser des questions d'approfondissement et écouter leurs réponses. Consigner les différentes stratégies et les utiliser pour entamer une discussion en classe. Voici quelques amorces de discussion possibles :

  (i) Pouces en l'air si vous avez aimé le jeu, pouces de côté si vous l'avez trouvé passable et pouces vers le bas si vous ne l'avez pas aimé. Qu'est-ce que vous avez aimé dans le jeu? Pourquoi?

  (ii) Qu'avez-vous remarqué en jouant?

  (iii) Avez-vous fait des choix en jouant?

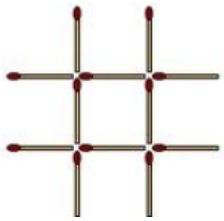
  (iv) Quelqu'un a-t-il trouvé une façon d'arriver rapidement à une solution?

(NL2.1)

Performance

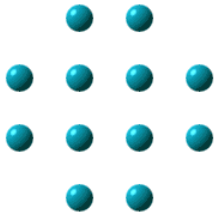
- Demander aux élèves de participer aux activités suivantes. Ils doivent discuter des stratégies utilisées et relever les difficultés auxquelles ils ont fait face en essayant de résoudre le casse-tête.

  (i) Déplacez trois allumettes pour obtenir trois carrés identiques.



(NL2.1)

  (ii) Combien de carrés pouvez-vous créer dans cette figure en reliant quatre points quelconques.



(NL2.1)

- Demander aux élèves de participer à un jeu d'indices (Clue). Ils doivent expliquer comment le jeu utilise le raisonnement inductif et/ou le raisonnement déductif.

(NL1.9)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

1.7 Analyse de casse-tête et de jeux

MÉ : p. 52-57

GE : p. 39-42

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

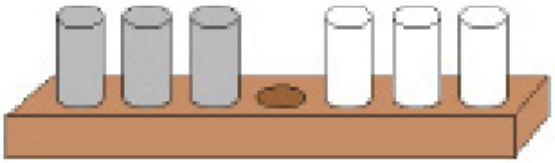
L'élève doit pouvoir :

Indicateur de rendement

NL2.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Prenons le jeu de chevilles suivant. Ce casse-tête a pour objet de permuter les chevilles de gauche avec celles de droite en déplaçant une cheville à la fois. On ne peut faire bouger une cheville qu'en la déplaçant au trou vide situé directement devant elle ou en la faisant sauter par-dessus une cheville pour la placer dans un trou vide situé de l'autre côté de la cheville sautée. Vous ne pouvez pas revenir à l'arrière. Le jeu se termine lorsque vous gagnez ou lorsque vous restez coincé.



Pendant que l'enseignant observe les élèves jouer, il peut leur poser des questions comme celles-ci :

- Qu'est-ce que vous avez aimé dans ce jeu? Pourquoi?
- Qu'avez-vous remarqué en jouant?
- Quel a été votre premier déplacement?
- Quels ont été vos trois premiers déplacements?
- Quels problèmes se sont posés à vous dans la résolution du casse-tête?
- Quel est le nombre minimum de déplacements qu'on peut faire pour gagner ce jeu?
- Avez-vous anticipé le déplacement suivant?
- Avez-vous remarqué des régularités?

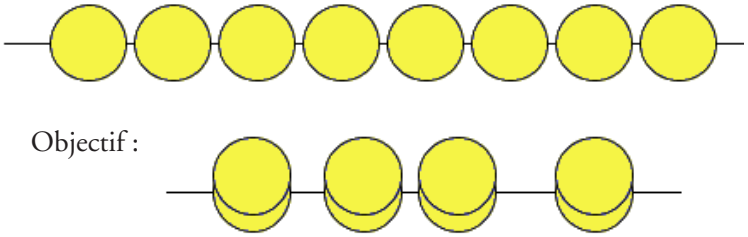
On devrait encourager les élèves à jouer à une version plus simple du jeu, au besoin. La résolution du casse-tête en utilisant par exemple deux ou quatre chevilles peut permettre aux élèves de jouer avec plus d'efficacité

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

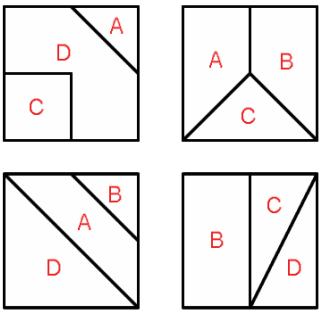
- Demander aux élèves de prendre huit cents et de les disposer en une rangée. Le jeu consiste à arriver à former quatre piles de deux cents chacune. Chaque coup consiste à prendre un cent, à sauter dans l'une ou l'autre direction par-dessus deux « piles » et à le déposer sur la troisième pile. Chaque pile peut se composer d'un cent ou de deux cents. Le tout doit se faire en quatre coups. Demander aux élèves de discuter de la stratégie utilisée pour résoudre le casse-tête.



Objectif :

(NL2.1)

- Les indices de ce genre de problème sont non verbaux. Dans cette activité, les carrés sont découpés en morceaux par l'enseignant, qui remet à chaque membre d'un groupe de quatre trois morceaux portant la même lettre. Demander au groupe de former quatre carrés complets.



(NL2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

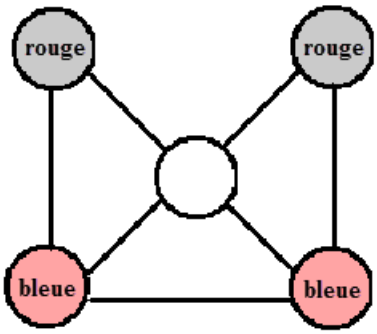
Principes mathématiques 11

1.7 Analyse de casse-tête et de jeux

MÉ : p. 52-57

GE : p. 39-42

Nombre et logique

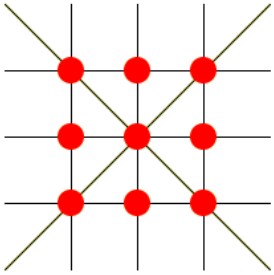
Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **Indicateurs de rendement**	
NL2.1 *Suite*	Le Pong Hau K'i est un jeu de société qui ressemble au Tic-Tac-Toe et qui se joue également à deux joueurs. Le tableau de jeu se compose de cinq cercles reliés par sept segments de droite. Les élèves doivent tracer le tableau de jeu. Chaque joueur aura deux pierres (jetons ou boutons) de couleurs différentes. Placez deux pierres rouges dans la partie supérieure, par exemple, et deux bleues dans la partie inférieure, comme il est indiqué ci-dessous.  Les joueurs glissent à tour de rôle une pierre le long d'une ligne pour la placer au cercle vide adjacent. Pour gagner, vous devez bloquer l'adversaire de sorte qu'il ne puisse plus bouger. Les élèves doivent jouer plusieurs fois, en faisant le premier coup à tour de rôle. Posez les questions suivantes pendant qu'ils jouent : • Où se fait le premier déplacement? • À quoi ressemble la planche de jeu lorsqu'un joueur est coincé? Pourquoi cette donnée sera-t-elle utile aux joueurs? • Est-il mieux d'avoir les pierres rouges ou les pierres bleues? • Est-il mieux de faire le premier coup ou le second coup? • Est-ce une stratégie de jeu efficace que d'anticiper les déplacements possibles? Expliquez pourquoi c'est efficace ou pourquoi ce ne l'est pas.
NL2.2 *Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou pour gagner au jeu.*	Une variante de ce jeu consiste à partir de positions différentes. Décidez quelle couleur chaque joueur utilisera et qui placera la première pierre. Une fois la première pierre placée sur un cercle, l'autre joueur place une pierre sur l'un des quatre autres cercles et ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les quatre pierres soient sur la planche de jeu. On poursuit le jeu en déplaçant les pièces tel qu'il a été décrit précédemment. Demandez aux élèves de jouer le jeu modifié plusieurs fois. Est-ce plus difficile que le jeu original?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Prendre neuf cents et les disposer dans une grille de 3 sur 3. On a alors huit lignes droites passant chacune par trois cents : trois lignes horizontales, trois verticales et deux diagonales. Votre but consiste à déplacer exactement deux cents de sorte qu'il y ait 10 lignes droites, passant chacune par trois cents. Dans la solution il ne doit pas y avoir de lignes droites ayant plus de trois cents, et aucun cent ne doit être placé par-dessus un autre.



(NL2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11
1.7 Analyse de casse-tête et de jeux

MÉ : p. 52-57

GE : p. 39-42

Projet de recherche mathématique

Durée suggérée : 6 heures

Aperçu du module

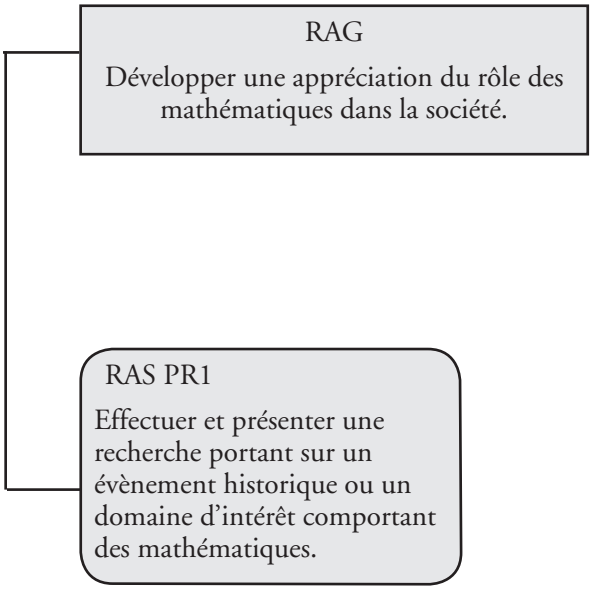
Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves effectueront une recherche sur un événement historique ou contemporain ou sur un de leurs champs d'intérêt, qui est en lien avec les mathématiques, et la présenteront à la classe. Ils devront établir des liens entre des concepts et choisir les aspects de leur projet qu'ils souhaitent approfondir.

Les élèves choisiront un sujet et effectueront la recherche. Si cette dernière exige de recueillir des données, les élèves pourront utiliser des outils statistiques pour analyser et interpréter ces données. Le module sur le raisonnement statistique sera abordé plus tard dans ce cours; les élèves devront en tenir compte lors de la planification de leur projet.

La description du projet de recherche sera présentée dans ce module de façon à ce que les élèves aient un aperçu des compétences, du temps et des ressources nécessaires. Un échéancier raisonnable devrait être présenté aux élèves pour chaque étape du travail.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
	Projet de recherche mathématique	
	PR1 Effectuer et présenter une recherche portant sur unévènement historique ou un domaine d'intérêtcomportant des mathématiques. [C, CE, L, R, RP, T, V]	

Projet de recherche mathématiques

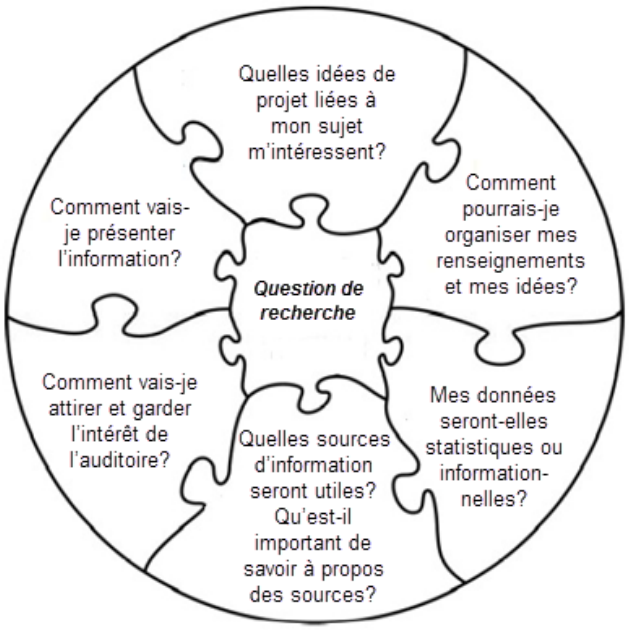
Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **PR1 Effectuer et présenter une recherche portant sur un évènement historique ou un domaine d'intérêt comportant des mathématiques.** **[C, CE, L, R, RP, T, V]**	Les projets donnent aux élèves l'occasion de développer leur pensée critique, leurs compétences en résolution de problème, leurs habiletés de communication, leur capacité de collaboration et leur littératie technologique. L'objectif est de faire en sorte que le projet soit agréable, intéressant et pertinent pour l'étudiant. L'enseignant devrait s'inspirer des lignes directrices suivantes dans un cadre d'apprentissage axé sur des projets : • Formez des équipes de travail ou laissez les élèves travailler individuellement. • Laissez les élèves faire des choix quant au sujet et à la présentation du projet. • Planifiez le déroulement du projet à l'aide de plans, d'ébauches et d'échéances réalistes. • Préparez la grille d'évaluation et communiquez les critères d'évaluation aux élèves avant le commencement du projet. Cela les aidera à avancer et à organiser leur propre apprentissage. • Agissez comme accompagnateur plutôt que comme meneur. • Faites en sorte qu'une nouvelle étape du projet commence au début ou à la fin de chaque chapitre. Il est essentiel de donner aux élèves du temps en classe pour compléter certaines des étapes, comme la séance de remue-méninges, la préparation du plan, l'analyse des données, la prise de décision et l'utilisation des outils technologiques. Pour utiliser le temps avec un maximum d'efficacité, les tâches à compléter avant la prochaine réunion devraient être assignées à la fin de chaque séance de travail en classe. L'évaluation du projet devrait se faire au moyen d'une rubrique et les élèves devraient être mis au courant des critères avant le commencement du projet. Encouragez les élèves à participer à la préparation de la rubrique et à la conception des catégories et des critères appropriés pour chaque tâche, de façon à accroître leur motivation, leur intérêt et leur rendement. Le contenu, l'organisation, les sources et la présentation constituent des éléments cruciaux de l'évaluation de projet. Les illustrations, graphiques et images sont également des aspects importants qui devraient être pris en considération. Rappelez aux élèves qu'il existe une variété de manières de présenter un projet, et qu'il pourrait être nécessaire de modifier la rubrique de façon à l'adapter au format de la présentation.

Résultat d'apprentissage général : Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation

Discussion

- Demander aux élèves de penser à des questions, des idées ou des problèmes en lien avec leur sujet.



- Demander aux élèves de discuter des catégories et des critères qui pourraient être intégrés dans une rubrique. Quelques suggestions sont données ci-dessous :

	Excellent	Bon	Passable	Besoin d'amélioration
Raisonnement	Justifie tous les énoncés mathématiques avec efficacité et exactitude et aboutit à des conclusions valides.	Justifie la plupart des énoncés mathématiques avec exactitude et aboutit à des conclusions valides.	Justifie certains des énoncés mathématiques avec exactitude et aboutit à des conclusions valides.	Ne justifie pas les énoncés mathématiques avec exactitude et n'aboutit pas à des conclusions valides.
Liens	Explique, en détail, la façon dont les concepts mathématiques sont étroitement liés et dépendent les uns des autres.	Explique la façon dont les concepts mathématiques sont étroitement liés et dépendent les uns des autres.	Explique superficiellement la façon dont les concepts mathématiques sont étroitement liés et dépendent les uns des autres.	N'explique pas la façon dont les concepts mathématiques sont interreliés.

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

À la fin de chaque chapitre, de l'aide est offerte aux élèves pour les aider à atteindre les résultats d'apprentissage du projet. Les détails figurent dans la partie intitulée Projet de recherche (PR).

Projet de recherche mathématiques

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

PR1 Suite...

Indicateurs de rendement

PR1.1 *Recueillir et organiser des données primaires ou secondaires (sous forme statistique ou d'information) pertinentes au sujet.*

PR1.2 *Évaluer l'exactitude, la fiabilité et la pertinence des données primaires ou secondaires recueillies en :*

- *identifiant des exemples de biais et de points de vue;*
- *identifiant et décrivant les méthodes de collecte de données;*
- *déterminant si les données sont pertinentes;*
- *déterminant si les données concordent avec l'information d'autres sources portant sur le même sujet.*

PR1.3 *Interpréter des données à l'aide de méthodes statistiques, s'il y a lieu.*

PR1.4 *Identifier des sujets controversés, s'il y a lieu, et présenter, appuyés par des données, divers points de vue.*

PR1.5 *Organiser et présenter un projet de recherche avec ou sans l'aide de la technologie.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Encouragez les élèves à dresser et à présenter un plan d'action ou un organisateur graphique où sont décrits les tâches et l'échéancier. Par exemple, un projet basé sur des données primaires (données recueillies par les élèves mêmes) exigera habituellement davantage de temps qu'un projet basé sur des données secondaires (données recueillies et publiées par d'autres personnes).

En fonction de la question de recherche, vous devriez discuter des différentes étapes que pourrait exiger le projet. Le plan suivant peut être utilisé comme guide en vue d'encourager la discussion entre les élèves :

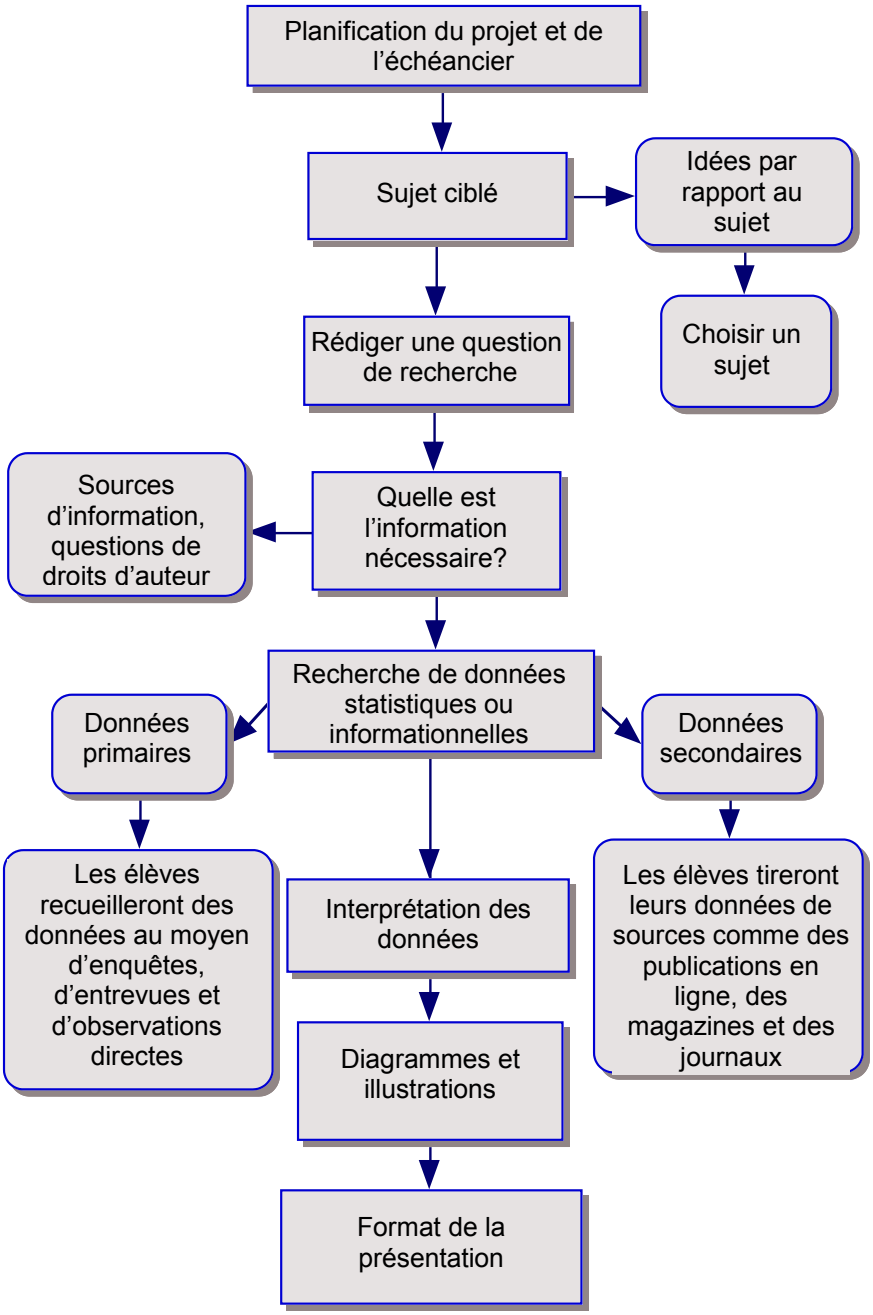
- Demandez aux élèves de choisir un sujet qui les intéresse et de rédiger une question de recherche. Encouragez-les à préparer un schéma conceptuel comme moyen d'organiser leurs idées.
- Demandez aux élèves si leur sujet se prête bien à une recherche.
- La recherche des élèves est-elle fondée plutôt sur des données informationnelles ou statistiques? Devront-ils recueillir des données et si oui de quelle façon comptent-ils le faire? Utiliseront-ils des données existantes? Ces données sont-elles récentes et fiables?
- Quelle est la signification de l'information? Quelles sont les conclusions des élèves?
- Si les données sont de nature statistique, quels outils utiliseront-ils pour les analyser et les interpréter?
- Demandez aux élèves quelles controverses pourraient soulever leur recherche. Donnez-leur l'exemple suivant :
  certaines personnes croient que les mauvais résultats scolaires sont dus à l'abus de jeux vidéo. L'élève devrait déterminer si des éléments raisonnables soutiennent l'hypothèse avancée ou s'il existe d'autres facteurs à prendre en considération.
- Posez des questions aux élèves sur la présentation de leur projet. Pour faire en sorte que la présentation soit intéressante, encouragez les élèves à choisir un format qui convient à leur style. Les élèves feront-ils une présentation multimédia, comme un vidéo ou un document PowerPoint? Présenteront-ils leur recherche en baladodiffusion? Créeront-ils leur propre site Web ou page Facebook en vue de présenter leur projet? Certains élèves pourraient préférer s'abstenir d'utiliser des outils technologiques et opter plutôt, par exemple, pour une affiche, un dépliant, un débat, une campagne de publicité ou une démonstration.

Résultat d'apprentissage général :
Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de remettre un organisateur graphique décrivant leur plan et leur calendrier. Un exemple est présenté ci-dessous :



(PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

PR 1 Préparation d'un plan d'action

MÉ : p. 64-65

GE : p. 49

Projet de recherche mathématiques

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

PR1 Suite...

Indicateurs de rendement

PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5 ***Suite***

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

L'enseignant devrait donner aux élèves la possibilité de choisir leur sujet dans une liste préparée ou de trouver directement un sujet relié à un domaine qui les intéresse. Le sujet n'a pas à être lié au contenu du présent cours. Vous pouvez offrir ces suggestions de sujets :

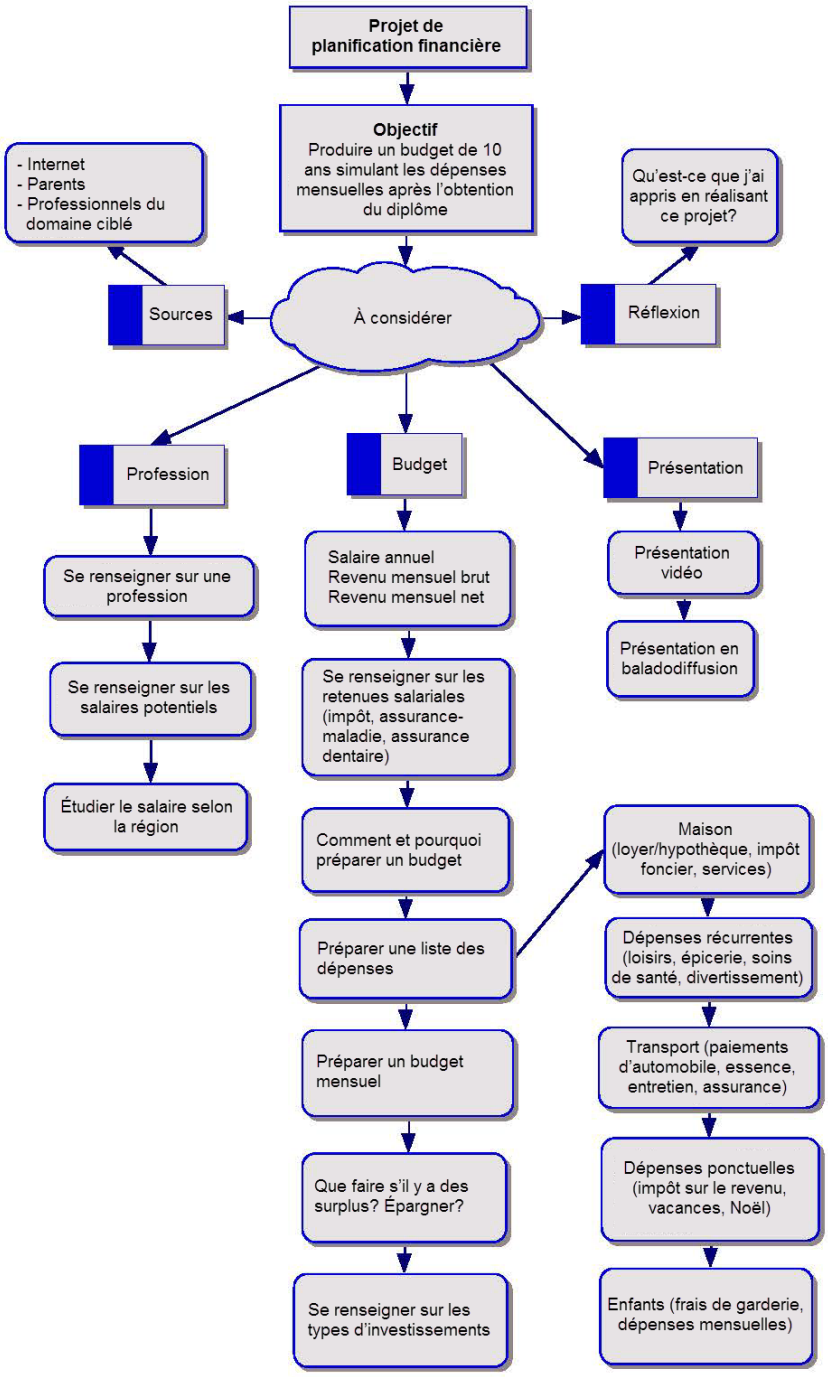
- Recherche sur l'arpentage. Découvrir et expliquer la manière dont les arpenteurs utilisent la trigonométrie dans leur travail.
- Recherche sur l'histoire et l'efficacité du défibrillateur (p. ex. chercher à déterminer l'efficacité selon l'âge, le sexe, les antécédents médicaux ou autres à partir de données historiques ou actuelles).
- Recherche sur les différents types de rampes de planche à roulettes et sur la réglementation se rapportant à leur conception. Préparer un plan détaillé de la rampe, puis construire une représentation à une échelle choisie.
- Recherche sur la façon dont les fonctions quadratiques sont utilisées en robotique.
- Conception d'un jeu vidéo dans lequel la réussite dépend de la capacité à répondre correctement à des questions mathématiques.
- Recherche sur le véhicule qui représenterait le meilleur investissement dans la région, avec justification du résultat.
- Recherche sur le meilleur forfait de télécommunication dans la région pour la famille de l'élève, avec justification du résultat.
- Recherche sur le coût de la rénovation d'une des pièces de la maison de l'élève et création d'un modèle. Le projet pourrait prendre la forme d'une compétition au sein du groupe, chaque membre analysant les possibilités selon un budget et des besoins donnés.
- Recherche sur les retenues salariales et les autres avantages sociaux dont il faudrait tenir compte si les élèves démarraient leur propre entreprise en fonction d'un nombre donné d'employés.
- Enquête sur le tabagisme des jeunes à l'école. Recherche sur les conséquences du tabagisme et création d'une campagne d'éducation sur les avantages de ne pas fumer.
- Préparation d'un budget domestique en fonction de caractéristiques données pour une profession donnée (avocat, employé du commerce de détail, etc.) selon diverses caractéristiques démographiques (p. ex. milieu urbain ou rural). Les élèves devraient tenir compte des coûts des régimes de santé, des activités de loisir, des coûts fixes, etc.

Résultat d'apprentissage général : Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de créer et de remettre un plan détaillé de leur projet. Un exemple de plan pour un projet financier est fourni ci-dessous :



(PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

PR 2 Choix du thème de recherche

MÉ : p. 122-123

GE : p. 122

PR 3 Formulation de l'énoncé de recherche

MÉ : p. 170-171

GE : p. 178

Note :

Le projet de mathématique pourrait être transdisciplinaire avec le cours Carrière et vie 2231.

Projet de recherche mathématiques

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **PR1 Suite...** **Indicateurs de rendement** PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5 ***Suite***	• Recherche sur une œuvre d'art. Les élèves devraient expliquer comment on s'est servi des mathématiques pour la créer, ou concevoir une peinture murale originale qui fait usage des concepts de similarité, de lignes parallèles, de fonction quadratique ou d'autres sujets mathématiques. • Recherche sur un logo ou un dessin géométrique. Les élèves devraient décrire son histoire et sa signification et reproduire l'image à l'aide d'équations, en tenant compte de leurs connaissances sur les équations linéaires et quadratiques, ainsi que le domaine et l'image d'une relation. Ils pourraient utiliser une calculatrice graphique ou un logiciel pour dessiner l'image. • Recherche sur un jeu de cartes, sur la façon dont on s'est servi des mathématiques pour créer le jeu, pour y jouer et y gagner (p. ex. les élèves pourraient évaluer la probabilité d'obtenir une suite par rapport à celle d'obtenir une couleur au poker). • Recherche sur le marché boursier. Les élèves devraient choisir un titre et en suivre l'évolution sur une certaine période, puis créer un graphique de l'évolution du prix pour évaluer la performance du titre sur la période étudiée, se renseigner sur les raisons des fluctuations et formuler une recommandation de vente ou d'achat. • Projet d'architecture. Les élèves pourraient jouer le rôle d'un architecte et concevoir un centre commercial ou un centre d'entraînement physique. Ils devraient se renseigner sur la conception des centres commerciaux et sur les tailles de magasins appropriées pour divers types de commerces. • Projet de planification financière. Les élèves pourraient jouer le rôle d'un planificateur financier et se renseigner sur divers types d'investissements et sur les formules servant à calculer les intérêts sur l'épargne. • Projet de statistiques démographiques. Les élèves pourraient jouer le rôle d'un statisticien étudiant les tendances démographiques dans leur province, explorer les facteurs pouvant les expliquer et prédire quelle sera la population dans cinq ans. • Projet de statistiques sportives. Les élèves pourraient analyser les fiches de jeu de plusieurs joueurs de hockey au cours de leur carrière, puis prédire le nombre de buts qu'ils compteront au cours de la saison suivante. • Recherche sur les professions. La classe peut choisir des professions ou des entreprises sur lesquelles ils aimeraient se renseigner et apprendre comment on y utilise les mathématiques. Les professions pourraient comprendre un plombier, un électricien, un entrepreneur de la construction, un dentiste, etc. La classe pourrait être divisée en groupes, qui étudieraient chacun une profession. Chaque groupe devrait se renseigner sur l'utilisation des mathématiques dans cette profession et présenter ses constatations devant la classe. L'enseignant devrait préparer au moins deux problèmes mathématiques à résoudre à partir de leurs recherches.

Résultat d'apprentissage général : Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Demander aux élèves de se renseigner sur un personnage ou un événement historique en lien avec les mathématiques. Ils pourraient présenter leur projet sous forme d'un profil sur un réseau social. Dans le cadre du projet, les élèves deviennent le personnage historique et créent une page comprenant les éléments suivants : (i) Une photo de profil (ii) Une section « information » (renseignements personnels et intérêts) (iii) D'autres photos importantes (iv) Des vidéos (v) Une ligne du temps (PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5) *Entrevue* • Poser des questions aux élèves de temps en temps pour vérifier que le travail avance et offrir de l'aide. Prendre note de leur attitude, de leur contribution, du temps qu'ils consacrent à chaque tâche et du travail d'équipe. Quelques exemples de questions : (i) Où en êtes-vous dans votre recherche? (ii) Comment avez-vous réparti les rôles dans le groupe? (iii) Pourquoi avez-vous décidé de réaliser cette étape, de choisir ce graphique ou de vous pencher sur ce cas? (iv) Recueillez-vous des données ou utilisez-vous des données existantes? (v) Quelle est votre prochaine étape? (vi) Avez-vous des problèmes à trouver des renseignements? Éprouvez-vous des difficultés technologiques? (vii) Quelles ressources consultez-vous? (viii) Comment présenterez-vous vos résultats? (ix) Que prévoyez-vous obtenir comme résultats? (x) Avez-vous des questions? (PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 11* PR 2 Choix du thème de recherche MÉ : p. 122-123 GE : p. 122 PR 3 Formulation de l'énoncé de recherche MÉ : p. 170-171 GE : p. 178

Projet de recherche mathématiques

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **PR1 Suite...** **Indicateurs de rendement** PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5 ***Suite***	La collecte de données est divisée en deux catégories : celle des données primaires et celle des données secondaires. Les données primaires sont des données que les élèves recueillent eux-mêmes à l'aide d'enquêtes, d'entrevues ou d'observations directes. Les données secondaires sont des données que les élèves tirent d'une autre source, comme une publication en ligne, un journal ou un magazine. Les élèves doivent vérifier que la source des données est fiable et actuelle. Discutez avec les élèves des avantages et des désavantages de chaque type de données. Le choix du type de données utilisé par les élèves dépendra de leur question de recherche, du temps et des ressources disponibles. Les données représentent de l'information. Elles peuvent consister en un ensemble de descriptions, d'anecdotes, d'opinions ou d'interprétations. Elles peuvent également se rapporter à de l'information qui peut être représentée numériquement, puis arrangée et analysée mathématiquement. L'observation des tendances et des régularités est un aspect important de l'analyse des données. Les élèves peuvent avoir recours à des outils statistiques comme les mesures de tendance centrale, les mesures de dispersion et la distribution normale pour interpréter les données. Ils peuvent organiser et représenter l'information sous forme de listes, de diagrammes, de tableaux, de courbes de distribution ou de graphiques. Selon le projet et la question de recherche, les élèves pourraient utiliser un seul ou plusieurs de ces outils. Lors de la présentation de leur calendrier, il est important de tenir compte du fait que le module sur le raisonnement statistique n'est abordé que plus tard dans le présent cours. Le choix de la mesure de tendance centrale à utiliser (moyenne, médiane ou mode) dépend de la distribution des données. En tant que chercheur, l'élève doit déterminer quelle mesure décrit le mieux les tendances dans la population. Passez en revue les critères suivants sur le choix d'une mesure de tendance centrale en vue de décrire un ensemble de données : • Si toutes les données sont relativement proches, la moyenne donne une bonne représentation de la valeur dont se rapprochent la plupart des données. • Les données aberrantes ont un effet particulièrement important sur la moyenne. Si les données comprennent des données aberrantes, l'élève devrait utiliser la médiane pour éviter de fausser la représentation des données. • S'il est plus important de tenir compte de la fréquence d'un phénomène que de sa valeur, il peut être utile d'employer le mode.

Résultat d'apprentissage général : Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Discussion • Demander aux élèves de se mettre en petits groupes et de discuter de l'importance de la collecte des données, de leur organisation et de leur analyse à l'aide de méthodes statistiques en vue de prédire des résultats. Remarque : La discussion devrait être centrée sur la capacité de repérer des tendances dans les sondages d'opinion, les prix du marché boursier, les taux d'imposition, les statistiques criminologiques, les études scientifiques ou les bulletins météo. Les élèves devraient jauger à quel point les affirmations et les interprétations formulées sont raisonnables. (PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 11*** PR 4 Mise en œuvre de la recherche MÉ : p. 230-231 GE : p. 233 PR 5 Analyse des données MÉ : p. 312-313 GE : p. 295

Projet de recherche mathématiques

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **PR1 Suite...** **Indicateurs de rendement** PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5 ***Suite***	Tant l'étendue que l'écart type peuvent renseigner les élèves sur la distribution des données d'un ensemble; ce sont des mesures de dispersion. L'étendue d'un ensemble de données peut être considérablement modifiée par quelques données aberrantes. L'inconvénient en ce qui concerne l'étendue est qu'elle ne montre pas où se situent la plupart des données d'un ensemble, mais seulement l'écart entre la plus haute et la plus basse des valeurs. L'écart type est la mesure de dispersion la plus fréquemment utilisée dans les analyses statistiques. Il correspond à la distance moyenne entre les données et la moyenne. Lorsque les données sont concentrées autour de la moyenne, les données ne varient pas beaucoup et l'écart type est bas. Lorsque les données sont étalées sur une grande étendue de valeurs, la variation est plus grande et l'écart type est élevé. Les élèves peuvent entrer leurs données dans un tableau de distribution de fréquences, puis créer un histogramme et un polygone de fréquence. Si la distribution des données est proche de la loi normale, les élèves peuvent se baser sur les propriétés de la distribution normale pour analyser leurs données. Il est important que l'enseignant tienne compte des options suivantes en vue d'organiser ou de planifier les présentations des élèves : • *Exposition mathématique* : Les présentations des élèves pourraient se faire selon le modèle d'une expo-science, d'un salon du patrimoine ou autre forum où les travaux des élèves sont présentés. Ce serait une bonne occasion d'inviter les professeurs d'autres matières et les membres de la collectivité à prendre connaissance des projets des élèves et à les évaluer. Ce format permet à un grand nombre de projets d'être évalués en peu de temps. • *Présentation en classe* : Les élèves peuvent présenter leur projet à leurs pairs pendant le cours. • *Présentation vidéo* : Les élèves peuvent présenter leur projet sous forme de vidéo pendant le cours. Le but du projet est de donner aux élèves l'occasion de faire part de leur apprentissage à d'autres et de faire preuve de créativité dans leur présentation.

Résultat d'apprentissage général : Développer une appréciation du rôle des mathématiques dans la société.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Ci-dessous, une rubrique modèle qui pourrait être utilisée en vue d'évaluer les présentations.

	4	3	2	1
Contenu	Fournit des renseignements approfondis sur le sujet, avec détails et exemples Montre une excellente connaissance du sujet	Fournit les renseignements essentiels sur le sujet Montre une bonne connaissance du sujet	Fournit les renseignements essentiels sur le sujet, avec une ou deux erreurs factuelles Montre une bonne connaissance du sujet	Présente un contenu minime avec plusieurs erreurs factuelles Montre une bonne connaissance du sujet
Sujet	Établit un lien fort entre le sujet de recherche et les mathématiques	Établit un bon lien entre le sujet de recherche et les mathématiques	Établit un lien entre le sujet de recherche et les mathématiques	N'établit aucun lien entre le sujet de recherche et les mathématiques
Organisation	Procède selon une progression logique des idées et du contenu	Procède selon une progression logique des idées et du contenu, avec quelques exceptions mineures	Procède selon une organisation partielle des idées, mais avec des transitions inadéquates et confuses	Procède sans aucune structure logique apparente
Diagrammes et illustrations	Utilise des supports visuels appropriés qui facilitent grandement la compréhension	Utilise généralement des supports visuels appropriés qui facilitent généralement la compréhension	Utilise de façon abusive des supports visuels inappropriés qui ne facilitent pas la compréhension	Utilise peu ou pas de supports visuels
Présentation	Capable de répondre aux questions et comprend bien le sujet.	Capable de répondre à la plupart des questions et comprend assez bien le sujet	Capable de répondre à certaines questions, mais comprend partiellement le sujet	Incapable de répondre aux questions et comprend mal le sujet
Sources	Les sources respectent les quatre critères : diversité fiabilité pertinence solidité	Les sources respectent 3 des quatre critères : diversité fiabilité pertinence solidité	Les sources respectent 2 des quatre critères : diversité fiabilité pertinence solidité	Les sources respectent 1 des quatre critères : diversité fiabilité pertinence solidité

(PR1.1, PR1.2, PR1.3, PR1.4, PR1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4 - Projet de recherche
Mise en œuvre de la recherche

MÉ : p. 230-231

GE : p. 233

5 - Projet de recherche
Analyse des données

MÉ : p. 312-313

GE : p. 295

6 - Projet de recherche
Identification de sujets controversés

MÉ : p. 390-391

GE : p. 350

7 - Projet de recherche
Produit final et exposé

MÉ : p. 438-439

GE : p. 416

8 - Projet de recherche
Critique des projets de recherche par les pairs

MÉ : p. 510-511

GE : p. 493

Propriétés des angles et des triangles

Durée suggérée : 13 heures

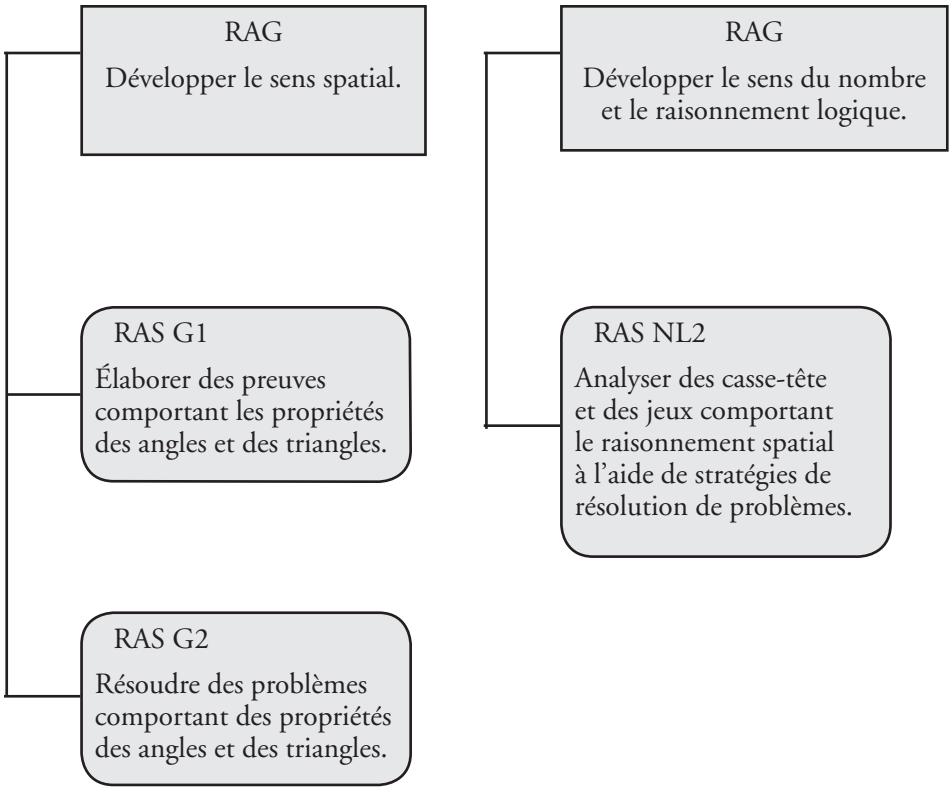
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves identifieront les relations entre les mesures des angles formés par deux droites parallèles coupées par une sécante. Ils devront aussi établir par déduction les propriétés des angles d'un triangle et d'autres polygones.

Les élèves étudieront également diverses méthodes pour démontrer que deux triangles sont congruents, information qu'ils utiliseront pour construire des preuves géométriques.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
	Géométrie	
	G1 Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V] G2 Résoudre des problèmes comportant des propriétés des angles et des triangles. [L, RP, V]	
	Nombre et logique	Raisonnement logique
	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles.

[L, R, V]

Indicateur de rendement

G1.1 *Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, des règles générales portant sur les relationsentre des paires d'angles formés par des droites parallèles et des sécantes, avec ou sans l'aide de la technologie.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 6e année, les élèves ont appris que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° (6FE2). Au moyen d'un raisonnement par déduction, ils tenteront maintenant de prouver que ce théorème est vrai de tous les triangles. En 7e année, ils ont appris à reconnaître ce qu'étaient une droite parallèle et une droite perpendiculaire, et ils ont employé diverses méthodes pour dessiner un segment de droite perpendiculaire (ou parallèle) à un segment donné (7FE3). Les élèves ont été initiés aux angles plats en 6e année, mais ils ne connaissent pas encore les angles complémentaires, supplémentaires et les angles opposés par le sommet. Ils sont toutefois familiers avec la congruence, terme exploré dans leurs travaux sur les polygones congruents.

Les élèves doivent avoir le temps de réfléchir sur les points suivants et d'en discuter :

- Où trouve-t-on des droites parallèles dans la vraie vie?
- Donnez aux élèves un exemple de situation où il est essentiel que des lignes soient parallèles. Qu'arriverait-il si elles ne l'étaient pas?

Les élèves doivent d'abord apprendre ce qu'est une sécante avant d'explorer les multiples propriétés des angles. Les questions suivantes peuvent alimenter la discussion :

- Combien d'angles sont formés si une sécante croise deux droites parallèles?
- Demandez aux élèves de mesurer tous les angles et de prendre note des régularités qu'ils observent. Quels angles sont égaux? Lesquels sont supplémentaires? S'agit-il d'un exemple de raisonnement par induction?

Nommez les angles et demandez aux élèves de généraliser les relations existantes lorsque des droites parallèles sont coupées par une sécante. Demandez-leur de formuler des hypothèses et de faire part de leurs réponses au reste de la classe.

- Les angles correspondants sont égaux.
- Les angles opposés par le sommet sont égaux.
- Les angles alternes-internes sont égaux.
- Les angles alternes-externes sont égaux.
- Les angles internes correspondants sont supplémentaires.

Même si nous venons d'exposer toutes les relations entre les angles, les élèvent utiliseront d'abord les angles opposés par le sommet et les angles correspondants afin de prouver par déduction la mesure des autres angles traités plus loin dans ce module. Les élèves ont généralement peu de difficulté à identifier les angles correspondants; c'est pourquoi cette étape sera le point de départ à la démonstration de la mesure des autres types d'angles.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Créer à l'aide de ruban adhésif deux droites parallèles coupées par une sécante sur le plancher. Les élèves doivent travailler en équipe de deux. L'élève A doit se tenir sur l'angle, et l'élève B choisit une carte qui indique à l'élève A de se déplacer sur un angle adjacent, un angle opposé par le sommet, etc. Les coéquipiers changent ensuite de rôle après cinq coups.

(G1.1)

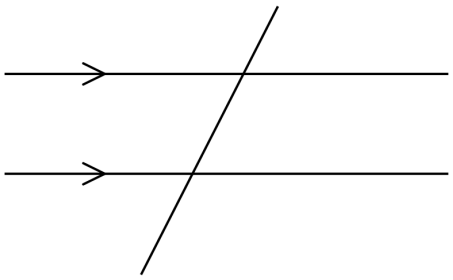
Journal

- Demander aux élèves de trouver un objet de leur environnement qui illustre deux droites parallèles coupées par une sécante. Ils dessinent ensuite cet objet et soulignent les diverses paires d'angles formées par l'objet.

(G1.1)

Papier et crayon

- Soit un ensemble de droites parallèles coupées par une sécante. Demandez aux élèves d'identifier les huit angles qui sont créés, d'indiquer les paires d'angles égaux et de nommer les relations entre les angles.



(G1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.1 Exploration des droites parallèles

Manuel de l'élève (MÉ) : p. 70-72
Guide d'enseignement (GE) : p. 70-75

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

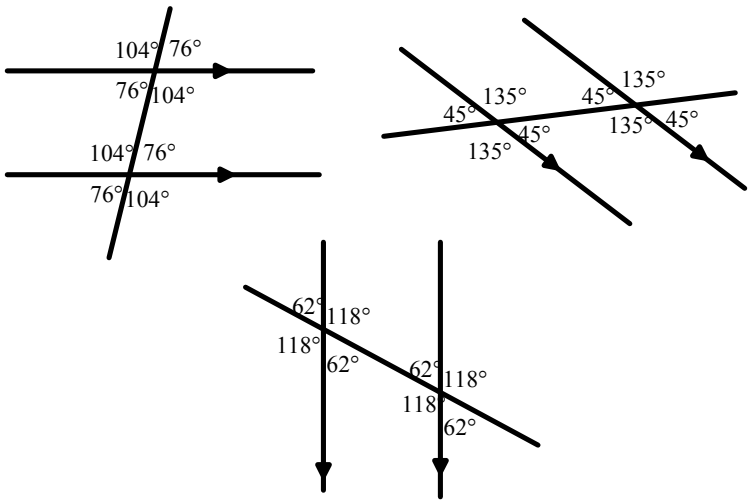
G1 Suite...

Indicateur de rendement

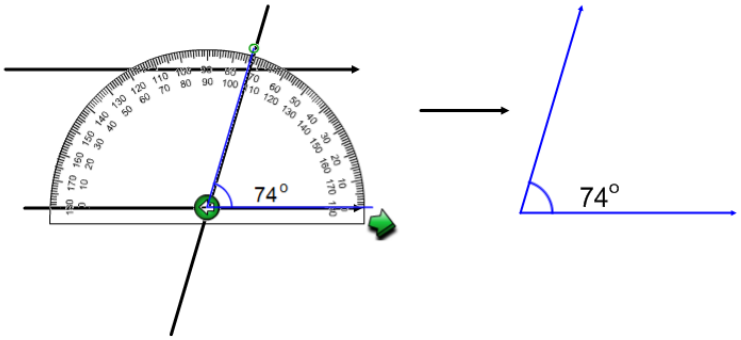
G1.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Des logiciels comme FX Draw[MD] et Geometer's Sketchpad[MD] peuvent également servir à l'apprentissage des relations entre les angles. La construction d'un modèle géométrique est tout aussi bonne pour l'apprentissage qu'une analyse du modèle. Cette solution de rechange à la méthode papier et crayon génère un environnement dynamique dans lequel les élèves peuvent faire des explorations interactives et généraliser les relations entre les paires d'angles formés par des sécantes traversant des droites parallèles.



Un tableau blanc interactif pourrait également servir à expliquer ces relations. Les élèves pourraient employer un rapporteur d'angle interactif pour mesurer tous les angles.



Après avoir étudié plusieurs exemples, les élèves peuvent tirer leurs conclusions à propos des relations entre les angles.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Observation • Demander aux élèves de trouver des exemples de droites parallèles coupées par une sécante autour de l'école, par exemple les lignes délimitant un espace de jeu dans le gymnase ou les motifs des carreaux du plancher de la classe. Les élèves pourraient tracer les lignes sur du papier et ensuite mesurer les angles à l'aide d'un rapporteur d'angle afin de trouver les relations entre les angles. (G1.1)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 11* **2.1 Exploration des droites parallèles** MÉ : p. 70-72 GE : p. 70-75

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

Indicateurs de rendement

G1.1 *Suite*

G1.2 *Vérifier, à l'aide d'exemples, que les propriétés des angles ne s'appliquent pas si des droites ne sont pas parallèles.*

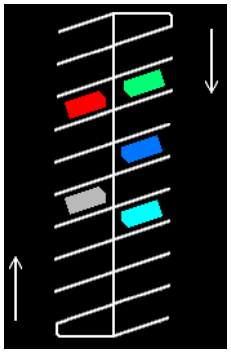
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Une autre activité possible serait de demander aux élèves d'étudier ces angles dans un contexte de stationnement. Il serait avantageux pour les élèves si le stationnement en question ne comportait pas uniquement des angles droits. Lorsque les travailleurs peignent les lignes d'un stationnement, ils veulent tracer des lignes qui sont parallèles les unes par rapport aux autres. Les lignes d'un stationnement sont donc un bel exemple des relations entre les angles créés par les droites parallèles et une sécante.

À l'aide de craies, les élèves peuvent déterminer divers types d'angles dans le stationnement de l'école. Cette activité pourrait également se tenir dans un gymnase où les places de stationnement seraient représentées par les lignes de ruban adhésif sur le sol. Les élèves pourraient ensuite mesurer les angles et déterminer lesquels sont égaux et lesquels sont supplémentaires.

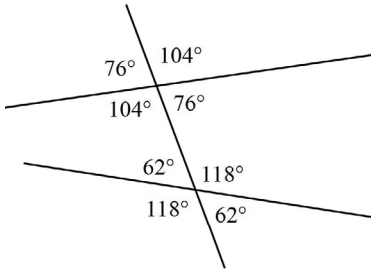
À ce stade, il serait judicieux d'alimenter une discussion entre les étudiants et de leur poser les questions suivantes :

- Pourquoi les lignes parallèles d'un stationnement seraient-elles coupées par des sécantes qui ne forment pas des angles droits?
- Pourquoi la circulation dans les stationnements ne se ferait-elle qu'à sens unique?



Demandez aux élèves si leur hypothèse au sujet des angles s'applique à une sécante coupant une paire de droites non parallèles. Encouragez-les à construire des droites non parallèles au moyen de la technologie et d'utiliser le rapporteur d'angle pour mesurer les angles.

Les élèves doivent se rendre compte que les propriétés des angles ne s'appliquent pas à une sécante qui coupe une paire de droites non parallèles, sauf pour les angles opposés par le sommet.



Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

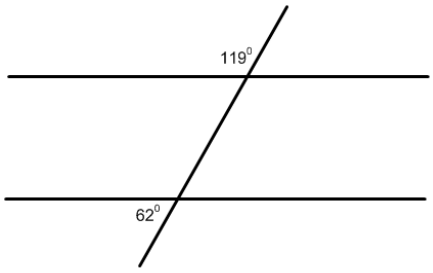
Performance

- Regrouper les élèves en équipes de trois ou quatre et leur demander de tracer cinq ensembles de droites coupées par une sécante. Les quatre premiers ensembles devront être composés de droites non parallèles coupées par une sécante, les droites se rapprochant de plus en plus du parallélisme à chaque ensemble. Le cinquième ensemble doit représenter une paire de parallèles coupée par une sécante. Les élèves doivent identifier les ensembles de 1 à 5 et mesurer la même paire d'angles alternes-internes. Également, les élèves devront calculer la somme des angles externes correspondants de chacun des ensembles et noter leurs résultats dans un tableau structuré. Après avoir analysé les résultats dans leur tableau et en avoir discuté, ils devront tirer des conclusions à propos de la mesure des angles alternes-internes et de la somme des angles externes correspondants dans le cas de droites non parallèles et de droites parallèles.

(G1.2)

Papier et crayon

- Inviter les élèves à déterminer si les droites ci-dessous sont parallèles et à expliquer leur raisonnement.



(G1.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.1 Exploration des droites parallèles

MÉ : p. 70-72
GE : p. 70-75

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G2 Résoudre des problèmes comportant des propriétés des angles et des triangles.

[L, RP, V]

Indicateur de rendement

G2.1 *Construire des droites parallèles en n'utilisant qu'un compas ou un rapporteur et expliquer la stratégie.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves auront l'occasion de tracer des droites parallèles et de vérifier les relations entre les angles étudiés précédemment. Ils peuvent utiliser toute une gamme de méthodes visant à confirmer que les droites sont parallèles (p. ex. compas, rapporteur d'angle, ou pliage de papier avec rapporteur d'angle).

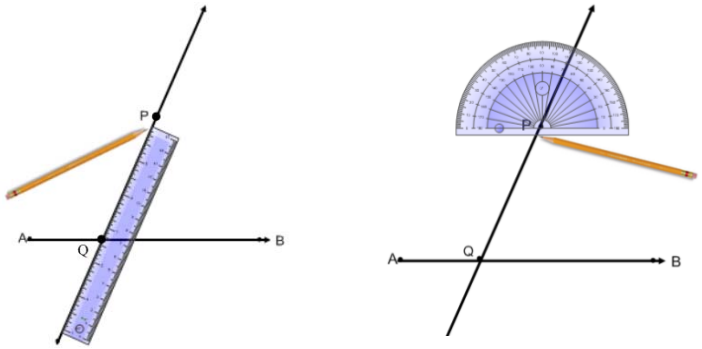
Utilisez les exemples suivants :

- À l'aide d'un rapporteur d'angle

Étape 1 : Tracer la ligne AB et placer le point P au-dessus de la ligne

Étape 2 : Tracer la ligne passant par le point P et coupant AB. Identifier l'intersection en tant que point Q.

Étape 3 : À l'aide d'un rapporteur d'angle, mesurer $\angle PQB$. Ensuite, former un angle ayant la même mesure au point P.



- À l'aide du pliage de papier et d'un rapporteur d'angle

Étape 1 : Prendre une feuille de papier vierge et la plier en deux

Étape 2 : Plier la feuille encore une fois en deux.

Étape 3 : Déplier la feuille et tracer une ligne dans deux des plis au moyen d'une règle et d'un rapporteur d'angle.

Étape 4 : Tracer une sécante.

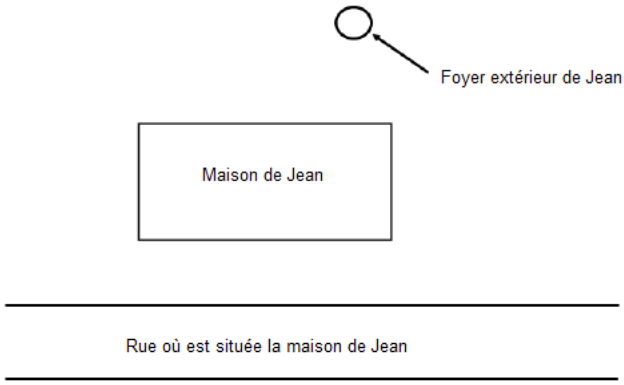
On doit encourager les élèves à vérifier si les droites sont parallèles en mesurant les angles qu'ils ont créés (angles correspondants, angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles alternes-externes et angles internes correspondants).

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

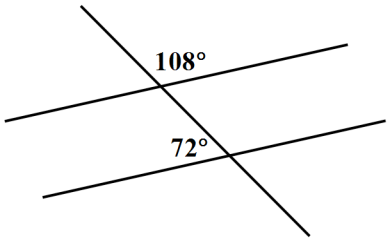
- Jean construit une clôture dans sa cour et veut qu'elle soit parallèle à sa maison. À l'aide du schéma ci dessous, déterminez à quel endroit il devrait construire la clôture.



(G2.1)

Journal

- Demander aux élèves combien de relations faut-il établir entre les angles pour prouver que les droites sont parallèles.



(G2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.2 Angles formés par des droites parallèles

MÉ : p. 73-85
GE : p. 76-86

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

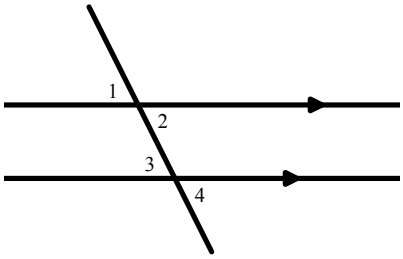
Indicateurs de rendement

G1.3 *Démontrer, à l'aide du raisonnement déductif, les propriétés des angles formés par des droites parallèles et des sécantes, y compris la somme des angles d'un triangle.*

G1.4 *Identifier et corriger toute erreur dans une démonstration d'une propriété comportant des angles.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

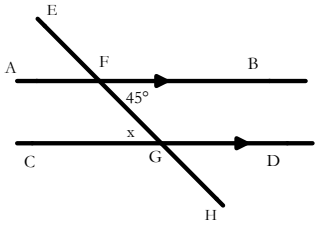
Les élèves ont étudié les relations des angles formés par deux droites parallèles coupées par une sécante. Ils doivent maintenant utiliser leurs connaissances sur les angles correspondants, les angles opposés par le sommet et les angles supplémentaires afin de démontrer les autres relations, comme celles des angles alternes-internes. La preuve sous forme d'un tableau à deux colonnes et la preuve sous forme de texte comptent parmi les techniques de preuve le plus couramment utilisées en ce qui concerne les propriétés des angles formés par une sécante coupant deux droites parallèles. L'enseignant pourrait demander aux élèves de formuler une hypothèse sur les angles alternes-externes formés par une sécante coupant deux droites parallèles. Les élèves pourraient alors énoncer que les angles alternes-externes sont égaux et utiliser ce qui suit pour le prouver.



Affirmation	Justification
$\angle 1 = \angle 2$	Angles opposés par le sommet
$\angle 2 = \angle 4$	Angles correspondants
$\angle 1 = \angle 4$	Propriété transitive

Les élèves gagnent à analyser des solutions fautives et à expliquer comment les erreurs ont été faites et comment les rectifier. Cet exercice renforce leurs connaissances à l'égard des relations entre les angles étudiés tout au long de ce module. Les élèves devraient être en mesure de repérer et de corriger les erreurs, comme celles dans l'exemple qui suit.

Trouver la mesure de x.



Affirmation	Justification
$\angle BFG = 45°$	Donné
$\angle BFG = \angle FGD$	Les angles internes correspondants sont égaux.
$\angle FGD + \angle FGC = 180°$ $\angle FGC = 180° - \angle FGD$ $= 180° - 45°$ $= 135°$	Angles supplémentaires (angles formant une ligne droite)

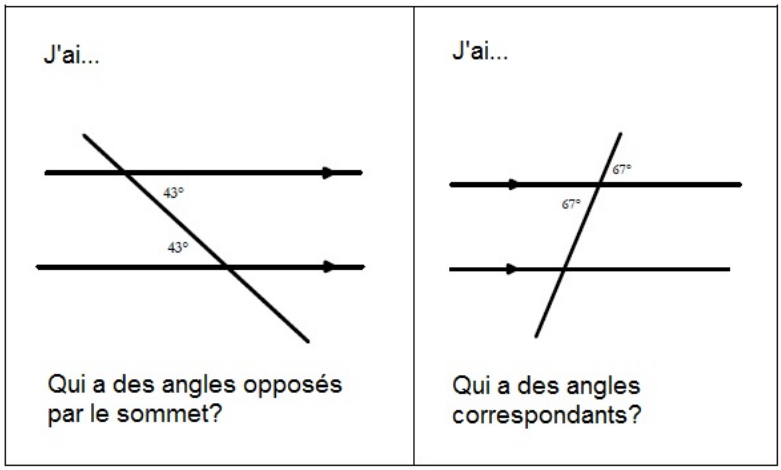
Les étudiants devraient savoir que les angles internes correspondants ne sont pas égaux. Ce sont des angles supplémentaires.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Les élèves peuvent être groupés en équipes de six pour jouer au jeu « J'ai… qui a ». Chaque joueur reçoit une carte comme celle-ci :



  Le premier joueur commence le jeu en identifiant la paire d'angles illustrée sur son schéma et en lisant l'énoncé « qui a… » au bas de la carte. Les autres élèves doivent alors regarder leur carte pour voir qui a la carte illustrant cette paire d'angles. Le jeu continue jusqu'à ce que ce soit de nouveau au premier joueur de jouer.

(G1.3)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de construire un organisateur graphique exposant les relations entre :
  - (i) les angles opposés par le sommet
  - (ii) les angles alternes-internes
  - (iii) les angles alternes-externes
  - (iv) les angles correspondants
  - (v) les angles internes correspondants
  - (vi) les angles externes correspondants

(G1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.2 Angles formés par des droites parallèles

MÉ : p. 73-85
GE : p. 76-86

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G2 Suite...

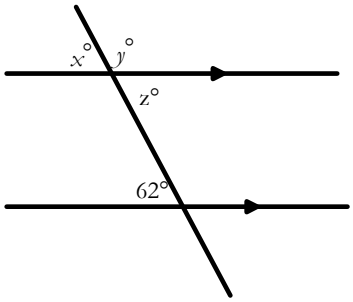
Indicateurs de rendement

G2.2 *Déterminer les mesures d'angles manquantes dans un schéma comportant des droites parallèles, des angles et des triangles, et justifier le raisonnement.*

G2.3 *Déterminer si des droites sont parallèles étant donné la mesure d'un angle à chacune des intersections des droites et de la sécante.*

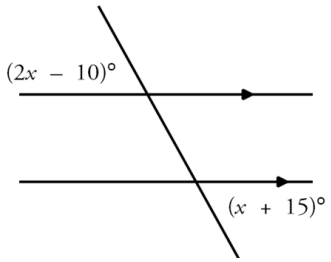
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves des schémas dans lesquels ils doivent déterminer les mesures d'angles inconnues en utilisant les relations étudiées jusqu'à présent. Prendre l'exemple suivant :



Donnez l'occasion aux élèves de travailler à rebours afin de déterminer à partir de mesures d'angles données si les droites sont parallèles. Il arrive souvent que les élèves commettent l'erreur de penser que des droites sont parallèles en fondant leur raisonnement uniquement sur le fait que des angles opposés par le sommet sont égaux.

Les élèves pourraient pousser plus loin l'exercice en étudiant des problèmes où la mesure des angles est exprimée sous la forme de variables. Les élèves devront alors résoudre une équation linéaire. Ils devront déterminer la valeur de x et ensuite trouver les mesures des angles au moyen de la méthode par substitution. Le graphique suivant serait un bon exemple.

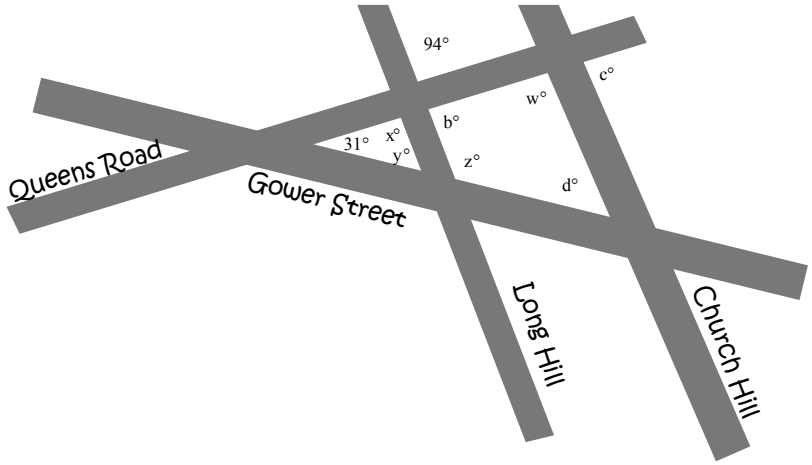


Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Si les rues Long Hill et Church Hill sont parallèles, demander aux élèves de déterminer les valeurs manquantes de la carte suivante.



(G2.2)

- Inviter les élèves à dessiner une carte sur laquelle figurent des droites parallèles coupées par une sécante. Fournir au moins la mesure d'un angle et formuler une question permettant de déterminer la mesure des autres angles.

(G2.2)

Observation

- Remettez aux élèves la carte d'une ville pour qu'ils déterminent si on y trouve des droites parallèles.

(G2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.1 Exploration des droites parallèles

MÉ : p. 70-72
GE : p. 70-75

2.2 Angles formés par des droites parallèles

MÉ : p. 73-85
GE : p. 76-86

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G2 Suite...

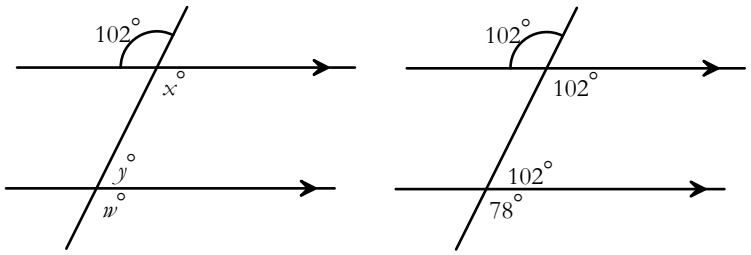
Indicateurs de rendement

G2.4 *Identifier et corriger toute erreur dans une solution d'un problème comportant des mesures d'angles manquantes.*

G2.5 *Résoudre un problème contextualisé comportant des angles ou des triangles.*

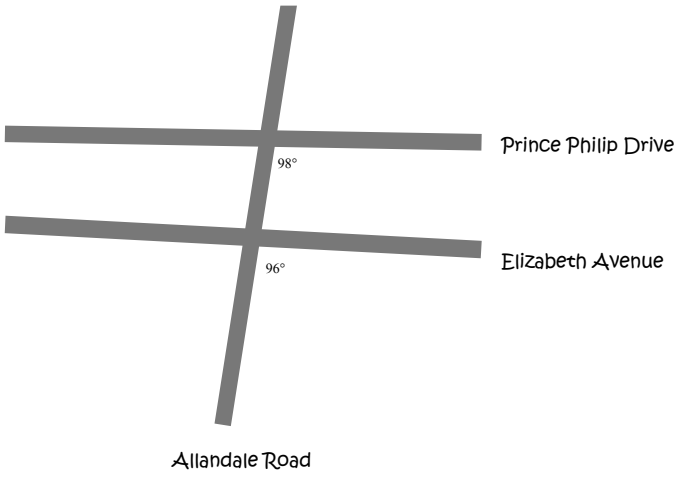
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Chez les élèves, une erreur courante consiste à mal identifier une paire d'angles, ce qui mène à des mesures erronées. Par exemple, un élève pourrait établir que des angles internes situés du même côté sont égaux plutôt que supplémentaires. Les élèves doivent être en mesure de repérer et de corriger le type d'erreurs contenues dans l'exemple suivant.



Les élèves doivent avoir l'occasion de résoudre des problèmes qui mettent en lien les mathématiques et leur environnement. Prenez l'exemple suivant :

Imagine que Prince Philip Drive et Elizabeth Avenue soient des routes bien droites et qu'elles soient croisées par Allandale Road à des angles de 98° et de 96°, comme l'illustre la carte ci-dessous. Si les rues se poursuivaient en ligne droite, finiraient-elles par se croiser? Explique ton raisonnement.

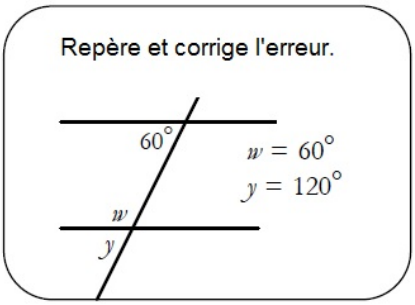


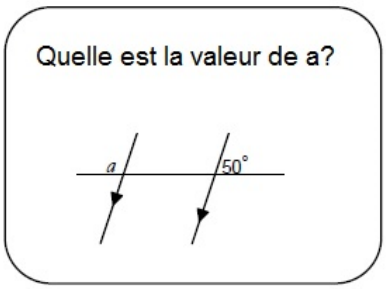
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

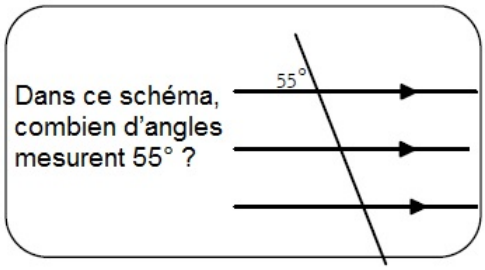
Stratégies d'évaluation

Performance

- Quiz-Quiz-Trade : Chaque élève reçoit une carte sur laquelle figure un problème. La solution est inscrite au verso. En équipe de deux, le partenaire A pose la question au partenaire B qui, lui, doit répondre. Ensuite, ils inversent les rôles et recommencent. Enfin, les partenaires échangent leur carte et se trouvent un nouveau partenaire. Voici à quoi ressemblent les cartes :







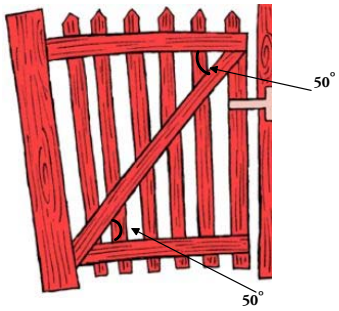
(G2.2, G2.4)

Observation

- Monter des centres d'expérimentation dans la classe qui présentent des problèmes déjà résous sur la mesure des angles. En carrousel, les élèvent doivent circuler d'un centre à l'autre afin de cerner et de corriger les erreurs.(G2.4)

Papier et crayon

- Demander aux élèves si la mesure de l'angle donné prouve que les droites sont parallèles. Ils doivent justifier leur réponse.



(G2.4, G2.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.1 Exploration des droites parallèles

MÉ : p. 70-72
GE : p. 70-75

2.2 Angles formés par des droites parallèles

MÉ : p. 73-85
GE : p. 76-86

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1, G2 Suite...

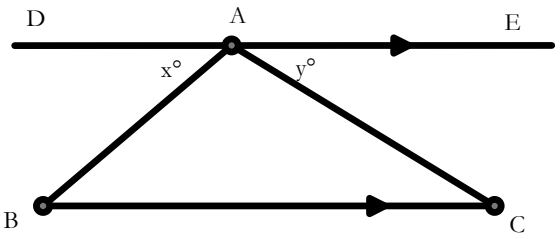
Indicateurs de rendement

G1.3 *Suite*

G2.2 *Suite*

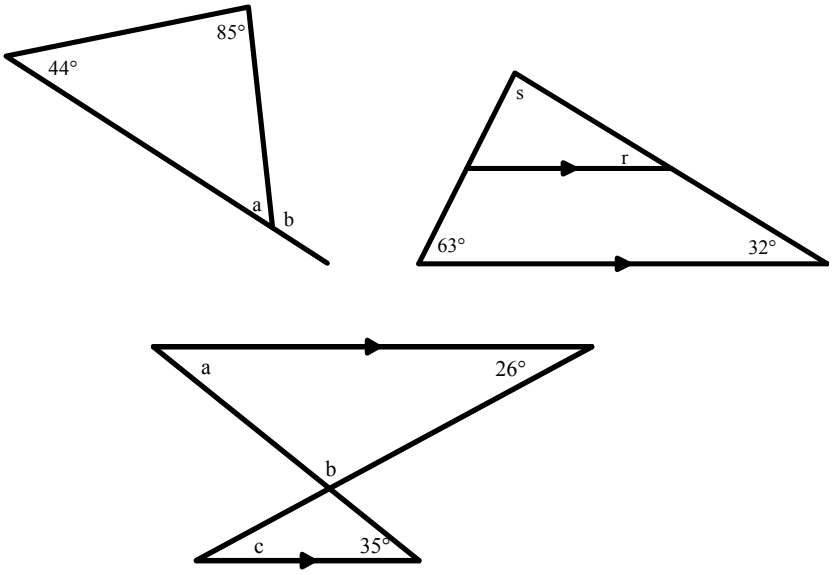
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En raisonnant par déduction, les élèves doivent démontrer que la somme des angles internes de tout triangle donne 180°. L'enseignant peut orienter les élèves en leur faisant d'abord tracer un triangle et, ensuite, une droite qui est parallèle à un des côtés du triangle et tangente à un des sommets.



Les élèves devraient être en mesure de démontrer l'hypothèse à l'aide des propriétés des angles formés par des droites parallèles et une sécante.

Plus tôt dans cette section, les élèves ont étudié des schémas dans lesquels ils devaient déterminer les mesures d'angles manquants formés par des droites parallèles et une sécante. Ils continueront de trouver les mesures d'angles manquants, mais à l'intérieur de triangles. Voir les exemples ci-dessous :



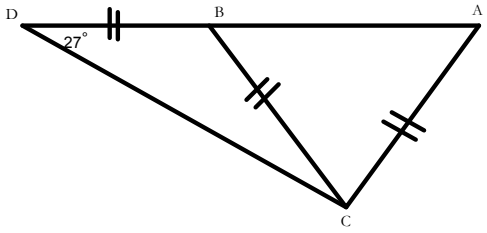
Les élèvent devraient être amenés à étudier des exemples où les angles sont représentés par des variables faisant partie d'une équation linéaire à résoudre. Par exemple, dans le ΔABC, si $\angle A = 6x - 30$, $\angle B = -x + 50$ et $\angle C = 3x$, quelle est la valeur de $\angle A$?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

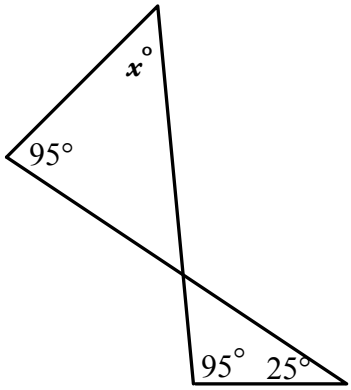
- Demander aux élèves de trouver la mesure de l'angle A et d'expliquer leur raisonnement.



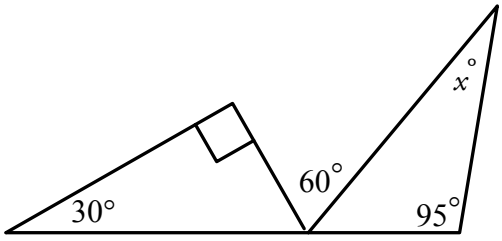
(G1.3, G2.2)

- Demander aux élèves de trouver les mesures manquantes :

(i)



(ii)



(G1.3)

Journal

- Selon Marc, si un triangle est obtusangle, deux de ses angles sont aigus. Demander aux élèves s'ils conviennent de cet énoncé et leur demander de justifier leur réponse.

(G1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.3 Propriétés des angles dans les triangles

MÉ : p. 86-93
GE : p. 87-93

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

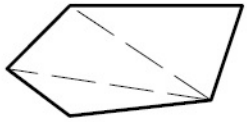
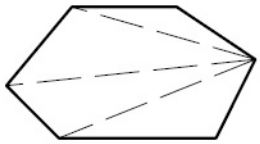
Indicateur de rendement

G1.5 *Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale portant sur la relation entre la somme des angles intérieurs et le nombre de côtés d'un polygone ayant n côtés avec ou sans technologie.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

À l'aide d'une représentation visuelle, les élèves doivent pouvoir distinguer un polygone convexe d'un polygone non convexe (concave). Cela dit, la présente section est axée sur les polygones convexes.

Encouragez les élèves à découvrir la relation entre la somme des angles internes et le nombre de côtés d'un polygone convexe à l'aide de l'énoncé sur la somme des angles. Ils savent que la somme des angles internes d'un triangle est égale à 180°. Ils peuvent donc séparer chaque polygone en triangles en traçant des diagonales et en s'aidant du tableau suivant. Chaque sommet d'un triangle doit être un sommet du polygone original.

Nombre de côtés	Schéma	Nombre de triangles formés	Somme des angles
4		2	360°
5		3	540°
6		4	720°

Cet exercice vise principalement à faire comprendre aux élèves que la somme des angles du polygone augmente de 180° à mesure que s'ajoute un côté. Ils devraient également se rendre compte que le nombre de triangles formés est toujours inférieur de 2 au nombre de côtés du polygone. Encouragez les élèves à mettre au point une formule à l'aide de ces informations sur les mesures des angles internes d'un polygone, soit $S = 180°(n - 2)$, où S représente la somme des angles internes et n, le nombre de côtés du polygone.

Si le polygone est régulier, les élèves devraient être capables de mesurer chacun des angles intérieurs en se fondant sur ce qu'ils ont appris sur la somme des angles d'un polygone. À titre d'activité supplémentaire, demandez aux élèves d'étudier la somme des mesures des angles externes d'un polygone.

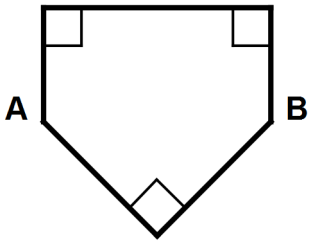
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre les problèmes suivants.

  (i) Au baseball, le marbre ressemble à l'image ci dessous et possède trois angles droits et deux autres angles congruents (A et B). Détermine la mesure de $\angle A$ de $\angle B$



(G1.5)

  (ii) À l'aide d'au moins trois exemples, démontre par induction que les hypothèses concernant la somme des angles internes d'un polygone s'appliquent aux polygones convexes.

(G1.5)

  (iii) La longueur d'un côté d'un polygone régulier mesure 3 cm. Si la somme des angles internes est 3240°, quel est le périmètre du polygone?

(G1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée
Principes mathématiques 11

2.4 Propriétés des angles dans les polygones

MÉ : p. 94-103
GE : p. 94-104

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

Indicateur de rendement

G1.6 *Démontrer, à l'aide du raisonnement déductif, que deux triangles sont congruents.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont étudié les triangles similaires. Ils ont également exploré le concept de polygones congruents (9FE3). Cependant, le terme « congruent » et son emploi à l'égard des triangles congruents doivent être revus.

Si deux triangles sont congruents, alors leurs parties correspondantes sont congruentes. Poussez les élèves à s'interroger sur l'information minimum requise pour prouver la congruence de deux triangles. L'activité suivante les aidera à conceptualiser les triangles congruents.

- Fournir aux élèves des cure-pipes ou des pailles de différentes longueurs pour représenter les côtés d'un triangle.
- Demander aux élèves de construire deux triangles différents à l'aide de leurs cure-pipes ou pailles et de tracer l'intérieur sur une feuille de papier.
- Demander ensuite aux élèves de mesurer les côtés et les angles de chaque triangle à l'aide d'une règle et d'un rapporteur d'angle.

Demandez aux élèves si leur construction est identique à l'original et s'ils ont pris en compte l'orientation des triangles.

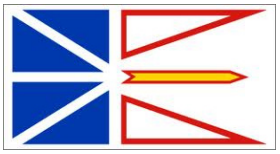
Les élèves devraient remarquer que peu importe où ils ont placé les côtés, il s'agit d'un triangle congruent. Cet exercice mènera à une discussion sur la relation côté-côté-côté (CCC) des triangles congruents.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

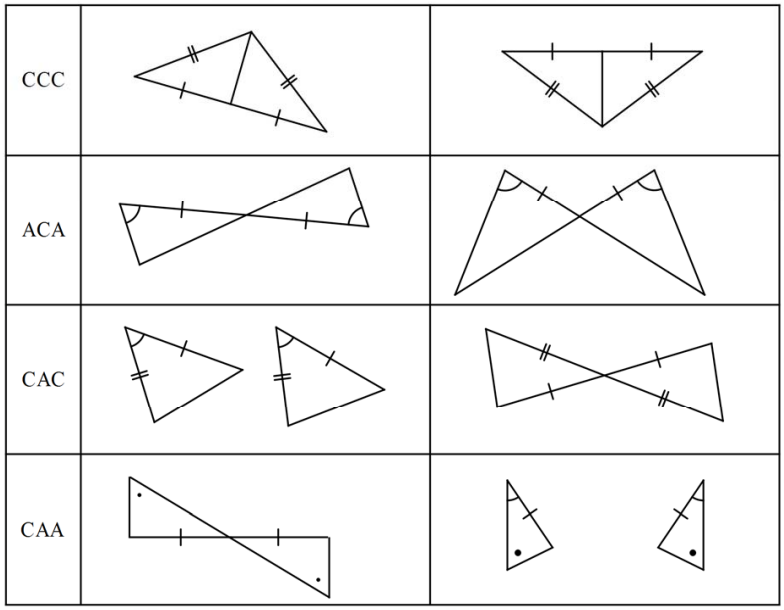


(i) Combien y a-t-il de triangles dans le drapeau de Terre-Neuve-et-Labrador?
(ii) Trouvez des paires de triangles congruents et démontrez qu'il s'agit bien de triangles congruents.

(G1.6)

Performance

- Inviter les élèves à participer à un jeu de mémoire où ils doivent trouver trois cartes correspondantes. Une des cartes énoncera un postulat sur les triangles congruents (CCC, CAC, etc.) et les deux autres cartes illustreront des triangles satisfaisant à ces postulats. En équipe de deux et à tour de rôle, les joueurs essaieront de trouver les trois cartes correspondantes de chaque postulat. Le joueur ayant amassé le plus de cartes à la fin du jeu gagnera la partie.



(G1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.5 Exploration des triangles congruents

MÉ : p. 104-106
GE : p. 105-110

2.6 Preuve de la congruence des triangles

MÉ : p. 107-123
GE : p. 111-136

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

Indicateur de rendement

G1.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

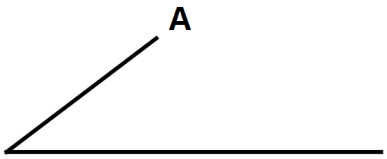
Les élèves doivent encore poursuivre leur exploration en étudiant la relation angle-côté-angle (ACA), la relation côté-angle-côté (CAC) et la relation côté-angle-angle (CAA). Orientez les élèves à l'aide des questions suivantes :

Ces propriétés permettent-elles de construire des triangles congruents? Quels sont les trois éléments d'information requis pour démontrer la congruence des triangles?

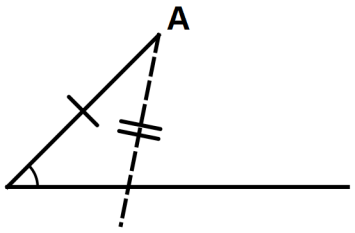
À l'aide de l'approche exploratoire, les élèves auraient dû se rendre compte qu'il existe quatre raccourcis permettant de prouver la congruence des triangles : CCC, CAC, ACA, CAA. Si l'on connaît seulement la longueur des trois côtés d'un triangle, on ne peut construire qu'un seul triangle. Par conséquent, tous les triangles construits selon ces dimensions seront congruents (propriété CCC).

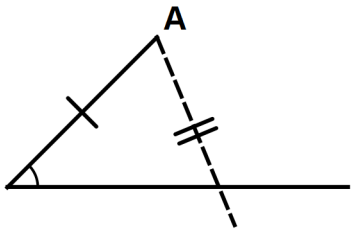
Allouez assez de temps aux élèves pour qu'ils puissent bien analyser ces raccourcis. Les élèves pourraient déterminer que la propriété CCA ne s'applique qu'au triangle rectangle, relation désignée en tant que théorème-hypoténuse-côté. Bien que ce théorème ne fasse pas partie du présent objectif, il serait souhaitable de discuter de son application au triangle rectangle.

- Sur un tableau blanc, dessiner un schéma comme celui donné ci-dessous



- Placer un morceau de ficelle au point A. Démontrer aux élèves que deux triangles non congruents peuvent être formés.





Grâce à cette construction, les élèves devraient apprendre que connaître seulement la propriété côté-côté-angle (CCA) ne fonctionne pas parce que le côté inconnu pourrait être placé à deux endroits différents.

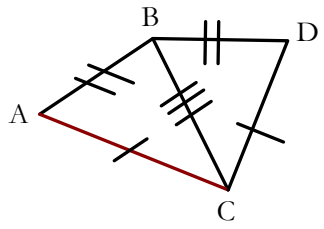
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Organiser l'activité suivante, appelée *Conception de carreau*, qui consiste à créer un carreau d'environ 8 cm sur 8 cm. Le design du carreau doit contenir les triangles suivants :
  - deux triangles obtusangles dont la congruence est démontrée par la propriété ACA,
  - deux triangles scalènes dont la congruence est démontrée par la propriété CCC,
  - deux triangles droits isocèles dont la congruence est démontrée par la propriété CAC,
  - deux triangles acutangles dont la congruence est démontrée par la propriété CAA,
  - un triangle équilatéral.

  Le carreau devrait donc être composé d'un schéma de neuf triangles reliés (c'est à dire que les deux triangles acutangles ne peuvent tenir lieu des deux triangles scalènes). Les élèves doivent identifier les paires de triangles de la manière ci-dessous.



$\overline{AB} \cong \overline{DB}$

$\overline{AC} \cong \overline{DC}$

$\overline{BC} \cong \overline{BC}$

$\Delta ABC \cong \Delta DBC$

Les deux triangles scalènes sont congruents en raison de la relation CCC.

(G1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.5 Exploration des triangles congruents

MÉ : p. 104-106
GE : p. 105-110

2.6 Preuve de la congruence des triangles

MÉ : p. 107-123
GE : p. 111-136

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G1 Suite...

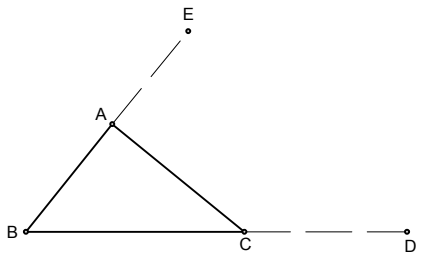
Indicateur de rendement

G1.6 *Suite*

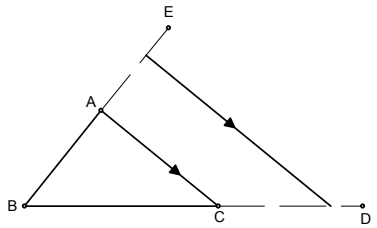
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Étudiez maintenant la relation angle-angle-angle (AAA).

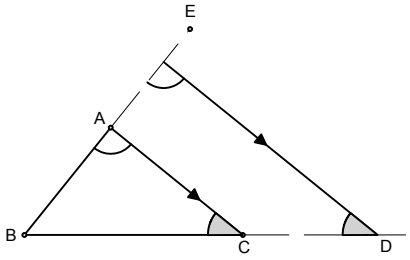
- Tracer le triangle ABC et faire dépasser les lignes de deux côtés du triangle.



- Tracer une ligne parallèle à AC.



- À l'aide du théorème sur les droites parallèles, identifier les angles correspondants.



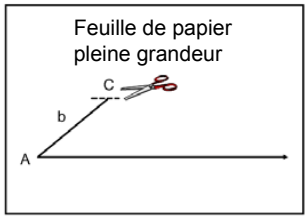
- Le schéma illustre donc deux triangles, mais ΔABC et ΔEBD ne sont manifestement pas congruents.

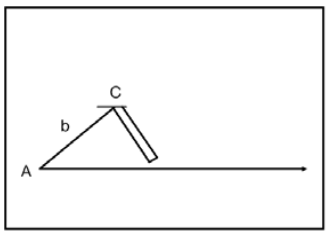
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Performance/Observation

- Fournir ou demander aux élèves de dessiner un schéma semblable au suivant. Couper une fente assez longue dans la feuille au point C pour y insérer une mince bande de papier. La bande représente le côté a du triangle. Insérer la bande dans la fente au point C comme illustré.





Après avoir inséré la bande, les élèves explorent différentes longueurs pour le côté a en tirant la bande de papier du point C et en la déplaçant vers la gauche et la droite. En observant les élèves, l'enseignant pose les questions suivantes :

(i) Combien de triangles peuvent être formés lorsque la bande est trop courte? (aucun)

(ii) Combien de triangles peuvent être formés lorsque la bande est perpendiculaire au côté c? (un triangle rectangle)

(iii) Créez un triangle à l'aide d'une bande plus longue. Peut-on créer un autre triangle à l'aide d'une bande de même longueur? (deux triangles uniques)

(G1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.5 Exploration des triangles congruents

MÉ : p. 104-106
GE : p. 105-110

2.6 Preuve de la congruence des triangles

MÉ : p. 107-123
GE : p. 111-136

Géométrie

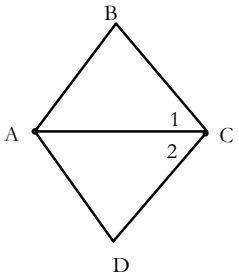
Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **G1 Suite...** **Indicateur de rendement** G1.6 *Suite*	Les élèves devraient apprendre de cette leçon qu'on ne peut pas créer de triangles congruents à partir de la relation angle-angle-angle; toutefois les triangles formés peuvent être similaires. Les élèves se pencheront maintenant sur les preuves géométriques en bonne et due forme. Une représentation visuelle, comme un schéma, aiderait les élèves à assimiler la matière et à cerner d'autres relations, si le cas s'y prête. Il faut rappeler aux élèves que si deux triangles sont congruents, alors leurs parties correspondantes sont également congruentes. Donnez l'occasion aux élèves d'étudier des exemples où les triangles ont un côté en commun.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre le problème suivant.



Si $BC = CD$

$\overline{AC}$ partage $\angle BCD$ en deux parties égales

Démontrez que $\Delta ABC \cong \Delta ADC$

(G1.6)

Performance

- Pour cette activité, il faut écrire dix ensembles de preuves géométriques, les découper et les placer dans des enveloppes distinctes. Les élèves doivent être groupés en équipes de deux ou de trois.

  (i) Distribuer à chaque équipe un schéma et une affirmation à prouver. Les équipes vérifieront ensuite que la preuve est logique et qu'il n'y a pas d'erreur.

  (ii) Demander aux élèves de découper leur preuve, tout en séparant les affirmations des justifications. Ils doivent mettre les morceaux de papier et leur schéma dans une enveloppe.

  (iii) Les équipes devront échanger leur enveloppe.

  (iv) Les élèves devront maintenant remettre dans l'ordre les pièces du casse-tête en jumelant les affirmations avec les justifications appropriées.

  (v) Un des membres de chaque équipe agira comme secrétaire et écrira la réponse finale du groupe et la remettra à l'enseignant.

  (vi) Lorsqu'une équipe aura terminé avec une preuve, elle remettra le problème dans l'enveloppe et échangera l'enveloppe avec une autre équipe afin de recommencer. Au cours d'une période de classe, chaque équipe devrait avoir le temps de terminer trois ou quatre preuves.

(G1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée
Principes mathématiques 11

2.5 Exploration des triangles congruents

MÉ : p. 104-106
GE : p. 105-110

2.6 Preuve de la congruence des triangles

MÉ : p. 107-123
GE : p. 111-136

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

NL2.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que :*

- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

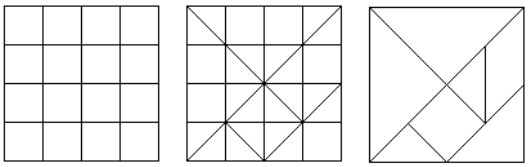
pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

NL2.2 *Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou pour gagner au jeu.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Ce résultat d'apprentissage se poursuit tout au long du cours.

Un tangram est composé de sept formes géométriques, qui peuvent être obtenues en coupant un carré.

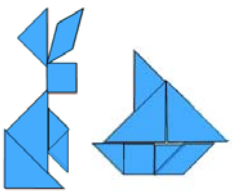


Le présent tangram est composé de sept polygones, soit un carré, un parallélogramme et cinq triangles. Ce type de casse-tête est prisé parce qu'il combine la géométrie et l'art. Les pièces qui s'emboîtent pour former un carré peuvent être agencées pour constituer d'innombrables figures.

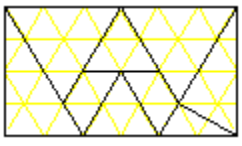
Les élèves devront découper les pièces à l'aide d'un modèle. Ils pourraient également utiliser une version interactive en ligne ou une application. Invitez les élèves à jouer au tangram afin d'améliorer leur capacité de raisonnement et leurs compétences en géométrie. Aidez les élèves à cerner ce qu'ils devraient essayer de trouver, grâce aux questions suivantes.

- Le tangram possède-t-il des caractéristiques particulières?
- De combien de façons chacun des morceaux peut-il être placé? Par exemple, deux triangles congruents pourraient servir à former une zone carrée du tangram.
- Qu'arrive-t-il si le parallélogramme subit une rotation? Le résultat est-il le même s'il est renversé?

Comme autre exercice, demandez aux élèves de travailler à rebours et de créer leur propre forme à l'aide des morceaux du tangram. Ils devront utiliser les sept morceaux. Invitez les élèves à donner à leur pièce un titre évocateur de l'objet ou du schéma représenté, et à l'exposer dans la classe. Voici quelques exemples :



Les élèves peuvent également utiliser les morceaux d'un tangram pour former d'autres figures géométriques, comme un rectangle. L'image qui suit est un exemple d'un tangram à neuf morceaux.



Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves d'écrire quelques lignes sur leur raisonnement lorsqu'ils travaillent avec des tangrams. Les questions suivantes pourraient les aider :

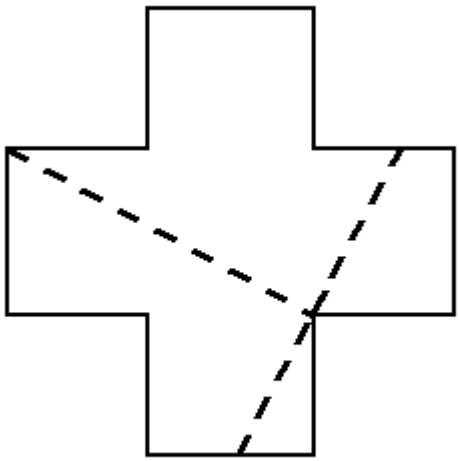
  (i) Quels conseils donnerais-tu à quelqu'un qui n'arrive pas à assembler une forme avec les pièces du tangram?

  (ii) Pour créer ta figure, est-ce que tu as dû faire glisser, renverser ou faire pivoter sur eux mêmes des morceaux du tangram?

  (NL2.1, NL2.2)

Performance

- Demander aux élèves de découper ce schéma et ensuite de le découper le long des pointillés pour créer quatre morceaux. Ils doivent maintenant former un carré à l'aide de ces morceaux.



(NL2.1, NL2.2)

- Inviter les élèves à créer une forme unique à partir du tangram classique à sept morceaux ou d'un autre type de tangram, comme celui à neuf morceaux. Ils doivent expliquer comment ils ont créé leur forme et indiquer le type de tangram utilisé.

  (NL2.1, NL2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

2.2 Angles formés par des droites parallèles
MÉ : p. 73-85
GE : p. 76-86

Trigonométrie dans le triangle acutangle

Durée suggérée : 9 heures

Aperçu du module

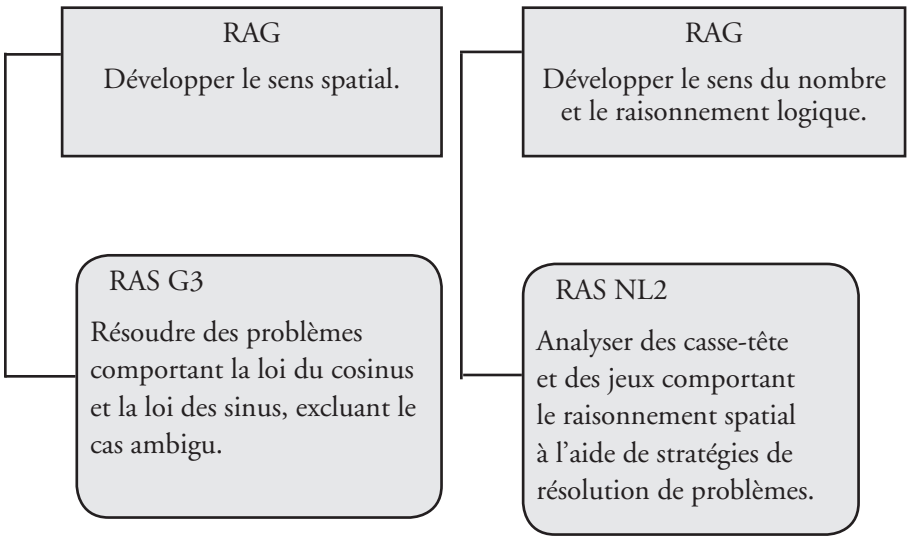
Orientation et contexte

Jusqu'à maintenant, les élèves ont eu recours aux rapports trigonométriques de base pour résoudre des problèmes portant sur les triangles rectangles. Dans le présent module, ils utiliseront la loi du sinus et la loi du cosinus pour résoudre des problèmes portant sur les triangles acutangles, cas ambigu exclu.

Les élèves appliqueront la loi du sinus et la loi du cosinus pour déterminer la mesure des côtés et des angles inconnus dans des triangles acutangles. Ils devront également expliquer pourquoi il convient d'utiliser une loi plutôt que l'autre.

Les élèves seront enfin appelés à résoudre des problèmes comportant plus d'un triangle. Pour ce faire, ils combineront diverses stratégies : rapports trigonométriques de base, théorème de Pythagore, somme des angles d'un triangle, loi du sinus, loi du cosinus.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Mesure	Géométrie	
M4 Développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles. [C, L, R, RP, T, V]	G3 Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, excluant le cas ambigu. [L, R, RP]	
	Nombre et logique	Raisonnement logique
	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G3 Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, excluant le cas ambigu.

[L, R, RP]

Indicateur de rendement

G3.1 *Tracer un schéma pour représenter un problème comportant la loi du cosinus ou la loi des sinus.*

G3.2 *Résoudre un problème contextuel nécessitant l'utilisation de la loi des sinus (excluant le cas ambigu) ou la loi des cosinus et expliquer le raisonnement*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cadre du cours de mathématiques 1231, les élèves ont eu recours aux trois rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour déterminer la mesure des côtés et des angles inconnus dans des triangles rectangles. Dans ce module, ils verront la loi des sinus et la loi du cosinus et ils les appliqueront en contexte de résolution de problèmes.

Les élèves ont été exposés à la trigonométrie des triangles rectangles pour résoudre des problèmes de triangles rectangles. Avant de présenter la loi des sinus, il pourrait être utile de revoir les rapports trigonométriques de base.

La loi des sinus nous permet de résoudre des triangles qui sont des triangles acutangles, mais pas nécessairement des triangles rectangles. La loi des sinus est une relation de proportions entre chaque côté d'un triangle et son angle opposé :

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

La loi des sinus peut également être exprimée ainsi :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Les élèves appliqueront la loi des sinus pour déterminer les longueurs des côtés et les mesures d'angles inconnus de triangles acutangles et de triangles rectangles. Invitez-les à faire des schémas et à y indiquer les données connues et inconnues. On ne s'attend pas ici à ce que les élèves abordent le cas ambigu lorsqu'ils utilisent la loi des sinus. Ce cas survient lorsqu'on connaît la longueur de deux côtés et la mesure d'un angle non compris.

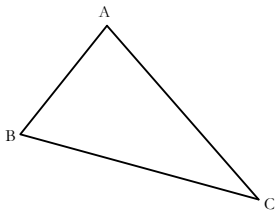
Demander aux élèves quelles données sont nécessaires pour résoudre des problèmes à l'aide de la loi des sinus. La loi des sinus est la relation du sinus d'un angle par rapport à la longueur de son côté opposé. Les élèves doivent comprendre que la loi des sinus ne fonctionne pas si tous les angles d'un triangle sont inconnus ou si un angle et son côté opposé ne sont pas donnés.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Remettre aux élèves un triangle. Les élèves en mesurent les côtés et les angles à l'aide d'une règle et d'un rapporteur d'angle. En faisant appel au raisonnement inductif, ils doivent démontrer la loi des sinus.



	Mesure		Mesure		Calcul
$\angle$A		côté *a*			$\frac{\sin A}{a}$
$\angle$B		côté *b*			$\frac{\sin B}{b}$
$\angle$C		côté *c*			$\frac{\sin C}{c}$

Demander aux élèves quelle régularité qu'ils remarquent dans le tableau.

(G3.1)

Journal

- Demander aux élèves :

  Combien de données sur la longueur des côtés et la mesure des angles d'un triangle a-t-on besoin pour résoudre le triangle à l'aide de la loi des sinus? Quelles combinaisons de données fonctionneront?

(G3.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.1 Exploration des relations entre les côtés et les angles dans les triangles acutangles

Manuel de l'élève (MÉ) :
p. 130-131
Guide d'enseignement (GE) :
p. 143-147

3.2 Preuves et application de la loi du sinus

Manuel de l'élève (MÉ) :
p. 132-143
Guide d'enseignement (GE) :
p. 148-154

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

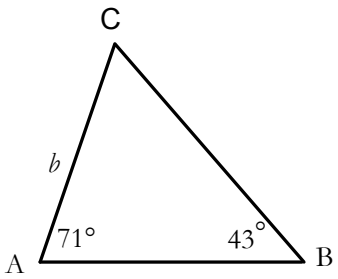
G3 Suite...

Indicateur de rendement

G3.1, G3.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque les élèves utilisent la loi des sinus, il arrive parfois qu'ils se trompent en identifiant l'angle opposé à un côté. Pour éviter que cette erreur ne se produise, conseillez-leur de tracer des flèches dans leur croquis pour relier l'angle et son côté opposé. Il est aussi possible que les élèves commettent des erreurs lorsqu'ils font la multiplication croisée des rapports. Par exemple, en manipulant l'équation $\frac{\sin A}{12} = \frac{\sin 30°}{4}$, les élèves pourraient se tromper et écrire $4 \sin A = \sin 360°$. L'enseignant doit insister sur l'importance des parenthèses : $4(\sin A) = 12(\sin 30°)$. Une autre erreur fréquemment commise par les élèves consiste à croire, à tort, qu'ils n'ont pas suffisamment d'information pour utiliser la loi des sinus alors qu'ils connaissent la mesure de deux angles et du côté reliant ces angles. Exemple :



$c = 12$

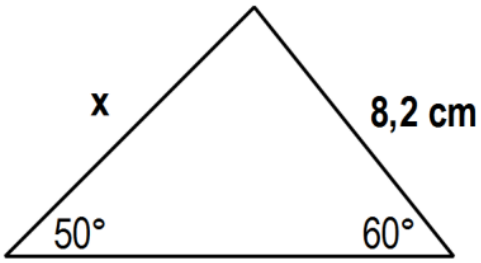
Les élèves peuvent se reporter à la propriété selon laquelle la somme des angles d'un triangle est 180° pour trouver la mesure de $\angle C$, soit 66°. Ils peuvent ensuite recourir à la loi des sinus pour calculer la longueur du côté AC. Encouragez les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse. Par exemple, si $\angle C$ est légèrement plus petit que $\angle A$, on peut s'attendre à ce que le côté AB soit un peu plus court que le côté CB. Les élèves peuvent aussi se poser les questions suivantes : Le côté le plus court est-il à l'opposé du plus petit angle? Le côté le plus long est-il à l'opposé de l'angle le plus grand?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

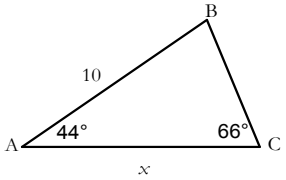
Papier et crayon

- Soit le diagramme ci-dessous. Un élève a utilisé la loi des sinus et trouvé que *x* égale 7,5 cm. Sans faire de calcul, expliquer s'il est possible que l'élève ait la bonne réponse.



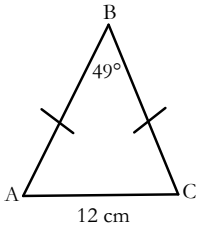
(G3.1)

- Demander aux élèves de résoudre les problèmes ci-dessous :
  (i) Deux personnes regardent un avion dans le ciel, l'une suivant un angle d'élévation de 44°et l'autre, suivant un angle d'élévation de 66°. Si la première personne se situe à 10 km de l'avion, quelle est la distance qui sépare les deux personnes?



(G3.1, G3.2)

  (ii) Quelle est la longueur des côtés inconnus dans le triangle isocèle ci-dessous?



(G3.1, G3.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.1 Exploration des relations entre les côtés et les angles dans les triangles acutangles

MÉ : p. 130-131
GE : p. 143-147

3.2 Preuves et application de la loi du sinus

MÉ : p. 132-143
GE : p. 148-154

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G3 Suite...

Indicateurs de rendement

G3.1, G3.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La loi du cosinus peut servir à déterminer la mesure d'un côté ou d'un angle inconnu dans un triangle acutangle. Continuez d'encourager les élèves à faire un croquis illustrant l'information connue et les variables inconnues pour résoudre le problème. Demandez aux élèves quelle est l'information qu'il faut connaître pour pouvoir recourir à la loi du cosinus. Ils doivent explorer pourquoi la loi du cosinus est la seule option possible pour trouver un angle inconnu lorsqu'on connaît la mesure de trois côtés ou lorsqu'on connaît la mesure de deux côtés et de l'angle compris entre ces deux côtés.

Les élèves peuvent exprimer la formule sous différentes formes pour trouver les longueurs inconnues des côtés d'un triangle :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Lorsque la longueur des trois côtés d'un triangle est connue, les élèves utiliseront la loi des cosinus pour trouver un des angles. Certains élèves pourraient manipuler l'équation pour trouver un des angles du triangle. D'autres pourraient substituer les valeurs inconnues dans la loi des cosinus, puis manipuler l'équation pour trouver l'angle. Ils doivent prendre conscience qu'ils ont le choix lorsqu'ils essaient de trouver un deuxième angle. Ils peuvent utiliser la loi des cosinus ou la loi des sinus. Les élèves doivent ensuite se rendre compte que le troisième angle peut être calculé à l'aide de la somme des angles d'un triangle.

Lorsqu'ils résolvent des triangles, encourager les élèves à se poser les questions suivantes :

- Quelles sont les données connues?
- Quelle est la variable cherchée?
- Avec les données connues, faut-il utiliser la loi des sinus ou la loi du cosinus? Est-ce que j'ai le choix?
- Quelle forme de la loi du cosinus dois-je utiliser pour trouver le côté inconnu? Quelle forme dois-je utiliser pour trouver l'angle inconnu?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Remettre aux élèves plusieurs problèmes leur permettant de s'exercer à appliquer la loi des sinus. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes pendant qu'ils s'emploient à résoudre les problèmes :
  (i) Quelle est la donnée inconnue? S'agit-il d'un angle ou d'un côté?
  (ii) Comment peux-tu t'y prendre pour isoler la donnée inconnue?
  (iii) Comment peux-tu faire les calculs?
  (iv) Comment sais-tu s'il faut utiliser le sinus ou l'inverse du sinus?
  (v) Ta conclusion permet-elle de répondre à la question posée?

(G3.1, G3.2)

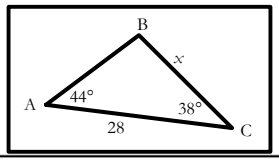
Journal

- Explique pourquoi la loi du cosinus permet de valider le théorème de Pythagore si l'angle compris entre les deux côtés connus mesure 90°.

(G3.2)

Performance

- Dans l'activité qui suit, les élèves classeront une série de cartes en fonction d'une stratégie de résolution : loi des sinus, loi du cosinus, théorème de Pythagore, rapports trigonométriques. Chaque carte illustre un triangle dans lequel certaines mesures d'angle ou longueurs de côté sont données. L'élève doit déterminer la stratégie permettant de trouver l'angle ou le côté inconnu puis placer la carte dans la case correspondante de la grille. L'élève doit expliquer son raisonnement.

Théorème de Pythagore	Loi des sinus 
Loi du cosinus	Rapports trigonométriques de base

(G3.1, G3.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.1 : Exploration des relations entre les côtés et les angles dans les triangles acutangles

MÉ : p. 130-131
GE : p. 143-147

3.2 Preuves et application de la loi du sinus

MÉ : p. 132-143
GE : p. 148-154

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G3 Suite...

Indicateur de rendement

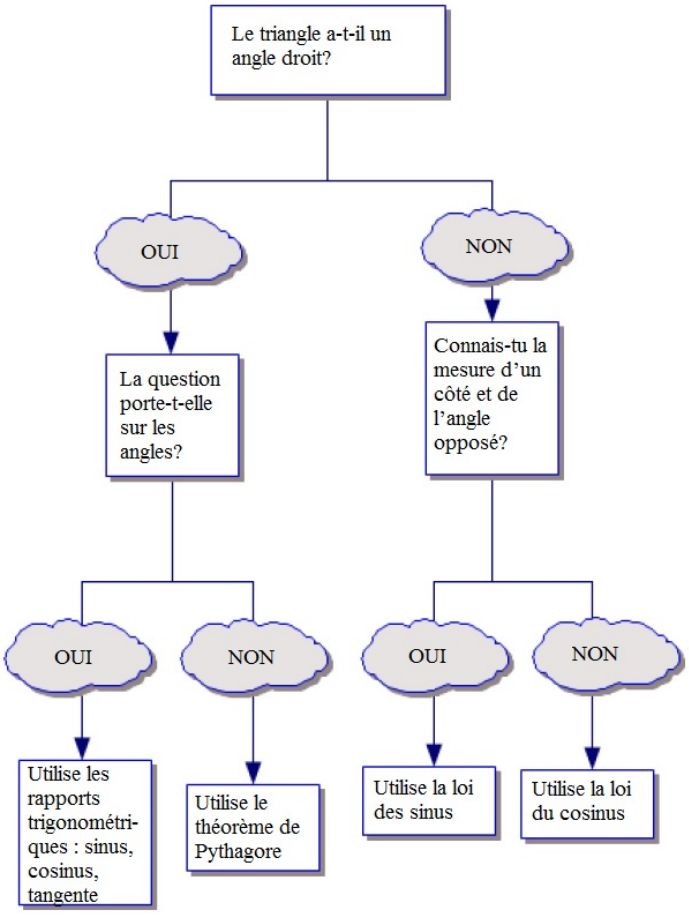
G3.1, G3.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés sont connus, l'élève peut recourir à la loi du cosinus et à la loi des sinus pour déterminer la longueur du troisième côté. Il peut aussi choisir d'appliquer deux fois la loi des sinus. Présentez aux élèves de nombreux exemples afin qu'ils puissent trouver la méthode qui leur convient le mieux.

Lorsque les élèves manipulent la loi du cosinus, ils commettent parfois des erreurs dans l'ordre des opérations. Une erreur fréquente de la part des élèves consiste à simplifier une équation telle que $a^2 = 365 - 360 \cos 70°$ sous la forme $a^2 = 5\cos 70°$. Pour éviter les erreurs de ce genre, l'enseignant doit rappeler aux élèves que la multiplication s'effectue avant la soustraction.

Demandez aux élèves de créer un organisateur graphique qui les aidera à choisir la méthode la plus efficace pour trouver la mesure d'un angle ou d'un côté inconnu dans un triangle.



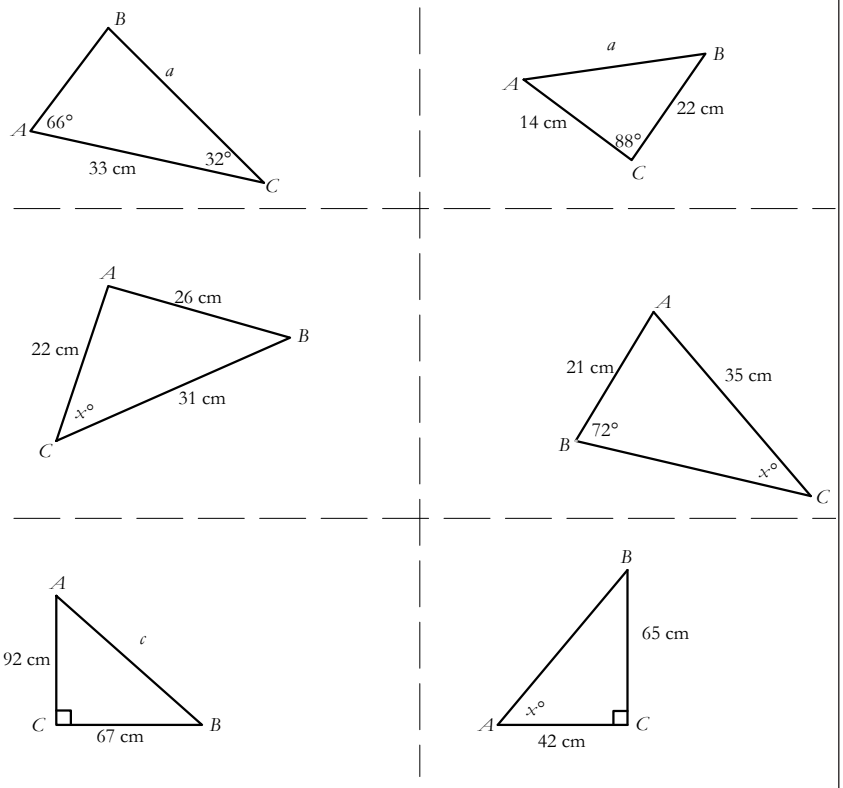
Les élèves doivent comprendre qu'on suppose ici que les données nécessaires pour appliquer la méthode proposée par l'organisateur graphique sont mentionnées dans le reste du problème.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Dans l'activité qui suit (les quatre coins), les élèves sont appelés à réfléchir à la méthode qu'ils utiliseraient pour résoudre un triangle. Dans chaque coin de la classe, fixer une étiquette au mur: loi des sinus, loi du cosinus, théorème de Pythagore, rapports trigonométriques. Remettre un triangle à chaque élève. L'élève détermine quelle méthode il utiliserait pour trouver l'angle ou le côté inconnu puis il se dirige vers le coin de la classe correspondant à la stratégie en question. Les élèves discutent ensuite des raisons pour lesquelles cette stratégie particulière est celle qui convient le mieux à leur triangle. Voici des exemples de triangles :



(G3.1, G3.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.3 Preuves et application de la loi du cosinus

MÉ : pp.144-153
GE : pp.155-162

Géométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

G3 Suite...

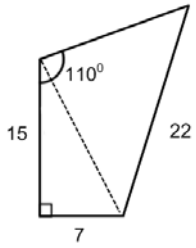
Indicateur de rendement

G3.3 *Résoudre un problème contextualisé comportant plus d'un triangle.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves se sont familiarisés avec la loi des sinus, la loi du cosinus, les rapports trigonométriques de base, le théorème de Pythagore et la somme des angles d'un triangle. Ils devront peut être recourir à l'une ou l'autre de ces stratégies, ou à une combinaison de stratégies, pour résoudre des problèmes comportant un ou plusieurs triangles.

Donnez-leur l'exemple d'un terrain de jeux quadrilatéral qui doit être entouré d'une clôture. Demandez aux élèves de calculer la longueur de cette clôture.



Discutez avec les élèves des diverses méthodes possibles et de la méthode la plus efficace. Demandez aux élèves en quoi le fait de remplacer l'angle droit par un angle aigu (50° par exemple) dans la figure modifiera leur stratégie.

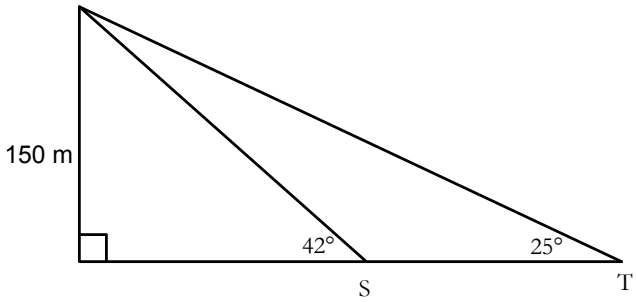
Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves:

  Une cheminée a une hauteur de 150 mètres. Deux observateurs, l'un au point S et l'autre au point T, regardent le sommet de la cheminée suivant un angle d'élévation de 42° et de 25° respectivement. Quelle est la distance qui sépare les deux observateurs?



(G3.3)

Présentation

- Demander aux élèves de trouver une situation concrète où il faut recourir à la loi des sinus, à la loi des cosinus ou à ces deux lois combinées pour résoudre un problème. Les élèves présentent leur problème à la classe, discutent de la méthode à employer pour le résoudre, puis le résolvent.

(G3.1, G3.2, G3.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.3 Preuves et application de la loi du cosinus

MÉ : p. 144-153
GE : p. 155-162

3.4 Résolution de problèmes à l'aide de triangles acutangles

MÉ : p. 154-164
GE : p. 163-168

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies derésolution de problèmes.

[L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

NL2.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que :*

- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

NL2.3 *Identifier et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un casse-tête ou une stratégie pour gagner à un jeu.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Voici des exemples de casse-tête et de jeux axés sur le raisonnement spatial :

Jeux de société

(i) Jenga[MD]

(ii) Battleship[MD]

(iii) Checkers[MD]

(iv) Connect Four[MD]

(v) Mancala[MD]

Jeux en ligne

(i) Assemble the Square[MD]

(ii) Fifteen Puzzles[MD]

(iii) Tower of Hanoi[MD]

(iv) Rush Hour[MD]

(v) Tetris[MD]

(vi) Nim[MD]

(vii) Mahjong Tiles[MD]

(viii) Tilt[MD]

Jeux sur papier

(i) Sprouts[MD]

(ii) Pipelayer[MD]

(iii) Capture[MD]

Jeux vidéo

(i) Tanzen[MD]

(ii) Jeu de bille Wii Fit[MD)]

L'enseignant peut organiser des kiosques de jeux et de casse-tête. Voici quelques conseils.

- Selon la nature du jeu, certains postes peuvent en accueillir plusieurs tandis que d'autres peuvent ne contenir qu'un jeu qui demande plus de temps que les autres.
- Divisez les élèves en petits groupes. Faites-les changer de poste à intervalles réguliers.

Vous devriez planifier le calendrier et la méthode d'intégration du présent résultat d'apprentissage sur l'ensemble du cours. Les élèves peuvent avoir un choix de trois ou quatre jeux à différents moments, comme au début ou à la fin de chaque module ou au cours d'un jour de la semaine donné. Les élèves pourraient jouer une fois leur travail terminé. Au fur et à mesure qu'ils joueront, les élèves élaboreront de nouvelles stratégies gagnantes.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Voici des exemples de casse-tête séquentiels à proposer aux élèves :
  - (i) Rush hour[MD]
  - (ii) Unblock Me[MD]
  - (iii) Lunar Lockout[MD]
  - (iv) Flipit[MD]
  - (v) Mancala[MD]
- Voici des exemples de casse-tête où il faut réussir à placer les pièces dans un ordre déterminé :
  - (i) Shape by Shape[MD]
  - (ii) Brick by Brick[MD]
  - (iii) Tanzen[MD] (application sur le iPod Touch)

Les élèves peuvent progresser d'un jeu à l'autre seuls ou en équipes de deux. Ils peuvent enregistrer leur progression à l'aide d'un tableau comme celui-ci :

Casse-tête	Résolu?	Remarques ou conseils
1		
2		
3		
4		
5		

(NL2.1, NL2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.4 Résolution de problèmes à l'aide de triangles acutangles

MÉ : p. 165
GE : p. 168-169

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Suite...

Indicateurs de rendement

NL2.1, NL2.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans certaines situations, les élèves peuvent être capables de jouer aux jeux et de résoudre les casse-tête sans toutefois parvenir à cerner une stratégie gagnante. Vous devriez alors travailler avec le groupe et penser à des stratégies à voix haute pour que le groupe puisse entendre votre raisonnement. Demandez l'opinion du groupe sur les actions de jeu et stimulez les discussions sur les actions et les stratégies des autres joueurs.

C'est une bonne idée de faire une liste des jeux auxquels chacun des élèves a joué. Vous pouvez former des équipes d'élèves ayant chacun essayé un jeu différent et demander au groupe de suivre ces instructions :

- Dans tes propres mots, explique les règles du jeu aux autres membres du groupe.
- Fais une démonstration rapide du fonctionnement du jeu.
- Explique la stratégie que tu as employée pour résoudre ce casse-tête ou jouer à ce jeu.
- Quels conseils donnerais-tu aux autres élèves qui essaient de résoudre ce casse-tête ou de jouer à ce jeu?
- Qu'as-tu fait lorsque tu étais bloqué?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Écris tes réflexions pendant que tu résous un casse-tête. Quels casse-tête trouves-tu intéressants? Pourquoi?

  Poser les questions suivantes aux élèves pour orienter leur travail de réflexion :

  (i) Qu'as-tu fait en premier?

  (ii) Comment es-tu parvenu à cette solution?

  (iii) As-tu observé des régularités?

  (iv) Quelles ont été les difficultés?

  (v) Quelles stratégies as-tu employées?

  (NL2.1, NL2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

3.4 Résolution de problèmes à l'aide de triangles acutangles

MÉ : p. 165
GE : p. 168-169

Radicaux

Durée suggérée : 18 heures

Aperçu du module

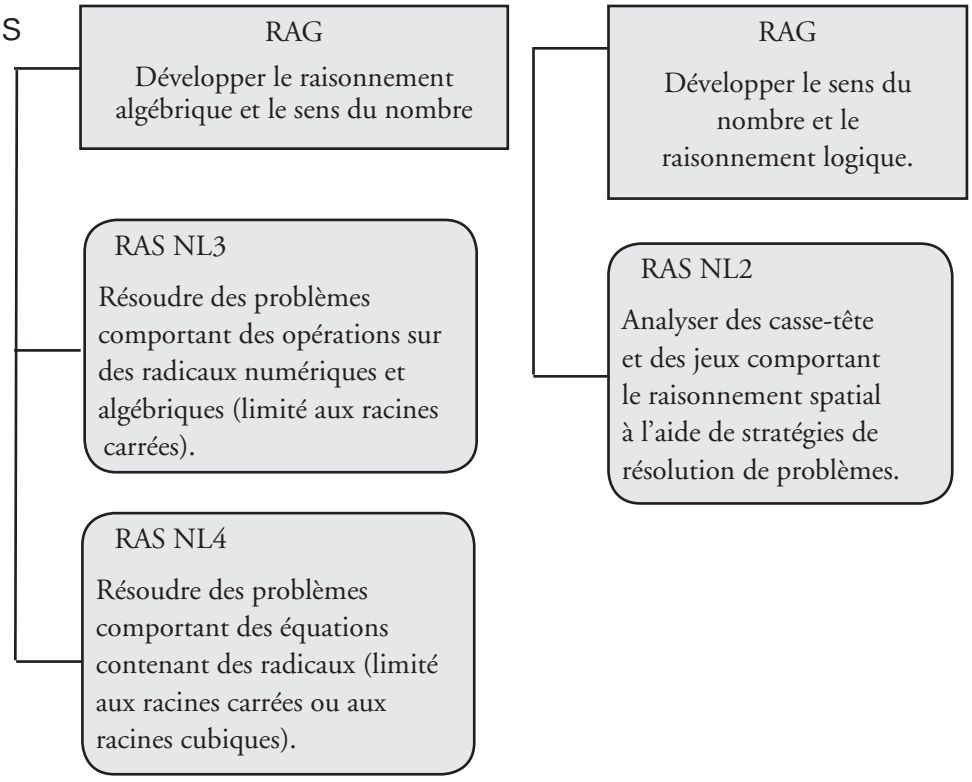
Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves simplifieront les radicaux comportant un radicande numérique. Ils compareront et ordonneront les expressions comportant des radicaux et exprimeront les radicaux sous forme composée ou sous forme entière. Ensuite, les élèves travailleront avec des radicaux contenant des radicandes variables et détermineront les restrictions sur les valeurs de la variable dans l'expression comportant un radical.

Les élèves résoudront des problèmes comportant des opérations sur les radicaux et les expressions comportant des radicaux avec radicandes numériques et variables (limités aux racines carrées). Lorsqu'ils effectuent une opération comportant une division, ils se limiteront aux dénominateurs qui sont des monômes.

Les élèves résoudront ensuite des problèmes comportant des équations contenant des radicaux, limitées aux racines carrées et aux racines cubiques. Ils élèveront soit au carré soit au cube les deux membres de l'équation et résoudront l'équation linéaire résultante. Ils vérifieront ensuite si les valeurs déterminées dans la résolution d'une équation contenant des radicaux sont les racines de l'équation.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Algèbre et nombre	Nombre et logique	
AN1 Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) de nombres entiers positifs en déterminant : • les facteurs (diviseurs) premiers; • le plus grand facteur (diviseur) commun; • le plus petit commun multiple; • la racine carrée; • la racine cubique. [CE, L, R]	NL3 Résoudre des problèmes comportant des opérations sur des radicaux numériques et algébriques (limité aux racines carrées). [CE, L, R, RP]	
	NL4 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées ou aux racines cubiques). [C, R, RP]]	
		Raisonnement logique
	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Résoudre des problèmes comportant des opérations sur des radicaux numériques et algébriques (limité aux racines carrées).

[CE, L, R, RP]

Indicateurs de rendement

NL3.1 *Exprimer, sous forme entière, un radical numérique donné sous forme composée (mixte).*

NL3.2 *Comparer et ordonner des expressions comportant des radicaux numériques.*

NL3.3 *Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical numérique donné sous forme entière.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont appris à déterminer la racine carrée d'un carré parfait et ont travaillé avec des points de repères pour calculer les racines carrées approximatives des nombres rationnels qui ne sont pas des carrés parfaits (9N5, 9N6). Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont travaillé avec des radicaux sous forme composée et sous forme entière, limités aux radicandes numériques (AN2). La notation $\sqrt[n]{x}$ a été introduite, lorsque l'indice du radical était 5 au maximum.

Une partie du présent module consiste à réviser les sujets abordés dans le cours Mathématiques 1231, à l'exception de l'introduction aux racines secondaires (négatives). Veuillez consulter le module Racines et Puissances du cours de Mathématiques 1231 pour avoir de plus amples renseignements sur les stratégies d'enseignement et les erreurs courantes des élèves (AN2.6, AN2.7, AN2.8).

Dans le présent module, les élèves simplifieront les expressions comportant des radicaux avec radicandes numériques et variables puis additionneront, soustrairont, multiplieront et diviseront ces expressions. Lorsqu'il y a une division, ils se limiteront aux dénominateurs qui sont des monômes. Ils détermineront également les valeurs de la variable pour laquelle l'expression comportant un radical est définie.

Les élèves simplifieront les radicaux contenant des radicandes numériques et variables puis exécuteront des opérations avec des radicandes numériques et variables. L'enseignant peut simplifier et effectuer les quatre opérations contenant des radicandes numériques avant de passer aux radicandes variables.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont exprimé un radical soit sous forme composée (mixte) soit sous forme entière, avec des radicandes numériques. Révisez ce concept avec les élèves et insistez pour qu'ils comprennent que les radicandes peuvent se comparer lorsque les radicaux ont le même indice. Il est utile de savoir convertir, sous forme entière, le radical donné sous forme composée, afin de pouvoir l'ordonner et l'estimer sans recourir à la technologie. Demandez aux élèves de déterminer, dans le cas de deux triangles rectangles, l'hypoténuse la plus longue, $3\sqrt{5}$ ou $4\sqrt{3}$. Bien entendu, les élèves pourraient utiliser une calculatrice pour trouver la longueur approximative, néanmoins, ici il convient de réécrire les radicaux numériques dans les formes équivalentes et d'effectuer une comparaison.

Les élèves doivent avoir déjà certaines notions des racines carrées principales et secondaires. Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- Choisissez deux nombres opposés quelconques.
- Élevez-les au carré. Qu'est-ce que vous remarquez?
- Quelles conclusions pouvez-vous tirer concernant la racine carrée d'un nombre positif?

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves d'écrire les expressions suivantes comme des radicaux sous forme composée ou sous forme entière :

  (i) $\sqrt[3]{54}$

  (ii) $4\sqrt[3]{2}$

  (iii) $3\sqrt[5]{2}$

  (NL3.1, NL3.3)

- Demander aux élèves de classer les racines suivantes par ordre croissant :

  $$2\sqrt{5}, \sqrt{59}, 4\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{48}$$

  (NL3.2)

Performance

- Préparer un ensemble de fiches avec divers radicaux comportant des radicandes numériques. Donner une fiche à chaque élève. Former des équipes. Les élèves doivent comparer leurs fiches et les disposer de sorte qu'elles soient en ordre (croissant ou décroissant). L'équipe gagnante est celle qui parvient la première à ordonner correctement les fiches.

  (NL3.2)

- Les élèves peuvent jouer au *Jeu d'appariement des radicaux* par groupes de deux. Donner aux élèves un jeu de fiches contenant des paires qui présentent un nombre équivalent de radicaux sous forme composée et de radicaux sous forme entière. Toutes les fiches doivent être placées face cachée sur la table. Le premier élève retourne deux des fiches à la recherche d'une paire. S'il obtient une paire, il enlève les fiches et ainsi de suite. Si les fiches retournées ne forment pas une paire, c'est le tour de l'autre joueur. Le gagnant est le joueur ayant le plus grand nombre de paires à la fin du jeu.

  (NL3.1, NL3.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

Nota : La ressource simplifie d'abord les radicandes numériques et résout les problèmes comportant des opérations sur ces expressions avant de passer aux radicaux comportant des radicandes variables

4.1 Radicaux sous forme composée et sous forme entière

Manuel de l'élève (MÉ) :
p. 176-183,

Guide d'enseignement (GE) :
p. 195-199

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.1, NL3.2, NL3.3 *Suite*

NL3.4 *Identifier les valeurs de la variable pour laquelle un radical algébrique est défini.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent pouvoir reconnaître que chaque nombre positif a deux racines. Par exemple, la racine carrée de 49 est 7 étant donné que $7^2 = 49$. Parallèlement, $(-7)^2 = 49$, donc – 7 est également une racine carrée de 49. Les élèves apprendront que $\sqrt{49} = 7$ représente la racine carrée principale et que $-\sqrt{49} = -7$ représente la racine carrée secondaire. Les élèves doivent comparer les racines carrées principales et secondaires, néanmoins il est tout aussi important qu'ils comprennent pourquoi il convient de n'utiliser que la racine carrée principale dans certaines situations. Par exemple, si les élèves utilisent le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, ils savent que la racine carrée doit être positive, étant donné qu'une longueur est toujours un nombre positif. Ce concept sera étudié de façon plus approfondie lorsque les élèves commenceront à travailler avec les fonctions quadratiques un peu plus tard dans le cours.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appris à simplifier les radicaux contenant des radicandes numériques. Ils ont également appris à déterminer le domaine de diverses fonctions (RF1). Ici ils apprendront pour la première fois à simplifier des expressions comportant des radicandes variables, limitées aux racines carrées. Ils formuleront les restrictions sur la variable puis écriront l'expression dans sa forme la plus simple.

Le domaine de définition d'une fonction racine carrée se limite aux valeurs pour lesquelles la fonction a un sens. Les élèves énonceront les restrictions sur la variable, étant donné que la racine carrée d'un nombre négatif n'appartient pas au système des nombres réels. Demandez leur de compléter le tableau et de faire des prédictions sur les restrictions de chaque variable. Utilisez des questions orientées, comme celles qui suivent, afin d'encourager la discussion :

- Quelles sont les valeurs de x qui étaient non définies? Quelles sont les valeurs de x qui étaient définies?
- La restriction est-elle différente si l'expression comportant un radical est dans le dénominateur?
- Comment la résolution des inégalités pourrait-elle servir à déterminer la restriction?

x	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$		$\sqrt{x-1}$	$\sqrt{x+1}$	$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$	$\frac{1}{\sqrt{x+1}}$
-3								
-2								
-1								
0								
1								
2								
3								

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Répartir les élèves par groupes de deux. Leur demander de jouer au jeu Imposez une restriction sur l'expression. On doit créer des fiches avec des expressions comportant des radicaux et leurs restrictions. Les fiches avec des expressions comportant des radicaux seront posées sur un mur de la classe et celles comportant des restrictions associées peuvent être affichées sur le mur opposé ou adjacent. Les membres de chaque groupe prendront une fiche comportant une restriction et la placeront avec son expression correcte. Il pourrait y avoir plus d'expressions comportant des radicaux que de restrictions afin de rendre le jeu plus difficile.

  (NL3.4)

- Demander à la moitié de la classe d'écrire, sur des fiches, des expressions comportant des radicaux. Demander à l'autre moitié d'écrire des restrictions à leur gré. Lorsqu'un élève échange sa fiche avec un autre camarade, celui qui reçoit une restriction écrira une expression comportant un radical possible, tandis que celui qui reçoit une expression comportant un radical écrira la restriction.

  (NL3.4)

Entrevue

- Demandez aux élèves de montrer et d'expliquer pourquoi le domaine de $\sqrt{2x-5}$ est $x \geq \frac{5}{2}$, tandis que le domaine de $\frac{1}{\sqrt{2x-5}}$ est $x > \frac{5}{2}$.

  (NL3.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.1 Radicaux sous forme composée et sous forme entière

MÉ : p. 176-183,

GE : p. 195-199

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.4 *Suite*

NL3.5 *Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical donnée sous forme entière dont le radicande est une variable.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour les élèves, le but consiste à reconnaître que l'expression sous le radical doit être supérieure ou égale à zéro. C'est-à-dire qu'ils doivent déterminer les valeurs de x pour lesquelles le radical est un nombre réel. Lorsque x se trouve au dénominateur d'une expression rationnelle, il y a une contrainte additionnelle. Le cas échéant, les élèves doivent également déterminer les valeurs de x lorsque l'expression n'est pas égale à zéro.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appris à exprimer un radical en tant que puissance ayant des exposants rationnels (AN3). Ce module sera consacré exclusivement à la racine carrée d'un radical comportant des radicandes variables (c.-à-d., $\sqrt{x^n} = x^{\frac{n}{2}}$).

Lorsqu'on demande aux élèves de simplifier $\sqrt{x^2}$, ils peuvent au début conclure que $\sqrt{x^2} = x$. Amorcez la discussion à l'aide des questions suivantes :

- Cela se produit-il avec toutes les valeurs positives de x?
- Cela se produit-il avec toutes les valeurs négatives de x?

Demandez aux élèves de simplifier $\sqrt{(-5)^2}$. Voici un modèle de réponse que peut donner l'élève :

$\sqrt{(-5)^2} = (-5)^{\frac{2}{2}} = (-5)^1 = -5$	$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

Il s'agit d'une belle occasion de discuter de la réponse correcte lorsque la valeur de x est négative. Certains élèves peuvent disconvenir que la réponse fournie dans la colonne 1 ci-dessus ne soit pas correcte. Il importe que les élèves reconnaissent que, lorsque a est un nombre négatif, $a^{\frac{m}{n}}$ n'est pas défini, car ce n'est pas toujours possible de définir de telles expressions. Les élèves peuvent comparer cette valeur lorsque n est un nombre pair ou lorsque n est un nombre impair (c.-à-d., $(-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$ est non défini dans l'ensemble des nombres réels, mais $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8}$ est défini).

Bien qu'habituellement les élèves remplacent $\sqrt{x^2}$ par x, ils doivent reconnaître que cette façon de faire est correcte lorsque $x \geq 0$. Ils doivent également comprendre que $\sqrt{x^2}$ est équivalent à $-x$ lorsque $x \leq 0$. Prenons l'exemple suivant :

Lorsque $x = 4$:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(4)^2}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$
$$\sqrt{x^2} = 4$$
$$\therefore \sqrt{x^2} = x$$

Lorsque $x = -4$:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$
$$\sqrt{x^2} = 4$$
$$\sqrt{x^2} = -x$$
$$\therefore \sqrt{x^2} \neq x$$

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

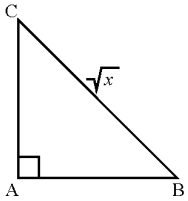
Journal

- Demander aux élèves de répondre à ce qui suit:

  (i) Votre ami a déclaré que puisque $3^2 = 9$ et que $(-3)^2 = 9$, $\sqrt{x^2}$ est toujours $\pm x$. Utilisez des exemples précis pour montrer si vous êtes d'accord ou en désaccord avec cet énoncé.

  (NL3.4, NL3.5)

  (ii) La longueur de $\overline{BC} = \sqrt{x}$. Demander aux élèves pourquoi $x \geq 0$ n'est pas applicable dans une telle situation.



(NL3.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.1 Radicaux sous forme composée et sous forme entière

MÉ : p. 176-183

GE : p. 195-199

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.5 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Faites découvrir aux élèves la notation de la valeur absolue et sa signification. L'utilisation de la valeur absolue fait en sorte que la racine carrée principale soit toujours représentée. Donc, $\sqrt{x^2} = |x|$.
Une fois cette notion établie, les élèves peuvent présumer, par souci de simplification, que toutes les variables sont positives. Donc, $\sqrt{x^2} = x$.

Des exemples, comme ceux qui suivent, aideront les élèves à reconnaître la régularité lorsqu'ils simplifient des radicaux comportant des radicandes variables.

	Le plus grand carré parfait	Factorisation première
$\sqrt{125}$	$\sqrt{25\times 5} = 5\sqrt{5}$	$\sqrt{5\times 5\times 5} = 5\sqrt{5}$
$\sqrt{x^3}$	$\sqrt{x^2\times x} = x\sqrt{x}$	$\sqrt{x\times x\times x} = x\sqrt{x}$
$\sqrt{x^4}$	$\sqrt{x^2\times x^2} = x\times x = x^2$	$\sqrt{x\times x\times x\times x} = x\times x = x^2$
$\sqrt{x^5}$		
$\sqrt{x^6}$		

Les élèves doivent reconnaître que, si l'exposant est un nombre pair, l'expression résultante est un polynôme de la forme x^n. Toutefois, lorsque l'exposant est un nombre impair, l'expression résultante est un radical sous forme composée présenté sous la forme $x^n\sqrt{x}$. Pendant que les élèves revoient les restrictions sur le domaine, encouragez-les à discuter des restrictions qui s'imposent lorsque l'exposant est pair plutôt qu'impair.

Ce point est capital pour les élèves, car il mène aux expressions monomiales sous le signe radical et à la simplification des radicaux sous forme composée. En voici quelques exemples:
$\sqrt{4x^2}$, $\sqrt{54x^5}$, $4\sqrt{8x^3y^4}$

NL3.6 *Effectuer une ou plusieurs opérations pour simplifier des expressions contenant des radicaux numériques ou algébriques.*

Les élèves doivent travailler avec des radicaux qui contiennent des radicandes numériques et des coefficients avant de passer aux radicaux qui contiennent des variables. Ils doivent additionner et soustraire des radicaux, limités aux racines carrées, avant de passer à la multiplication et à la division par un monôme.

On pourrait commencer en demandant aux élèves d'additionner $2x + 3x$. Utilisez des questions orientées du genre suivant :

- Sur quel principe se fonde l'addition des monômes?
- Dans quelle mesure cette expression est-elle semblable à $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$?
- Quels sont les radicaux semblables?
- Comment ce processus peut-il être appliqué aux radicaux?

Pour les élèves, l'objectif est de comprendre que l'addition et la soustraction d'expressions comportant des radicaux est comparable à la combinaison d'expressions variables avec des termes semblables. Il est nécessaire que le radical ait le même indice et le même radicande.

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de créer une expression comportant au moins quatre radicaux différents qui se simplifient à $5\sqrt{2} - 8\sqrt{3}$. Peuvent-ils créer plus d'une expression? Les élèves doivent partager leurs résultats avec le reste de la classe.

(NL3.6)

Performance

- Demander aux élèves de participer à l'activité *Barres collantes*. Remettre aux élèves une question avec choix de réponses où ils devront représenter, sous forme composée, un radical donné sous forme entière comportant un radicande variable. Chaque élève, gardant l'anonymat, consigne sa réponse sur un papillon adhésif qui est remis à l'enseignant. Demander à un élève de disposer les feuillets auto-adhésifs sur le mur ou le tableau blanc, sous forme de diagramme à barres représentant les différentes réponses des élèves. Les élèves devront fournir une explication justifiant certains types de réponses.

(NL3.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.1 Radicaux sous forme composée et sous forme entière

MÉ : p. 176-183,

GE : p. 195-199

4.2 Addition et soustraction de radicaux

MÉ : p. 184-190

GE : p. 200-202

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La propriété distributive peut aussi s'appliquer à la simplification de sommes et de différences d'expressions comportant des radicaux. Demandez aux élèves la démarche à suivre pour exprimer $2x + 3x$ dans une autre forme, à savoir $(2+3)x$. Par analogie, $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ peut être exprimée comme $(2+3)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$. Ce serait une bonne occasion de vérifier si les élèves ont bien compris en leur demandant d'exprimer $-4\sqrt{3}$ comme la somme de deux radicaux semblables.

Il est important pour les élèves de prendre conscience que, même dans le cas des additions ou des soustractions, il est parfois possible de simplifier encore davantage la solution. Lorsqu'on soustrait l'expression $3\sqrt{8} - 7\sqrt{8}$, par exemple, la solution $-4\sqrt{8}$ peut être simplifiée à $-8\sqrt{2}$. Ce serait une bonne habitude de simplifier le radical avant de combiner des termes semblables. C'est particulièrement utile lorsqu'on travaille avec des radicandes numériques élevés. On devrait également présenter aux élèves des exemples comme $2\sqrt{18} + 3\sqrt{50} - 5\sqrt{2}$ où il est nécessaire de simplifier un ou plusieurs radicaux afin d'effectuer les opérations d'addition ou de soustraction.

Il se produit des erreurs courantes lorsqu'on additionne ou soustrait des radicaux. Par exemple, lorsqu'on demande aux élèves d'additionner $4 + 2\sqrt{3}$, certains pourraient écrire $6\sqrt{3}$.

On devrait encourager les élèves à vérifier leur réponse en exprimant la somme/différence à l'aide de la propriété distributive. Une autre erreur courante consiste à appliquer de manière incorrecte aux radicandes les opérations d'addition et de soustraction. La valeur de $31\sqrt{3} + 17\sqrt{3}$, par exemple, n'est pas égale à $48\sqrt{6}$. Cette erreur se produit plus souvent lorsqu'on commence à enseigner aux élèves la multiplication des radicaux. Certains élèves gagneraient à considérer chaque radical comme un exemple de longueur. À l'aide d'une calculatrice ou d'une droite numérique, les élèves peuvent rechercher la longueur de $\sqrt{3} + \sqrt{3}$ et constater qu'elle n'équivaut pas à la longueur de $2\sqrt{6}$.

L'apprentissage des élèves se poursuivra avec l'addition et la soustraction comportant des radicandes variables. Ce serait l'occasion de demander aux élèves de discuter de questions comme celles ci :

- Dans quelle mesure l'addition et la soustraction d'expressions algébriques comportant des radicaux sont semblables à l'addition et la soustraction d'expressions numériques avec des valeurs radicales? Utilisez $\sqrt{8x^3} - 4\sqrt{2x}$ et $2\sqrt{45} - 6\sqrt{20}$ pour expliquer votre raisonnement.
- Quelle stratégie avez-vous utilisée?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Répartir les élèves en groupes de deux ou trois, et leur demander de jouer au jeu Concentration. Remettre aux élèves diverses opérations d'addition et/ou de soustraction d'expressions comportant des radicaux ainsi que leur solution simplifiée sur des paires de fiches. Les fiches sont placées à l'envers. Un élève retourne deux fiches pour déterminer si elles sont équivalentes. Il devrait être en mesure d'expliquer pourquoi elles sont équivalentes ou non. Si l'élève obtient une correspondance, il continue de jouer. Sinon, la personne suivante joue jusqu'à ce que toutes les paires soient réunies.

(NL3.6)

- Créer, dans la salle de classe, des postes de travail contenant des propositions de solutions de simplification d'expressions avec des radicaux comportant des radicandes numériques ou variables. Les élèves participeront à une activité carroussel dans laquelle on leur demandera de se déplacer d'un poste de travail à l'autre pour relever et corriger les erreurs. En voici quelques modèles :

(i) $25\sqrt{5} + 13\sqrt{5}$

$= 38\sqrt{10}$

(ii) $\sqrt{18x^3} + 2\sqrt{8x^3}$

$= 3\sqrt{2x^3} + 4\sqrt{2x^3}$

$= 7\sqrt{4x^6}$

$= 14x^3$

(NL3.6)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier chacune des expressions suivantes :

(i) $2\sqrt{18} + 9\sqrt{7} - \sqrt{63}$

(ii) $4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 7\sqrt{x}$

(iii) $6\sqrt{32x^3} - 5\sqrt{8x^3} + 3\sqrt{2x^3}$

(NL3.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.2 Addition et soustraction de radicaux

MÉ : p. 184-190

GE : p. 200-202

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves multiplieront et diviseront les radicaux en commençant par les radicandes numériques. Pour démontrer la propriété de multiplication des radicaux, revoir la relation entre un radical et une puissance avec des exposants rationnels du cours de Mathématiques 1231.

$3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = (3 \times 5)^{\frac{1}{2}} = 15^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$

Encouragez les élèves à chercher une régularité en utilisant plusieurs exemples. La propriété multiplicative des radicaux peut ensuite être présentée aux élèves $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ lorsque $a \geq 0$ et $b \geq 0$. Cette propriété peut aussi servir à analyser pourquoi deux radicaux ayant le même indice peuvent être multipliés. Bien que cette propriété ait été abordée avec les élèves dans le cours de Mathématiques 1231, elle a été utilisée exclusivement pour exprimer un radical en tant que radical sous forme composée ou entière. (AN2).

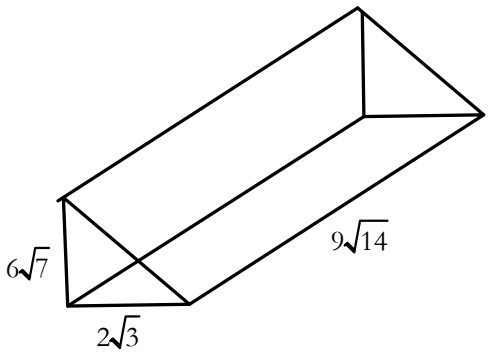
Les élèves devraient avoir l'occasion d'approfondir davantage la règle du produit pour les radicaux (c. à d., $c\sqrt{a} \times d\sqrt{b} = cd\sqrt{ab}$), et la propriété commutative (c. à d., $c\sqrt{a} + d\sqrt{b} = d\sqrt{b} + c\sqrt{a}$).

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Soit le prisme triangulaire droit suivant, demander aux élèves de :
  - (i) déterminer le volume;
  - (ii) déterminer la superficie.



(NL3.6)

- Demander aux élèves de réécrire l'expression $2(3^{\frac{1}{2}}) \times 5(6^{\frac{1}{2}})$ à l'aide de radicaux pour exprimer une régularité. Le travail des élèves pourrait varier, mais les résultats devraient être les mêmes.

$2\left(3^{\frac{1}{2}}\right) \times 5\left(6^{\frac{1}{2}}\right)$	$2(\sqrt{3}) \times 5(\sqrt{6})$
$(2 \times 5)(3^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}})$	$(2 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{6})$
$(10)(3 \times 6)^{\frac{1}{2}}$	$(10)\left(\sqrt{3 \times 6}\right)$
$10(18)^{\frac{1}{2}}$	$10\sqrt{18}$

(NL3.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.3 Multiplication et division de radicaux

MÉ : p. 191-201

GE : p. 203-209

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateurs de rendement

NL3.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dites aux élèves qu'ils risquent moins de commettre des erreurs de simplification, s'ils simplifient les radicaux avant de les multiplier. Vous pourriez utiliser un exemple comme celui qui suit pour illustrer les deux méthodes :

Multiplier d'abord : $\sqrt{80} \times \sqrt{12} = \sqrt{960} = 8\sqrt{15}$

Simplifier d'abord : $\sqrt{80} \times \sqrt{12} = 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{15}$
Ask students which method they prefer and why.

Demandez aux élèves laquelle des deux méthodes ils préfèrent et pourquoi.

Voyez avec les élèves ce qui se produit lorsque le radicande est le même dans chacune des expressions. Considérons l'exemple $7\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ Laissez aux élèves le temps d'essayer cet exemple et posez-leur les questions suivantes :

- Avez-vous été surpris de voir que la réponse est 42?
- Pourquoi le produit de deux expressions comportant des radicaux identiques est il un nombre entier relatif alors que chacun des facteurs est un nombre irrationnel?

Les élèves multiplieront également des radicaux en se servant de la propriété distributive. Il peut être utile de parcourir avec eux les similarités entre la multiplication d'expressions comportant des radicaux et la multiplication de polynômes. Par exemple, les étapes que comporte la multiplication de $4x(x + 1)$ ou $(2x - 1)(3x + 5)$ incluent l'application de la propriété distributive ainsi que la combinaison des termes semblables. Un processus similaire est utilisé pour multiplier des expressions comportant des radicaux, telles que $5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$ ou $(8\sqrt{2}-5)(9\sqrt{5}+6\sqrt{10})$.

Afin d'éviter des erreurs courantes, il serait bien de renforcer chez les élèves les notions de propriété commutative et de propriété associative de la multiplication. Par exemple, en multipliant $\sqrt{5} \times 3$, certains élèves pourraient écrire $\sqrt{15}$. Ils peuvent comprendre leur erreur s'ils appliquent la propriété commutative pour réécrire l'expression comme $3\sqrt{5}$. Une autre erreur se produit lorsqu'on demande aux élèves de multiplier une expression telle que $3\sqrt{5} \times \sqrt{6}$ et qu'ils obtiennent comme résultat $\sqrt{90}$. Cette erreur peut être évitée si la propriété associative est utilisée pour réordonner l'expression sous la forme $3\left(\sqrt{5} \times \sqrt{6}\right) = 3\sqrt{30}$.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demandez aux élèves de simplifier chacune des expressions suivantes :

  (i) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$

  (ii) $\left(3\sqrt{8}-4\right)\left(2+7\sqrt{3}\right)$

  (iii) $\left(\sqrt{20}+\sqrt{24}\right)\left(3\sqrt{12}-5\sqrt{32}\right)$

  (iv) $2\sqrt{2}\left(3\sqrt{18}-\sqrt{2}\right)$

(NL3.6)

Performance

- Demander aux élèves de participer au jeu *Choisir une réponse* et *Lancer* (*Commit and Toss*). Remettre aux élèves un problème avec choix de réponses, tel qu'il est indiqué ci-dessous. Ils doivent, tout en gardant l'anonymat, choisir une réponse et justifier leur choix. Puis ils froisseront leur solution en une boule de papier qu'ils lanceront dans un panier. Une fois toutes les boules de papier dans le panier, demander aux élèves d'en piger une et de se rendre au coin de la classe correspondant à la réponse qu'ils avaient choisie. Dans leurs coins respectifs, ils devront discuter des similarités ou des différences que renferment les explications fournies puis faire une présentation devant la classe.

> Exprimez $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ dans sa forme la plus simple.
>
> (A) 1
> (B) $5-2\sqrt{6}$
> (C) $1-2\sqrt{3}$
> (D) 5
>
> Expliquez votre raisonnement.

(NL3.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.3 Multiplication et division de radicaux

MÉ : p. 191-201

GE : p. 203-209

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir : **NL3 Suite...** **Indicateurs de rendement**	
NL3.6 *Suite*	Il est utile de demander aux élèves d'analyser des solutions qui contiennent des erreurs. Cet exercice renforce l'importance de consigner les étapes de la solution plutôt que de ne donner que la réponse finale. Lorsqu'ils multiplient des expressions contenant des radicaux, il arrive que les élèves appliquent mal la propriété distributive et/ou l'ordre des opérations. L'enseignant pourrait organiser des postes de travail dans la salle de classe et demander aux élèves de les visiter en groupes afin de relever les mauvaises solutions, de donner la raison pour laquelle l'erreur a pu être commise et d'exposer la façon de la corriger. En voici quelques exemples : (i) $(2\sqrt{3})(4\sqrt{5}) = 8 + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{3} + \sqrt{15}$ (ii) $(2\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2 = 4\sqrt{9} + 25\sqrt{4}$ (iii) $2 - 5\sqrt{7}(3 + 4\sqrt{7}) = (2 - 5\sqrt{7})(3 + 4\sqrt{7})$ Les élèves apprendront l'analogie qu'il y a entre la multiplication d'expressions algébriques contenant des radicaux et la multiplication d'expressions numériques avec des radicaux. Demandez-leur d'examiner les exemples $-4\sqrt{12} \times -2\sqrt{18}$ et $(-4\sqrt{x}) \times (-2\sqrt{x^2})$, où x ≥ 0, pour expliquer leur raisonnement. • Quelle stratégie avez-vous utilisée? • Quand est-ce qu'il est nécessaire d'utiliser la propriété distributive pour multiplier des expressions qui contiennent des radicaux? Créez un exemple et donnez la solution. Des exemples de la vie courante, tels ceux qui suivent, donnent une bonne occasion de discuter de l'utilisation des réponses exactes et approximatives. • La tension V nécessaire pour un circuit est exprimée par $V = \sqrt{PR}$ où P est la puissance en watts et R la résistance en ohms. Combien de volts de plus faut-il pour allumer une ampoule de 100 watts plutôt qu'une ampoule de 75 watts si la résistance est 100 ohms pour les deux?
NL3.7 *Rationaliser le dénominateur d'une expression contenant des radicaux dont le dénominateur est un monôme.*	La division des radicaux et la rationalisation des dénominateurs sont des concepts nouveaux pour les élèves. Le dénominateur sera limité à des monômes. Les règles des exposants devraient être intégrées dans le cours lorsqu'on aborde la division des radicaux. Par exemple : $$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$$ En d'autres termes, selon la règle du quotient des radicaux, la racine carrée d'un quotient est le quotient des racines carrées. $$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ où } a \geq 0, b > 0$$

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier chacune des expressions suivantes.

  (i) $\left(3\sqrt{x}+2\right)\left(3-5\sqrt{x}\right)$

  (ii) $\left(-3\sqrt{x}\right)\left(6\sqrt{x^3}\right)$

  (iii) $\dfrac{4x+\sqrt{2x^2}}{\sqrt{10}}$

  (NL3.6, NL3.7)

- Déterminer la ou les erreurs dans les solutions ci-dessous et présenter la bonne solution :

  (i) $3x \bullet \sqrt{5} = \sqrt{15x}$

  (ii) $\sqrt{40x^{16}} = 4x^4\sqrt{10}$

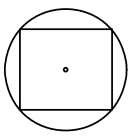
  (iii) $\sqrt{5} \bullet \sqrt[3]{5} = 5$

  (NL3.6)

- Le rayon d'un cercle est de $3\sqrt{5}$ m. Si un carré est inscrit dans le cercle, demander aux élèves de :

  (i) déterminer la longueur exacte de la diagonale du carré;

  (ii) déterminer le périmètre exact du carré.



  (NL3.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.3 Multiplication et division de radicaux

MÉ : p. 191-201

GE : p. 203-209

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL3 Suite...

Indicateur de rendement

NL3.7 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

On devrait aborder avec les élèves divers cas de simplification des radicaux contenant des fractions. En voici quelques exemples :

$$\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} \qquad \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2} \qquad \sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

Pendant que les élèves simplifient des radicaux de ce genre, ils doivent se poser les questions suivantes :

- Le dénominateur est-il un carré parfait?
- Le numérateur et le dénominateur peuvent-ils se diviser en un nombre rationnel?
- Le dénominateur aura-t-il un radical, une fois simplifié?

Les élèves élaboreront une stratégie pour convertir une fraction qui comporte des radicaux au dénominateur en une fraction équivalente sans radicaux au dénominateur. La rationalisation du dénominateur donne une notation standard pour exprimer les résultats. À l'aide d'un exemple du genre $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$, ask them what expression would eliminate the radical when multiplied onto the denominator.

Examples such as $\frac{2\sqrt{3}}{7\sqrt{5}}$, demandez aux élèves quelle expression qui, multipliée au dénominateur, éliminerait le radical. On devrait inclure des expressions du genre $7\sqrt{5}$. Encouragez les élèves à penser à ce qu'ils devraient avoir comme multiplicateur afin de pouvoir rationaliser le dénominateur. Laissez aux élèves le temps d'en faire l'essai. Bien que ce ne soit pas la stratégie la plus efficace, elle est toutefois correcte. Cependant, l'expression résultante devra être simplifiée. Ils doivent constater que le fait de multiplier par $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ rationalisera le dénominateur.

D'abord on devrait aborder avec les élèves les expressions comportant des radicaux sous forme entière tant au numérateur qu'au dénominateur. Cet exercice devrait ensuite être élargi de manière à inclure des radicaux sous forme composée et des exemples où le numérateur contient plus d'un terme. L'élève choisira s'il simplifiera avant ou après avoir rationalisé le dénominateur. Toutefois, lorsque l'élève travaille avec des nombres plus élevés, le fait de commencer par simplifier lui permettrait de travailler avec des nombres plus petits.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Demander aux élèves de choisir l'une des opérations comportant des radicaux étudiées dans cette unité puis de créer une brochure/affiche éducative portant sur l'opération choisie. La brochure/affiche doit comprendre les éléments suivants : (i) Une explication des étapes à suivre pour effectuer l'opération. (ii) Des exemples qui illustrent leur compréhension de l'opération choisie. (iii) Les erreurs commises habituellement dans ce genre d'opération. (NL3.6, NL3.7)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 11*** **4.3 Multiplication et division de radicaux** MÉ : p. 191-201 GE : p. 203-209 **4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux** MÉ : p. 204-213 GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
NL3 Suite...

Indicateur de rendement

NL3.7 *Suite*

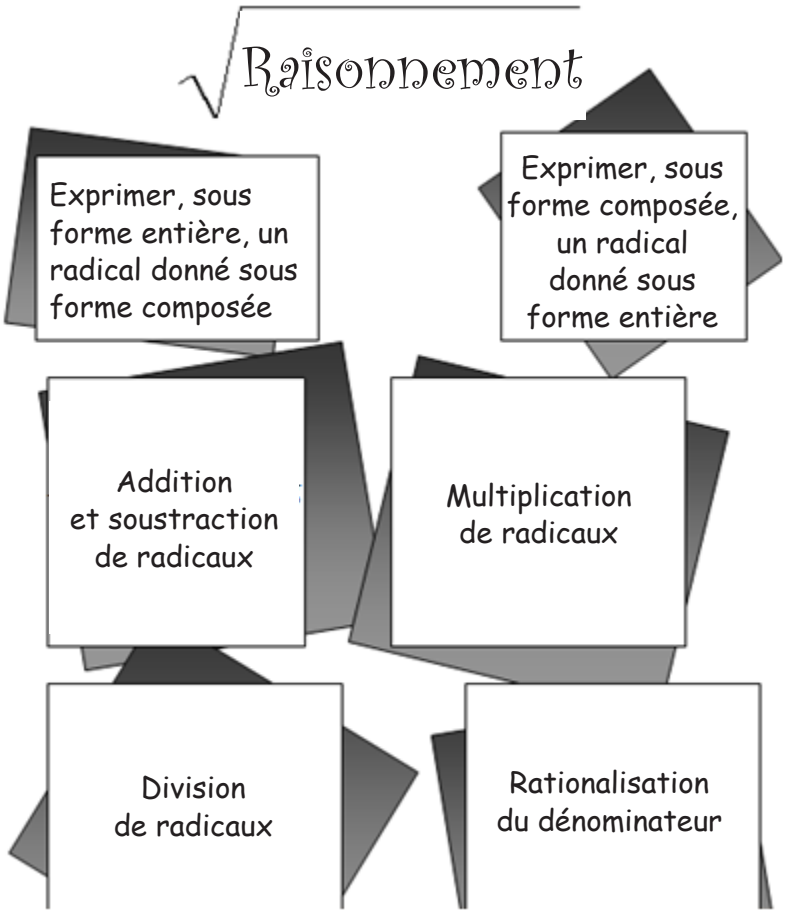
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La division comportant des dénominateurs qui sont des monômes variables pourrait être abordée de manière semblable, en recourant à des exemples qui correspondent aux expressions numériques, comme ci dessous :

$$\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\times 2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\sqrt{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x(x)} = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$$

C'est l'occasion de créer un organisateur graphique, du genre qui suit, pour résumer le travail de l'élève concernant les différents concepts touchant les radicaux.



Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves, répartis en groupes de deux, de jouer au jeu Trois à la suite en effectuant les opérations portant sur les radicaux. Remettre aux élèves une grille de 4 × 4. Les joueurs placeront à tour de rôle un marqueur dans une case de la grille. Le joueur doit résoudre correctement le problème et vérifier avec son partenaire si la réponse est correcte. Si la solution est bonne, le joueur place son marqueur dans la case en question. Si la solution n'est pas bonne, l'autre joueur peut voler la case en donnant la bonne réponse. Le gagnant est le joueur qui accumule trois marqueurs à la suite (verticale, horizontale ou diagonale). Voici un exemple de grille :

	1	2	3	4
1	$\left(2\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{5}\right)$	$\frac{5x}{\sqrt{5x}}$	$(2\sqrt{x})(3\sqrt{2x})$	$(3-\sqrt{x})^2$
2	$\sqrt{12}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{12})$	$\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{9x}+5\sqrt{16x}$	$\frac{\sqrt{27x}+\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}}$
3	$\sqrt{50x^3}-5x\sqrt{2x}$	$\frac{8\sqrt{8}}{-2\sqrt{2}}$	$\left(6\sqrt{2x}\right)^2$	$\frac{8}{\sqrt{2}}-\frac{4}{2\sqrt{2}}$
4	Déterminez le périmètre d'un triangle dont les côtés ont les longueurs suivantes : $3x\sqrt{2x}$, $\sqrt{32x^3}$ et $x\sqrt{8x}$.	Calculez l'aire d'un rectangle si ses dimensions sont : $5\sqrt{x}+4$ et $3\sqrt{x}$.	$2\sqrt{98}-3\sqrt{50}$	$\left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)^2$

(NL3.6, NL3.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.3 Multiplication et division de radicaux

MÉ : p. 191-201

GE : p. 203-209

4.4 Simplification d'expressions algébriques comportant des radicaux

MÉ : p. 204-213

GE : p. 211-215

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL4 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées ou aux racines cubiques).
[C, R, RP]

Indicateurs de rendement

NL4.1 *Déterminer toute restriction sur la valeur de la variable dans une équation contenant des radicaux.*

NL4.2 *Déterminer algébriquement les racines d'une équation contenant des radicaux et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.*

NL4.3 *Vérifier, par substitution, que les valeurs qui résultent de la résolution d'une équation contenant des radicaux sont les racines de l'équation.*

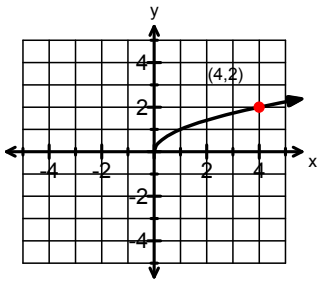
NL4.4 *Expliquer pourquoi certaines des racines qui résultent de la résolution d'une équation contenant des radicaux sont étrangères.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

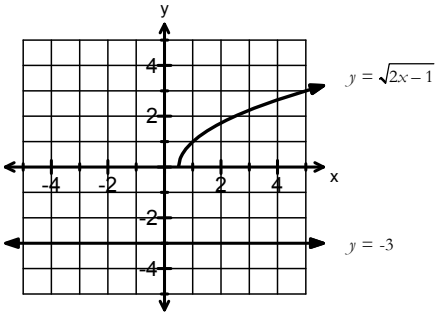
Les élèves passeront de la simplification d'expressions contenant des radicaux à la résolution d'équations contenant des radicaux, limitées à une seule racine carré ou racine cubique.

Les élèves résoudront des équations comportant une seule expression avec radicaux contenant des variables qui sont du premier degré. Ils devront résoudre des équations contenant des radicaux qui donnent une équation linéaire. Les élèves commenceront par travailler avec des équations contenant des racines carrées puis appliqueront des stratégies semblables pour résoudre des équations avec des racines cubiques.

Pendant que les élèves travaillent avec des équations avec radicaux contenant des racines carrées, ils gagneraient à comparer d'abord l'équation avec radicaux à son graphique afin d'arriver à bien comprendre les restrictions imposées pour la variable et les points qui satisfont l'équation. À l'aide d'une table de valeurs, demandez aux élèves de tracer le graphique $y = \sqrt{x}$.



Demandez aux élèves comment ils pourraient, en se concentrant sur le point (4,2), résoudre algébriquement l'équation, s'ils n'ont que la coordonnée 2 sur l'axe des y. Lorsqu'on résout $2 = \sqrt{x}$, la valeur de x peut être déterminée par inspection. Les élèves pourraient également recourir à la notion selon laquelle l'élévation d'un nombre au carré est l'opération inverse de l'extraction de la racine carrée. Cette technique peut paraître simple, mais on devrait aborder avec les élèves les équations dont la valeur n'est pas une solution de l'équation originale. Prenons l'exemple $\sqrt{2x-1} = -3$. Pour le membre gauche de l'équation, il faudrait une racine carrée positive, mais le membre droit de l'équation est négatif. Intuitivement, il n'y a pas de solution.



Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer au jeu Choisir une réponse et Lancer (Commit and Toss). Remettre aux élèves un problème avec choix de réponses, tel qu'il est indiqué ci-dessous. Ils doivent, tout en gardant l'anonymat, choisir une réponse et justifier leur choix. Les élèves doivent ensuite froisser leur solution en une boule de papier et la lancer dans un panier. Une fois toutes les boules de papier dans le panier, demander à chaque élève d'en piger une et de se rendre au coin de la classe correspondant à la réponse qu'il a choisie. Dans leurs coins respectifs, les élèves doivent discuter des similarités ou des différences que renferment les explications fournies et faire une présentation devant la classe.

> Quelle est la valeur de x dans l'équation $\sqrt{-3x+6}=6$?
>
> (A) -10
> (B) -2
> (C) 0
> (D) 10
>
> Expliquez votre raisonnement:

(NL4.1, NL4.2, NL4.3, NL4.4)

- Demander aux élèves de participer au jeu *Débat*. Répartir la classe en groupes de 3 ou 4. Chaque groupe choisira un capitaine d'équipe qui établira le rythme de travail. Chaque élève recevra un ensemble de feuillets de réponse vierges et chaque groupe recevra une feuille de réponses d'équipe. Le capitaine de l'équipe montre le problème numéro 1. Tous les membres de l'équipe travaillent, individuellement et en silence, sur le problème. Chaque élève consignera sa réponse sur le feuillet de réponse qu'il retournera une fois le problème résolu. Lorsque le capitaine constate que tous les feuillets ont été retournés, il ouvre le Débat. Les membres du groupe montrent et comparent leurs réponses, expliquent leur travail puis conviennent d'une réponse de groupe. Le capitaine écrit la réponse de groupe sur la feuille de réponses d'équipe. Le capitaine retourne la fiche-réponse et compare la réponse donnée à la réponse de l'équipe. Si la réponse est différente, les élèves discutent des erreurs possibles. Ils passent au problème suivant et ainsi de suite. Voici quelques modèles de fiches :

Problème 1	Réponse 1
Résoudre : $\sqrt{x-2}=3$	11
Problème 2	Réponse 2
Résoudre : $6\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\sqrt{63}$	$5\sqrt{7}$

(NL3.1, NL3.3, NL3.4, NL3.5, NL3.6, NL4.1, NL4.2, NL4.3, NL4.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.5 Exploring Radical Equations
MÉ : p. 214-215

GE : p. 216-219

4.6 Résolution d'équations contenant des radicaux

MÉ : p. 216-224

GE : p. 220-226

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
NL4 Suite...

Indicateurs de rendement

NL4.1, NL4.2

NL4.3, NL4.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent reconnaître que, si -3 est la coordonnée sur l'axe des *y*, il n'y pas de coordonnée possible sur l'axe des *x* qui satisfait l'équation. Toutefois, l'élévation au carré des deux membres de l'équation donne $x = 5$. Cette solution ne saurait être correcte, puisque l'utilisation de la méthode par substitution ainsi que la représentation graphique nous ont montré que l'équation n'a pas de solution. D'où le concept de racines étrangères.

Il importe que les élèves reconnaissent que l'élévation au carré des deux membres d'une équation crée une nouvelle équation qui peut ne pas être équivalente à l'équation originale avec radicaux. Par conséquent, la résolution de cette nouvelle équation peut créer des solutions qui n'existaient pas auparavant. On doit donc insister sur l'importance de vérifier, après résolution de la variable, si la valeur est une solution de l'équation originale. Toutes les racines étrangères sont rejetées en tant que réponses.

Une autre stratégie que les élèves peuvent utiliser pour résoudre une équation contenant des radicaux consiste à élever les deux membres de l'équation à une puissance qui élimine l'expression contenant des radicaux. Pour résoudre $\sqrt{x+1} = 4$, par exemple, les élèves commenceront par réécrire l'expression contenant des radicaux avec un exposant rationnel, ce qui donne $(x+1)^{\frac{1}{2}} = 4$. L'utilisation de l'inverse multiplicatif donne $\left((x+1)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (4)^2$ et mène à une équation sans radicaux.

On devrait initier les élèves aux équations où le radical n'est pas isolé. Dans de telles situations, il faut faire une comparaison avec la résolution d'une équation linéaire. Les élèves doivent reconnaître que la résolution d'une équation telle que $3 + \sqrt{2x+1} = 7$ se fait selon une marche à suivre qui est analogue à la résolution $3 + x = 7$.

Plutôt que d'élever au carré les deux membres d'une équation contenant des radicaux, parfois, par erreur, les élèves élèvent au carré les termes individuels. Lorsqu'ils doivent résoudre $3 + \sqrt{2x+1} = 7$, par exemple, il peut leur arriver de ne pas isoler le radical. L'élévation au carré de chaque terme donne lieu à une équation incorrecte du genre, $3^2 + (\sqrt{2x+1})^2 = 7^2$.

L'illustration qui suit pourrait servir à renforcer la raison pour laquelle l'élévation au carré des termes individuels d'une équation n'équivaut pas à l'élévation au carré des deux membres de l'équation.

$3 + 4 = 7$	$3 + 4 = 7$
$3^2 + 4^2 = 7^2$	$(3 + 4)^2 = 7^2$
$9 + 16 = 49$	$7^2 = 7^2$
$25 \neq 49$	$49 = 49$

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves, groupés par deux, de participer à l'activité *Faites circuler le problème*. Remettre à chaque paire d'élèves un problème qui consiste à résoudre une équation comportant des radicaux. Demander à un élève d'écrire la première ligne de la solution puis de la passer au deuxième élève. Celui-ci vérifiera le travail afin de voir s'il y a des erreurs. Le cas échéant, demander aux élèves de discuter de l'erreur et de la raison pour laquelle elle s'est produite. L'élève écrira ensuite la deuxième ligne de la solution avant de la passer à son partenaire. Le processus se poursuit jusqu'à ce que la solution soit trouvée.

  (NL4.1, NL4.2, NL4.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.5 Exploration d'équations contenant des radicaux

MÉ : p. 214-215

GE : p. 216-219

4.6 Résolution d'équations contenant des radicaux

MÉ : p. 216-224

GE : p. 220-226

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
NL4 Suite...

Indicateurs de rendement

NL4.1, NL4.2

NL4.3, NL4.4 *Suite*

NL4.5 *Résoudre des problèmes en modélisant une situation à l'aide d'une équation contenant des radicaux et en résolvant l'équation.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le modèle de l'aire peut être également utilisé pour résoudre les équations contenant des radicaux. En 8e année, les élèves ont appris à visualiser l'aire du carré comme le carré parfait, et l'une ou l'autre des dimensions du carré comme la racine carrée (8N1). Rappelez aux élèves que si un carré a une aire de 4, alors la longueur de son côté est 2. Par analogie, si un carré a une aire de 3, alors la longueur de son côté est $\sqrt{3}$. L'enseignant pourrait amorcer une discussion sur la longueur des côtés d'un carré si son aire est *x*. Prenons l'exemple suivant : Résoudre $\sqrt{x-7}=3$.

En utilisant le modèle de l'aire, les élèves désigneront les dimensions de l'un des carrés comme étant $\sqrt{x-7}$ et les dimensions de l'autre carré comme étant 3. Ils peuvent alors déterminer l'aire de chaque carré :

$\sqrt{x-7}$		3
$A = x-7$	=	$A = 9$

Les élèves doivent reconnaître que l'objectif consiste à déterminer la valeur de x qui donne la même aire pour les deux carrés. La résolution de l'équation $x - 7 = 9$ donne $x = 16$. Cette représentation aide les élèves à visualiser ce que décrit chaque équation. Encouragez-les à vérifier leurs réponses en remplaçant la valeur dans l'équation originale.

Les élèves appliqueront des stratégies similaires lorsqu'ils travaillent avec des équations avec radicaux contenant une racine cubique. Ils commenceront par isoler le radical dans l'un des membres de l'équation et élever au cube les deux membres de l'équation. Encouragez les à continuer de vérifier toutes les solutions afin de relever les racines étrangères. Ce serait une bonne occasion de discuter des restrictions lorsque le radical est une racine carrée comparativement à une racine cubique. Les élèves doivent restreindre la variable pour s'assurer que le radicande d'une racine carrée est positif. Cependant, le radicande d'une racine cubique peut être négatif.

On présentera aux élèves des exemples de la vie courante où l'équation peut contenir un radical qui est une racine carrée ou une racine cubique. Ils résoudront l'équation pour la valeur inconnue, en élevant au carré ou au cube les deux membres de l'équation. Présentez aux élèves l'exemple suivant et demandez-leur de répondre aux questions :

- Des enquêteurs en collision peuvent déterminer approximativement la vitesse initiale, v, en kilomètres à l'heure, d'une voiture selon la longueur, l, en mètres, de la trace de freinage. La formule $v = 12{,}6\sqrt{l} + 8, l \geq 0$ modélise la relation. Quelle serait la longueur de la trace de freinage d'une voiture se déplaçant à 50 km/heure au moment où les freins sont appliqués? Comment la connaissance des équations contenant des radicaux est-elle utilisée pour résoudre ce problème de la vie courante?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves d'énoncer des restrictions, de résoudre les exercices et de vérifier s'il y a des racines étrangères.

  (i) $\sqrt{4x} = 8$

  (ii) $\sqrt{x+4} = 5$

  (iii) $\sqrt{2x-3} = -2$

  (iv) $\sqrt[3]{x-2} = -3$

  (NL4.1, NL4.2, NL4.3, NL4.4)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) La période T (en secondes) est le temps qu'il prend au pendule pour effectuer un mouvement complet aller-retour. Ce mouvement est modélisé par l'équation $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$, où L est la longueur du pendule en pieds. Détermine la période du pendule si sa longueur est de 2 pieds.

  (NL4.5)

  (ii) Le rayon d'un cylindre peut être calculé à l'aide de l'équation $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ où r est le rayon, V est le volume et h est la hauteur. Un réservoir cylindrique peut contenir 105,62 m^3 d'eau. Si la hauteur du réservoir est de 2 m, quel est le rayon de sa base?

  (NL4.5)

  (iii) L'aire (A) d'une sphère ayant un rayon r peut être calculée à l'aide de l'équation $A = 4\pi r^2$.

  (a) En utilisant l'équation donnée, comment trouverais-tu le rayon d'une sphère si l'on te donne son aire? Écris l'équation.

  (b) L'aire d'une balle est de 426,2 cm^2. Quel est son rayon?

  (NL4.5)

  (iv) La fameuse formule d'Einstein $E = mc^2$ met en relation l'énergie E, la masse m et la vitesse de la lumière c. Demander aux élèves d'exprimer c en fonction de E et de m et de rationaliser le dénominateur.

  (NL3.7, NL4.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.5 Exploration d'équations contenant des radicaux

MÉ : p. 214-215

GE : p. 216-219

4.6 Résolution d'équations contenant des radicaux

MÉ : p. 216-224

GE : p. 220-226

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

NL2.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que :*

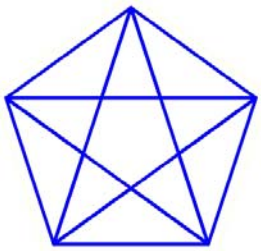
- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

NL2.3 *Identifier et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un casse-tête ou une stratégie pour gagner à un jeu.*

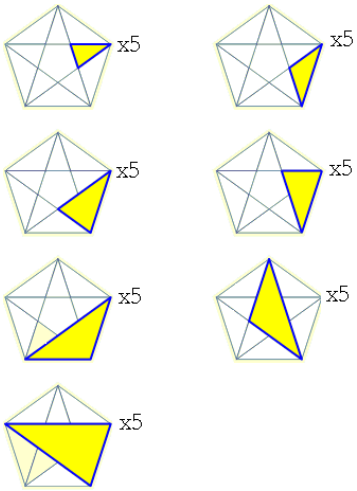
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Plusieurs stratégies peuvent être utilisées pour résoudre des casse-tête. Il suffit de trouver celle qui fonctionne le mieux pour l'élève. Présentez aux élèves l'exemple suivant afin de voir s'ils utilisent les régularités pour trouver le nombre total de triangles dans le pentagone ci-dessous.



http://www.puzzles.com

Certains élèves peuvent ombrer les triangles ou en esquisser les contours à mesure qu'ils les trouvent. Ils peuvent retracer le casse-tête plusieurs fois pour que l'ombrage ne crée pas trop de confusion. D'autres élèves peuvent chercher une régularité en procédant par regroupement.



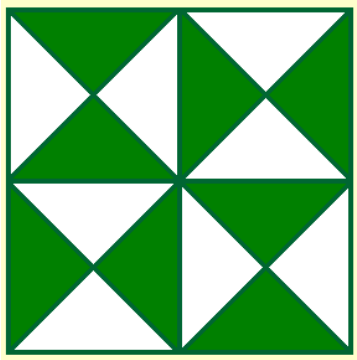
Les triangles forment sept groupes de cinq triangles ayant chacun un angle de rotation de 72 degrés autour du centre du pentagone. Donc, le nombre total de triangles dans le pentagone est 35.

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de déterminer le nombre de triangles qu'on peut trouver dans le motif suivant et d'expliquer la stratégie utilisée.



(NL2.1, NL2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

4.3 Multiplication et division de radicaux

MÉ : p. 191-201

GE : p. 203-209

Raisonnement statistique

Durée suggérée : 12 heures

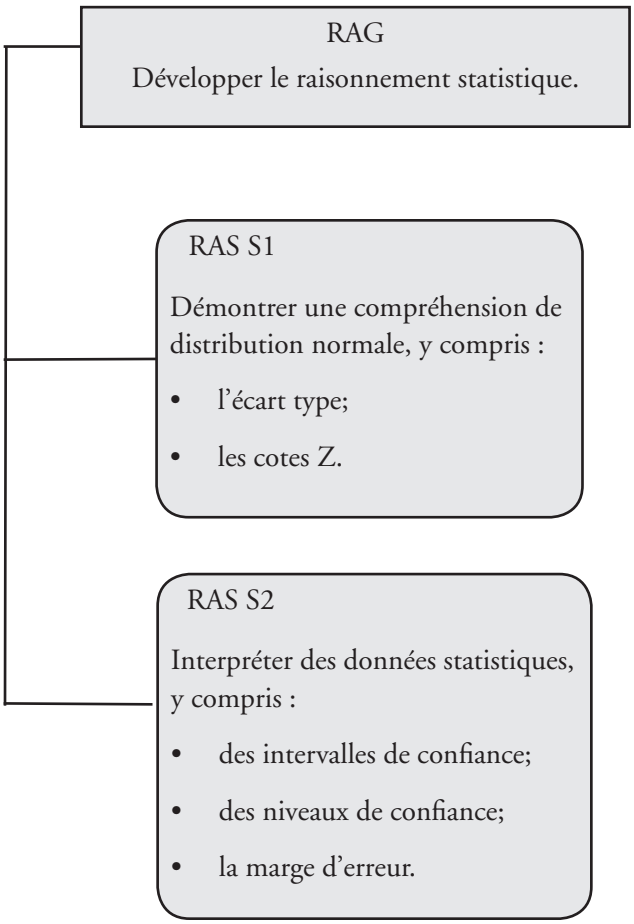
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans le présent module, les élèves analyseront et interpréteront des données en utilisant des outils statistiques tels que les mesures de tendance centrale, les mesures de dispersion, la distribution normale et les cotes Z, afin de pouvoir prendre de meilleures décisions.

Les sondages et les enquêtes sont fréquemment utilisés dans la société. Les élèves étudieront également les concepts d'intervalle de confiance et de marge d'erreur pour appuyer une position donnée.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
	Statistics	
	S1 Démontrer une compréhension de distribution normale, y compris : • l'écart type; • les cotes Z. [L, RP, T, V]	
	S2 Interpréter des données statistiques, y compris : • des intervalles de confiance; • des niveaux de confiance; • la marge d'erreur. [C, L, R]	

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Démontrer une compréhension de distribution normale, y compris :

- **l'écart type;**
- **les cotes Z.**

[L, RP, T, V]

Indicateur de rendement

S1.1 *Utiliser la dispersion pour décrire les différences entre deux ensembles de données.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 7e année, les élèves ont étudié les mesures de la tendance centrale, l'étendue et l'effet des observations aberrantes sur un ensemble de données (7SP1). En 8e année, ils ont examiné et créé des diagrammes circulaires, des diagrammes à bandes, des pictogrammes, des diagrammes linéaires et des diagrammes à bandes doubles. Ils ont établi la différence entre les diagrammes exacts et les diagrammes trompeurs (8SP1). En 9e année, ils ont examiné les méthodes de collecte de données tant biaisées que non biaisées (9SP1).

Dans le présent module, les élèves travailleront avec l'écart type, la courbe de distribution normale et les cotes Z.

En 7e année, les élèves ont décrit les données en utilisant des mesures de la tendance centrale et l'étendue (7SP1). La moyenne, la médiane et le mode ont été classés comme mesures de la tendance centrale. Lorsqu'ils devaient décider quelle mesure de la tendance centrale représentait le mieux un ensemble de données, ils prenaient en considération l'effet des observations aberrantes.

L'étendue, axée sur les deux valeurs extrêmes de l'ensemble de données, est une mesure de dispersion. Elle donne une idée générale de la dispersion totale des données, mais n'accorde aucun poids aux valeurs centrales des données.

On devrait aborder avec les élèves des situations comme celles qui suivent, où les mesures de la tendance centrale ne suffisent pas toujours à représenter ou à comparer des ensembles de données.

Tim et Luc sont tous deux inscrits au cours de Mathématiques 2231 et ont obtenu les notes suivantes pour les tests des cinq derniers modules.

	Module 1	Module 2	Module 3	Module 4	Module 5
Tim	60	65	70	75	80
Luc	68	69	70	71	72

Lorsque les élèves calculent les mesures de la tendance centrale, ils doivent reconnaître que les deux ensembles de données ont une moyenne de 70, une médiane de 70 et aucun mode. Pourtant il y a des différences. Posez aux élèves des questions sur l'étendue et demandez leur quelle information ils peuvent tirer de ces valeurs. Utilisez des termes clés tels que la dispersion des données ou la variation par rapport à la moyenne pour stimuler la discussion. Si l'on observe les notes des tests, les notes de Tim (étendue 20) sont plus dispersées que celles de Luc (étendue 4). En d'autres mots, les notes de Luc sont davantage groupées autour de la moyenne que celles de Tim.

L'étendue est habituellement utilisée comme indicateur de dispersion préliminaire. Toutefois, étant donné que cette notion ne tient compte que des cotes qui se trouvent aux deux extrêmes, elle est d'un usage limité. Plus tard dans cette unité, nous aborderons une mesure de dispersion plus complète appelée écart type. Elle tient compte de chaque cote dans une distribution.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Dans une expérience scientifique, les élèves ont vérifié si le compost a aidé les plantes à croître plus vite en comptant le nombre de feuilles sur chaque plante. Voici les résultats obtenus :

Croissance des plantes sans compost (N^{bre} de feuilles par plante)	Croissance des plantes avec compost (Nbre de feuilles par plante)
6	6
4	11
5	1
4	6
8	2
3	4

  Demander aux élèves de répondre aux énoncés suivants :

  (i) Calculez la moyenne, la médiane et le mode pour chaque groupe.

  (ii) Calculez l'étendue pour chaque groupe.

  (iii) Décrivez la dispersion des données pour chaque groupe.

  (iv) Quel groupe de plantes a eu une meilleure croissance? Justifiez votre décision.

  (S1.1)

- Demander aux élèves de calculer l'étendue de chaque groupe de données. Ils doivent expliquer pourquoi l'étendue, en soi, peut être une mesure de dispersion trompeuse.

  Groupe A: 8, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 20

  Groupe B: 7, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 15, 17, 18

  (S1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.1 Exploration des données

Manuel de l'élève (MÉ) :
p. 238-240

Guide d'enseignement (GE) :
p. 251-254

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateur de rendement

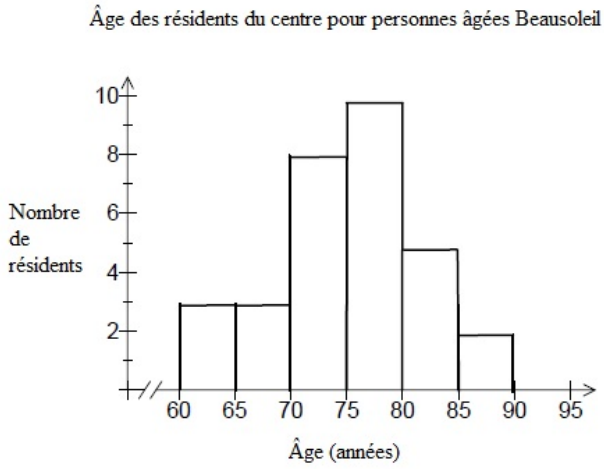
S1.2 *Créer, à partir d'un ensemble de données, des tableaux de fréquences et des graphiques.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves la distribution de fréquences comme un ensemble d'intervalles qui peuvent être représentés sous trois formes : tableau, histogramme et polygone de fréquences. Il est important ici d'amorcer une discussion afin de savoir quel est le nombre d'intervalles approprié et quelle largeur doit avoir l'intervalle (p. ex. largeur de la classe).

Les histogrammes et les polygones de fréquences permettent une représentation graphique des données. Les élèves ont ainsi l'occasion de tirer des conclusions et de formuler des inférences à partir des données. Les polygones de fréquences sont particulièrement utiles lorsqu'on compare plusieurs ensembles de données parce qu'ils peuvent être disposés en graphique l'un par dessus l'autre.

Contrairement au diagramme à bandes, les élèves doivent pouvoir reconnaître qu'il n'y a pas d'écart entre les bandes d'un histogramme. Engagez des discussions sur ce point, puisqu'il a trait aux données continues et discrètes. Chaque bande se construit en utilisant les limites inférieure et supérieure de l'intervalle. Considérons le diagramme suivant :



La première bande de cet histogramme commence à 60 sur l'axe horizontal et se termine à 65. La deuxième bande commence là où se termine la première et elle se termine à 70. Comme les intervalles ne doivent pas être chevauchants, par convention, la limite inférieure de chaque intervalle inclut le nombre correspondant. Par exemple, dans le diagramme ci dessus, la valeur 65 serait incluse dans l'intervalle 65-70.

Pour reproduire chaque sommet du polygone de fréquences, les élèves peuvent déterminer le point milieu de l'intervalle puis joindre les sommets avec des segments de droite. Assurez vous que les élèves relient les extrémités à l'axe horizontal.

L'étude des histogrammes et des polygones de fréquences aidera les élèves à découvrir les propriétés d'une distribution normale, un peu plus loin dans ce module.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Voici les notes accordées pour un devoir à une classe de 20 élèves de 11e année. Demander aux élèves de présenter cette information dans un tableau de fréquences et de reproduire les données sur un histogramme. Ils doivent décrire le mode de distribution des données.

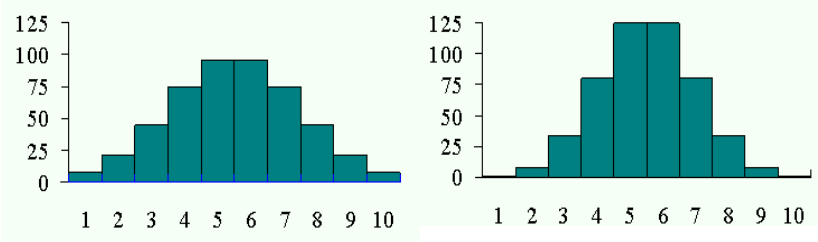
6	7	5	7	7	8	7	6	9	7
4	10	6	8	8	9	5	6	4	8

(S1.2)

- Choisir un attribut commun à tous les élèves (nombre de frères et sœurs, nombre de messages textes envoyés ou reçus chaque semaine, nombre d'heures passées devant la télé, etc.). Demander aux élèves de recueillir les données auprès de leurs camarades, de choisir une largeur de classe appropriée et de présenter l'information dans un tableau de fréquences. Ils doivent construire un histogramme des données, puis décrire la distribution des données.

(S1.2)

- Demander aux élèves quelle distribution des cotes est plus dispersée. Ils doivent justifier leur raisonnement.



(S1.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.2 Tableaux des fréquences, histogrammes et polygones des fréquences

MÉ : p. 241-253

GE : p. 255-260

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateurs de rendement

S1.3 *Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification de l'écart type.*

S1.4 *Calculer, à l'aide de la technologie, l'écart type de la population d'un ensemble de données.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont étudié plus tôt l'étendue en tant que mesure de dispersion. Rappelez-leur que l'étendue n'est qu'une mesure du degré d'éloignement des valeurs extrêmes et, de ce fait, elle ne fournit aucune information sur la variation des données elles-mêmes. Une autre mesure de dispersion est l'écart type. Elle est utile pour comparer deux ensembles de données ou plus. Prenez un exemple semblable à celui étudié un peu plus tôt, en ce qui concerne les notes des tests des modules du cours de Mathématiques 2231.

	Module 1	Module 2	Module 3	Module 4	Module 5
Tim	60	65	70	75	80
Marie	60	69	70	71	80

Les mesures de tendance centrale et l'étendue pour ces deux ensembles de données sont égales, même s'il y a clairement des différences dans les deux ensembles de notes. Les élèves constatent que les notes de Tim ont un écart type de 7,1 et une moyenne de 70. Les notes de Marie ont un écart type de 6,4. Présentez le concept d'écart type comme une mesure de la distance des valeurs par rapport à la moyenne. En utilisant les notes des tests comme exemple, amorcez la discussion sur l'écart type en posant des questions du genre suivant :

- Qui a les notes les plus dispersées? Qu'est ce que cela signifie en termes d'écart type élevé ou faible?
- Si les données sont groupées autour de la moyenne, qu'est ce que cela traduit pour la valeur de l'écart type?
- Qui a fait preuve de plus de constance dans les tests pour les cinq modules?

Les élèves doivent montrer que si les données sont plus regroupées autour de la moyenne, il y a moins de variation dans les données et l'écart type est plus faible. Si les données sont plus dispersées sur une large étendue de valeurs, il y a une plus grande variation et l'écart type serait plus élevé

Dans ce cours, les élèves calculeront l'écart type d'une population, représenté par le symbole □.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\left(x-\overline{x}\right)^2}{n}}$$

Les enseignants peuvent saisir l'occasion de parler de la différence entre la moyenne de l'échantillon, $\overline{x}$, et la moyenne de la population entière, μ (prononcé « mu »). Cette distinction est nécessaire plus tard dans le présent module lorsque sont présentées la distribution normale et les cotes Z.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Est-ce possible qu'un ensemble de données ait un écart type de 0? L'écart type peut-il être négatif? Expliquez.

  (S1.3)

  (ii) Si on additionne 5 à chaque nombre d'un ensemble de données, quel effet cela aura-t il sur la moyenne? Sur l'écart type? Qu'arrivera-t-il si chaque élément de l'ensemble de données est multiplié par -3?

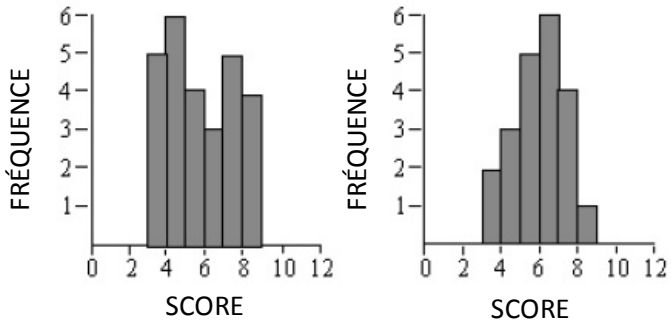
  (S1.3)

Observation

- Les élèves peuvent travailler en groupes pour cette activité. On remet à chaque groupe une paire de diagrammes où la moyenne est donnée pour chacun. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes pour chaque paire de diagrammes et de partager leurs réponses avec le reste de la classe :

  (i) Indiquez si l'un des diagrammes a un écart type plus élevé que l'autre ou si les deux diagrammes ont le même écart type. Quelles approches avez-vous utilisées pour déterminer quel diagramme avait l'écart type le plus élevé?

  ii) Déterminez les caractéristiques des diagrammes qui rendent l'écart type plus élevé ou plus faible. Quelles caractéristiques d'un histogramme semblent n'avoir aucun effet sur l'écart type? Quelles caractéristiques semblent influer sur l'écart type?



(S1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.3 Écart type

MÉ : p. 254-268

GE : p. 261-267

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateurs de rendement

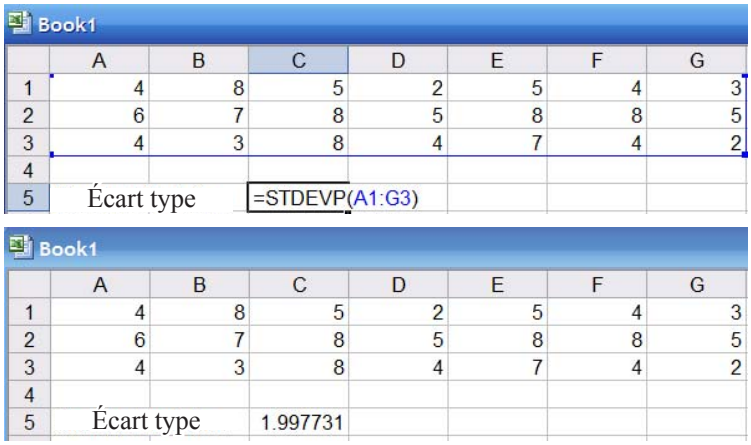
S1.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient calculer un exemple d'écart type manuellement pour mieux comprendre comment il est déterminé. L'exemple devrait toutefois être fait à partir de quelques données seulement pour que les calculs ne soient pas trop lourds. La technologie est utile pour résoudre des problèmes contextuels qui comprennent souvent une grande quantité de données.

Les élèves doivent calculer l'écart type au moyen d'outils technologiques comme les calculatrices scientifiques, les calculatrices graphiques ou des logiciels (p. ex. Microsoft Excel [MD]).

Lorsque les élèves utilisent Microsoft Excel [MD], par exemple, ils entrent les données et utilisent la notation STDEVP pour calculer l'écart type de la population. Dans l'illustration suivante, ce sont les cellules A1 : G3 qui contiennent les données.



S1.5 *Résoudre un problème contextualisé impliquant l'interprétation de l'écart type.*

Les élèves doivent comprendre la signification de l'écart type par des exemples pertinents. Amenez-les à se pencher sur le problème suivant :

- Le magazine *Sports Illustrated* veut présenter un article sur la variation de la taille des joueurs dans les équipes de basketball de la NBA. La taille en centimètres des joueurs de la formation partante de deux équipes de basketball est fournie dans le tableau suivant.

Lakers	195	195	210	182	205
Celtics	193	208	195	182	180

L'équipe présentant la plus grande variation dans la taille des joueurs sera choisie pour la page couverture du magazine *Sports Illustrated*. Demandez aux élèves quelle équipe apparaîtra sur la page couverture.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Deux écoles de socialisation pour chiots surveillent le nombre d'essais nécessaires pour apprendre à 20 chiots la commande assis/attends.

École de dressage Fidèle compagnon	
Nombre d'essais	Nombre de chiots
7	1
8	2
9	5
10	4
11	4
12	4

École de dressage Chien Élite	
Nombre d'essais	Nombre de chiots
7	4
8	3
9	2
10	3
11	4
12	4

  (i) Demander aux élèves de déterminer la moyenne et l'écart type du nombre d'essais nécessaires pour apprendre aux chiots la commande assis/attends.

  (ii) Demander aux élèves quelle école réussit avec plus de constance à faire apprendre aux chiots la commande assis/attends. Ils doivent justifier leur raisonnement.

(S1.4, S1.5)

Performance

- L'un des dessins les plus connus de Léonard de Vinci illustre les proportions de l'homme en l'inscrivant dans un cercle. Il semble que l'envergure des bras d'un adolescent soit égale à sa taille.

  (i) Répartir la classe par groupes de deux. Demander aux élèves de se mesurer mutuellement l'envergure des bras et la taille. Ils doivent recueillir les données pour tous les élèves et créer deux ensembles de données.

  (ii) Demander aux élèves de calculer la moyenne et l'écart type pour chacun des deux ensembles de données. Ils doivent comparer les valeurs et expliquer ce qu'ils remarquent.

  (iii) Demander aux élèves de calculer la différence entre la taille et l'envergure des bras de chacun de leurs camarades. À partir des données recueillies, quels seraient la moyenne et l'écart type de cet ensemble de données? Ils doivent vérifier leur prédiction pour dix élèves de la classe.

(S1.4, S1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.3 Écart type

MÉ: p. 254-268

GE: p. 261-267

Ressource suggérée

Le site Web qui suit calcule la moyenne et l'écart type de la population sans indiquer les calculs :

http://www.alcula.com/calculators/statistics/standard-deviation/

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateur de rendement

S1.6 *Expliquer, à l'aide d'exemples, les propriétés d'une courbe normale, y compris la moyenne, la médiane, le mode, l'écart type, la symétrie et l'aire sous la courbe.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans bien des situations, si une expérience contrôlée se répète et que les données sont recueillies pour créer un histogramme, celui-ci prend de plus en plus la forme d'une cloche à mesure que le nombre de données dans la distribution augmente. De telles mesures répétées produiront des distributions en forme de cloche qui montrent les caractéristiques d'une courbe normale.

Présentez aux élèves la forme de la courbe normale en utilisant un jeu plink[MD] interactif. La forme générale de l'histogramme commencera à ressembler à une courbe normale à mesure qu'un plus grand nombre d'essais sont ajoutés. Les élèves doivent observer les caractéristiques suivantes :

- Les distributions normales sont symétriques et ne comptent qu'une seule pointe à la moyenne des données.
- La courbe est en forme de cloche et la hauteur de l'histogramme diminue de façon uniforme des deux côtés de la moyenne.

La reproduction graphique d'une distribution normale à la main peut être une tâche fastidieuse et de longue haleine. En utilisant des outils technologiques, par exemple des calculatrices graphiques et le logiciel Microsoft Excel, les élèves peuvent explorer les propriétés d'une distribution normale et travailler avec des données qui sont précisément situées à un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne. Étudions l'exemple de données suivant :

Nombre d'heures passées à jouer à des jeux vidéo dans une semaine (élèves de 15 ans)									
21,1	21,8	17,7	23,4	14,9	20,8	19,1	18,6	25,6	23,3
18,5	19,1	18,8	18,3	20,2	15,5	21,4	16,7	14,7	20,5
17,9	20,9	24,5	22,2	17,1	24,5	21,1	18,1	21,0	16,2
23,7	18,9	21,3	16,0	20,2	27,3	17,6	20,7	19,7	14,9

Guidez les élèves pendant la résolution du problème en leur demandant de répondre aux questions suivantes :

- Déterminez la moyenne, l'écart type, la médiane et le mode. Ils doivent expliquer ce qu'ils remarquent au sujet des valeurs.
- Construisez un tableau de fréquences visant à générer un histogramme. Utilisez une largeur d'intervalle égale à l'écart type étant donné que la dispersion de la distribution normale est contrôlée par l'écart type.
- Discutez de la symétrie de l'histogramme.
- Tracez un polygone de fréquences et expliquez sa forme.

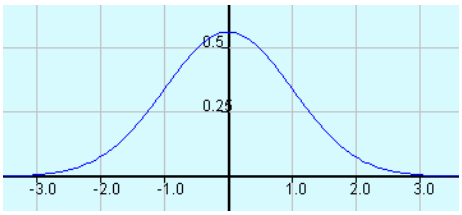
Les élèves doivent prendre conscience que dans une distribution normale les données sont symétriques par rapport à la moyenne. Étant donné que la moyenne se trouve au milieu des données, elle est également la médiane. Étant donné que la moyenne se situe là où la courbe est à son point le plus élevé, elle est également le mode. Donc, la moyenne, la médiane et le mode sont égaux dans une distribution normale.

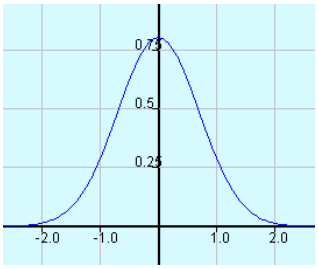
Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

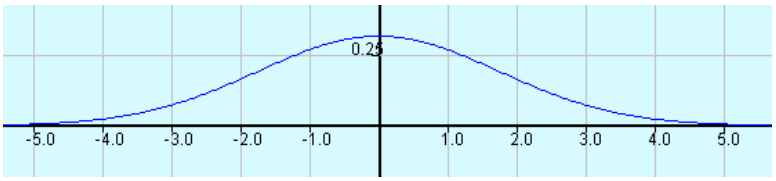
Stratégies d'évaluation

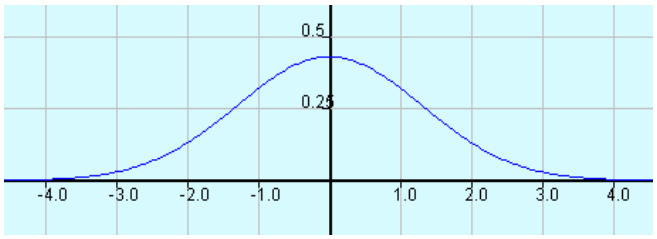
Journal

- Demander aux élèves de répondre à la question suivante :
  Quelle courbe de distribution normale présente l'écart type le plus élevé? Expliquez votre raisonnement.









(S1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.4 Distribution normale

MÉ : p. 269-282

GE : p. 268-275

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateurs de rendement

S1.6 *Suite*

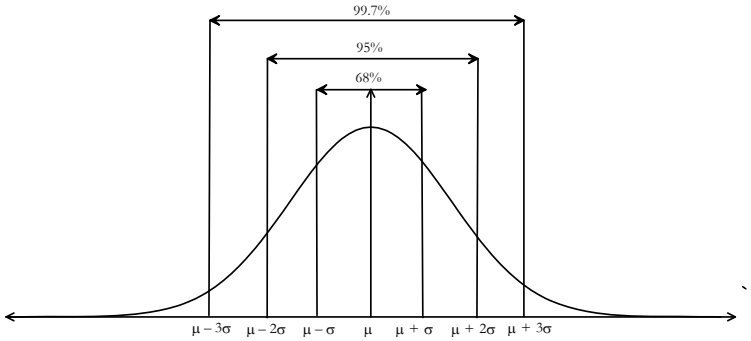
S1.7 *Déterminer si un ensemble de données se rapproche d'une distribution normale et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En utilisant les données précédentes, continuez à explorer l'aire sous tendue par la courbe et le pourcentage des données qui sont situées à un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne. Encadrez les élèves pendant la recherche en utilisant les directives suivantes et analysez leurs observations.

- Calculez approximativement le pourcentage de données qui se trouvent à gauche de la moyenne puis le pourcentage qui se trouve à droite. Calculez approximativement le pourcentage de données situées à trois écarts types. [Demandez-leur ce qu'ils observent.]
- Calculez approximativement le pourcentage de données qui se situent à un écart type. Calculez approximativement le pourcentage de données qui se situent à deux écarts types.

Pendant que les élèves analysent les données, ils doivent prendre conscience que 50 % de la distribution se trouve à gauche de la moyenne et 50 % à droite. De plus, environ 68 % des données se situent à un écart type par rapport à la moyenne, 95 % se situent à deux écarts types par rapport à la moyenne et 99,7 % se situent à trois écarts types par rapport à la moyenne.



Les élèves devront confirmer si un ensemble de données suit approximativement une distribution normale. Observez les élèves pendant qu'ils travaillent afin de vous assurer qu'ils comprennent bien le concept de la distribution normale. En s'aidant de la technologie, il est important que les élèves étudient les mesures de tendance centrale, l'apparence de l'histogramme et le pourcentage des données situées à un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne (c. à d., si elles sont proches de 68 %, de 95 % ou de 99,7 %).

Si les données suivent approximativement une distribution normale, les propriétés de la distribution normale peuvent être utilisées pour résoudre certains problèmes. Les élèves doivent prendre conscience que, pour des données normalement distribuées, l'aire sous tendue par la courbe entre deux valeurs est égale à la probabilité qu'une valeur donnée se situe entre ces deux valeurs. Prenons un ensemble de 100 éléments de données normalement distribués ayant une moyenne de 3,4 et un écart type de 0,2. Si 68 % de l'aire sous tendue par la courbe correspond à ±écart type, alors les élèves doivent prendre conscience qu'environ 68 éléments de données devraient se trouver entre 3,2 et 3,6.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- On trouve en ligne diverses petites applications permettant de manipuler les paramètres (moyenne et écart type) afin d'illustre les caractéristiques et la façon dont elles influent sur la forme de la courbe. Demander aux élèves d'examiner ces caractéristiques et de répondre aux questions suivantes :

  (i) Quelle relation y a-t-il entre l'écart type et la forme du diagramme?

  (ii) L'aire sous tendue par la courbe varie-t-elle à mesure que change le nombre d'écarts types?

  (iii) L'aire sous tendue par la courbe varie-t-elle à mesure que change la valeur de l'écart type?

(S1.6)

Papier et crayon

- Voici un ensemble de 50 éléments de données ayant un écart type de 1,8. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

6	9	6	7	6	7	6	7	6	6
5	8	5	8	6	7	7	4	8	6
5	4	6	8	6	6	7	6	6	8
8	7	6	6	0	4	7	8	5	3
6	7	6	7	1	7	7	4	4	3

  (i) Quelle est la valeur de la moyenne, de la médiane et du mode?

  (ii) Les données sont-elles normalement distribuées? Expliquez votre raisonnement.

(S1.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.4 Distribution normale

MÉ : p. 269-282

GE : p. 268-275

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateurs de rendement

S1.8 *Comparer les propriétés d'au moins deux ensembles de données normalement distribuées.*

S1.9 *Résoudre un problème contextualisé comportant une distribution normale.*

S1.10 *Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, et expliquer la cote Z d'une valeur donnée d'un ensemble de données normalement distribuées.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Comparer des distributions normales revient à comparer la moyenne et l'écart type de chacune d'elles. La moyenne déterminera le centre de la courbe sur l'axe horizontal. L'écart type déterminera la largeur et la hauteur de la courbe. Supposons que deux ensembles de données ont, par exemple, la même moyenne mais des écarts types différents. La distribution des données ayant un écart type moins élevé donnerait un diagramme plus haut et plus étroit.

Les élèves utiliseront les propriétés de la courbe normale pour résoudre certains problèmes. Encouragez les élèves à esquisser la courbe de distribution normale afin de les aider à se représenter l'information. Considérons l'exemple suivant :

- La valeur imposable des maisons à Bay Roberts est normalement distribuée. Il y a 1 200 maisons ayant une valeur imposable moyenne de 180 000 $. L'écart type est de 10 000 $. Quel pourcentage de maisons ont une valeur imposable comprise entre 170 000 $ et 200 000 $? Combien de maisons ont une valeur imposable comprise entre 170 000 $ et 200 000 $?

L'exemple précédent suppose que les élèves ne seront plus limités à calculer le pourcentage d'éléments de données dans un intervalle, mais plutôt se serviront du nombre total d'éléments de données pour calculer le nombre réel dans l'intervalle.

Discutez avec les élèves de l'importance que revêt l'analyse des données et de son incidence dans la vie courante. Analysons les scénarios suivants :

- Nous aurons peut-être à parler de cotes particulières dans un ensemble de données.
- Il nous faudra peut-être dire à d'autres personnes si une cote est au dessus ou en-dessous de la moyenne.
- Il nous arrivera peut-être de devoir indiquer à quelle distance se trouve une cote particulière par rapport à la moyenne.
- Nous aurons peut-être également à comparer les cotes de différents ensembles de données et à déterminer quelle cote est meilleure.

Les cotes Z peuvent être utiles pour tous ces scénarios. C'est une valeur normalisée qui indique le nombre d'écarts types où se situe une valeur par rapport à la moyenne. Si, par exemple, une valeur se trouve à 2 écarts types à gauche de la moyenne, alors $z = 2$. Lorsque les élèves convertissent des cotes normalement distribuées en cotes Z, ils peuvent déterminer les probabilités qu'il y a d'obtenir un intervalle précis de cotes, en recourant à un tableau de cotes Z. Ce tableau est fondé sur une distribution normale qui a une moyenne de 0 et un écart type de 1.

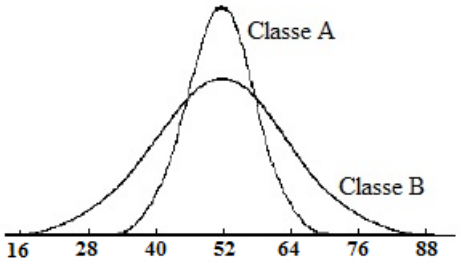
Les élèves ne seront plus limités aux valeurs qui se situent exactement à un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne. Ils utiliseront désormais les cotes Z pour déterminer le pourcentage de données qui sont inférieures ou supérieures à une valeur particulière ou même qui se situe entre deux valeurs données.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Le diagramme ci-dessous montre les cotes, normalement distribuées, pour un test normalisé donné à deux classes.



Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

(i) Qu'ont en commun ces diagrammes? En quoi diffèrent-ils?

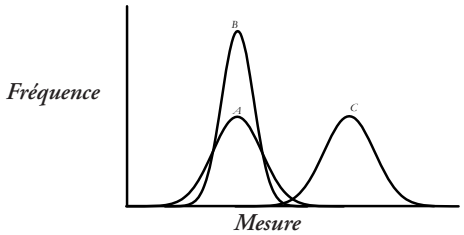
(ii) Quel diagramme a l'écart type le plus élevé? Pourquoi?

(iii) Si un élève a obtenu la note 42 pour son test, dans quelle classe est-il supposé se trouver? Expliquez votre réponse. (S1.8)

- Sally mesure 1,75 m et vit dans une ville où la taille moyenne des habitants est de 1,60 m et l'écart type est de 0,20 m. Léa mesure 1,80 m et vit dans une ville où la taille moyenne des habitants est de 1,70 m et l'écart type est de 0,15 m. Demander aux élèves de déterminer laquelle des deux personnes est jugée plus grande comparativement à ses concitoyens. Ils doivent expliquer leur raisonnement. (S1.9)

Entrevue

- Présenter aux élèves le diagramme ci dessous et leur poser les questions suivantes:



(i) Qu'ont en commun les diagrammes A et B? En quoi diffèrent-ils?
(ii) Qu'ont en commun les diagrammes A et C? En quoi diffèrent-ils?
(iii) Y a-t-il une relation entre les diagrammes B et C?
(iv) Quel diagramme a l'écart type le plus faible? Pourquoi?
(v) Pourquoi le diagramme ayant l'écart type le plus faible est également le diagramme le plus haut?
(vi) Quel diagramme a la moyenne la plus élevée? Comment le savez-vous? (S1.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.4 Distribution normale

MÉ : p. 269-282

GE : p. 268-275

5.5 Cotes Z

MÉ : p. 283-294

GE : p. 276-281

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateur de rendement

S1.10 *Suite*

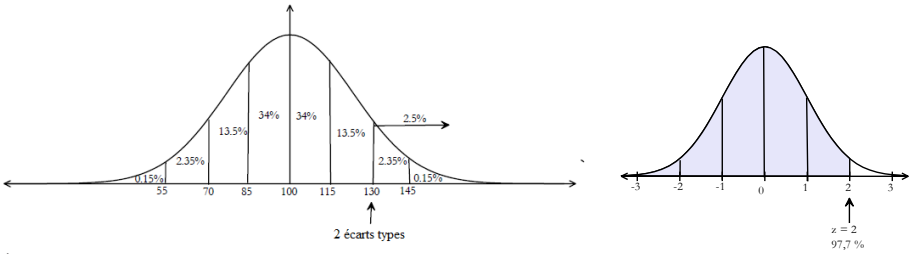
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves la formule des cotes Z $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$.

Les élèves peuvent travailler avec la distribution normale ou les cotes Z pour essayer de trouver le pourcentage de données qui se situent un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne. Prenons l'exemple suivant :

- Les tests de quotient intellectuel sont normalement distribués avec une moyenne de 100 et un écart type de 15. Quel pourcentage d'élèves ont obtenu une note inférieure à 130?

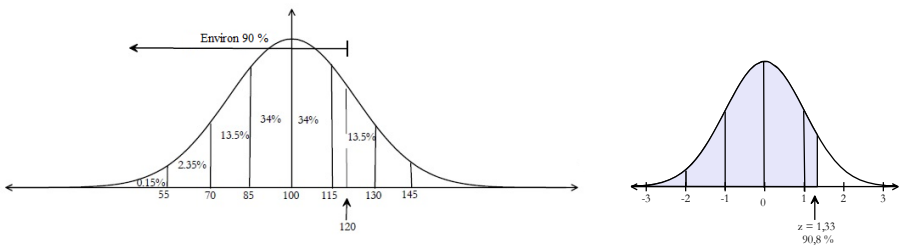
Demandez aux élèves de tracer d'abord la courbe de distribution normale, en désignant la moyenne et l'écart type. Ils doivent ensuite vérifier leur réponse en utilisant les cotes Z.



À l'aide d'une représentation visuelle, les élèves doivent constater que 97,5 % des gens recevraient une note inférieure à 130. Étant donné que la note de 130 correspond à 2 écarts types par rapport à la moyenne, les élèves peuvent utiliser le tableau des cotes Z pour trouver l'aire sous tendue par la courbe dans la distribution normale centrée réduite. Cette valeur est de 0,9772, ce qui représente 97,7 %. Voyez avec les élèves pourquoi il y a une petite erreur dans le calcul lorsqu'on effectue la comparaison avec un écart type.

Montrez aux élèves des exemples où ils peuvent utiliser des cotes Z pour déterminer le pourcentage de données qui sont inférieures ou supérieures à une valeur particulière, non limitée à un, deux ou trois écarts types par rapport à la moyenne.

En utilisant l'exemple précédent, demandez aux élèves de considérer une valeur qui se situe entre 1 et 2 écarts types par rapport à la moyenne, par exemple une cote de 120. Demandez-leur de déterminer le pourcentage d'élèves qui ont obtenu une note inférieure à 120. Ils doivent d'abord trouver leur réponse par estimation (en utilisant l'écart type et la courbe de distribution normale) et la vérifier ensuite en utilisant la cote Z ($z = \frac{120-100}{15} = 1{,}33$).



Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes : (i) L'espérance de vie moyenne d'une certaine race de chat a été établie à 12,2 ans avec un écart type de 1,3 an. Quelle est la probabilité qu'un chat donné vive moins de 14 ans? (S1.10) (ii) Pour le test de classement en mathématiques à la Memorial University of Newfoundland, la note moyenne était de 62 et l'écart type de 11. Si la cote Z de Mark était de 0,8, quelle était sa vraie note pour l'examen? (S1.10)	***Ressource autorisée*** *Principes mathématiques 11* **5.5 Cotes Z** MÉ : p. 283-294 GE : p. 276-281

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateur de rendement

S1.10 *Suite*

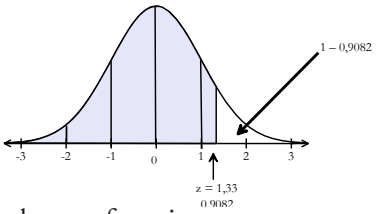
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Demandez aux élèves de participer à une discussion en leur posant les questions suivantes :

- Votre estimation est-elle raisonnable lorsque vous la comparez à la cote Z?
- Pourquoi la cote Z est-elle plus fiable que l'estimation au moyen de l'écart type?
- Quel pourcentage d'élèves ont obtenu une note inférieure à 120?

Présentez aux élèves des exemples où ils doivent déterminer l'aire sous tendue par la courbe à droite de la cote Z. Ils doivent prendre conscience que le tableau des cotes Z peut toujours être utilisé de manière semblable pour déterminer l'aire sous la courbe. Si on demandait aux élèves de déterminer le pourcentage d'élèves qui ont obtenu une note supérieure à 120, ils écriraient

1 – 0,9082 étant donné que l'aire sous la courbe est 1.



La cote Z peut également fournir une mesure type permettant de comparer deux courbes normales différentes en convertissant chacune de ces courbes en distribution normale centrée réduite ayant une moyenne de zéro et un écart type de 1. Prenons l'exemple suivant :

- Pour son premier test de mathématiques, Suzanne a obtenu 70 %. La note moyenne de la classe était de 65 % avec un écart type de 4 %. Pour son deuxième test, elle a obtenu 76 %. La note moyenne de la classe était de 73 % avec un écart type de 10 %. Pour quel test Suzanne a-t-elle mieux fait comparativement au reste de la classe?

Si les élèves examinent uniquement les notes des tests de Suzanne, ils concluraient probablement qu'elle a mieux fait au second test. Toutefois, ce n'est pas nécessairement le cas. Nous devons prendre en compte le rendement général de la classe pour compenser d'autres facteurs, telle la difficulté de la matière faisant l'objet des tests. En calculant les valeurs des cotes Z de Suzanne pour chacun des tests, nous pouvons comparer le rendement de Suzanne pour les deux tests, selon la même norme.

Pour le test du module 1, la cote Z de Suzanne était $z = \frac{70-65}{4} = 1{,}25$, ce qui veut dire que Suzanne a obtenu une note située à 1,25 écart type au-dessus de la moyenne. Pour son test du module 2, la cote Z de Suzanne était $z = \frac{76-73}{10} = 0{,}3$. Pour le module 2, Suzanne a obtenu une note située à 0,3 écart type au-dessus de la moyenne. Étant donné que les deux cotes Z se rapportent à une distribution normale centrée réduite, les élèves peuvent comparer les valeurs et devraient conclure que Suzanne a mieux fait à l'examen du module 1.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de participer à l'activité Menu du dîner suivante. Les questions figurant dans les sections Hors d'œuvres et Dessert sont obligatoires. Les élèves ont un choix dans la catégorie Plats principaux et Accompagnements.

Menu du dîner – Cotes z

Hors-d'œuvres (tout le monde partage)

Qu'est ce qu'une cote Z ? Comment le déterminez vous?

Plats principaux (choisissez-en un)

- Battery Inc. prétend que ses piles ont une durée de vie moyenne de 50 heures, avec un écart type de 6 heures. Quelle est la probabilité, calculée avec deux décimales, qu'une batterie dure au moins 57 heures?

- Sur une autoroute, les voitures roulent à une vitesse moyenne de 80 km/h, avec un écart type de 8 km/h. Quel pourcentage des voitures ont une vitesse supérieure à 96 km/h?

Accompagnements (choisissez en au moins deux)

- Une file de clients, pour l'achat de billets pour un concert, présente un temps d'attente moyen de 400 secondes avec un écart type de 32 secondes. Esquissez une courbe de distribution normale qui illustre la probabilité que vous attendiez plus de 6 minutes en ligne.

- Que pouvez vous dire au sujet d'une valeur donnée si vous savez que sa cote Z est négative? Nulle?

- Le temps de glace moyen d'un joueur de défense dans la LNH est de 17,2 minutes par partie, avec un écart type de 2,2 minutes. Quelle est la probabilité qu'un joueur de défense joue entre 15,6 et 19,2 minutes?

Dessert (obligatoire)

Formulez et résolvez un problème en vous inspirant d'un exemple tiré de la réalité où sont utilisés des cotes Z.

(S1.9, S1.10)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.5 Cotes Z

MÉ : p. 283-294

GE : p. 276-281

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S1 Suite...

Indicateur de rendement

S1.11 *Expliquer, à l'aide d'exemples représentant des perspectives multiples, comment l'écart type est utilisé dans des situations de prise de décision telles que des garanties, l'assurance ou des sondages d'opinion.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

L'écart type est utilisé dans la société pour influencer des décisions, par exemple la durée des garanties données par une compagnie, le coût des assurances, le contrôle de la qualité et les sondages d'opinion. Étant donné que les cotes Z sont influencées par l'écart type, elles jouent également un rôle dans de telles situations. Examinons l'exemple suivant en utilisant deux automobiles différentes, soit une Chevrolet Corvette et une Honda Civic.

- On sait que, pour les deux voitures, la valeur moyenne des réparations suite à un accident est de 3 500 $. L'écart type pour la Corvette est de 1 200 $, tandis que l'écart type pour la Honda Civic n'est que de 800 $. Si le coût des réparations est normalement distribué, déterminez la probabilité que les coûts de réparation dépassent 5 000 $ pour les deux voitures.

Demandez aux élèves de calculer les cotes Z pour chacune :

Corvette : $Z = \frac{5000-3500}{1200} = 1,25$; Civic : $Z = \frac{5000-3500}{800} = 1,88$

Selon le tableau des cotes z, la probabilité que les réparations coûtent plus de 5 000 $ pour la Corvette est de 10,56 %, tandis que la probabilité que les réparations pour la Civic dépassent 5 000 $ est de 3,01 %. Les élèves doivent prendre conscience qu'il est presque trois fois et demie plus probable que les dommages dépassent 5 000 $ dans le cas de la Corvette que dans le cas de la Civic. Donc, les primes d'assurance seront rajustées en conséquence.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Des voitures reçoivent un revêtement de protection contre la rouille. Un concessionnaire détermine que la durée moyenne de la protection est de 65 mois et que l'écart type est de 4,5 mois. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Quelle garantie le concessionnaire devrait-il donner pour que moins de 15 % des voitures soient traitées à nouveau?

  (ii) Le concessionnaire crée, en fonction de la garantie, un fonds servant à payer les remboursements et les réparations à effectuer. On estime qu'environ 2 500 voitures recevront le revêtement chaque année. Le coût moyen des réparations effectuées sur les voitures ramenées est d'environ 165 $. Combien d'argent devrait-on verser dans le fonds pour couvrir les voitures ramenées par les clients?

  (iii) Quelle est la probabilité qu'une voiture ayant reçu le revêtement, choisie au hasard, soit retournée dans les cinq ans?

(S1.11)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.5 Cotes Z

MÉ : p. 283-294

GE : p. 276-281

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S2 Interpréter des données statistiques, y compris :

- **des intervalles de confiance;**
- **des niveaux de confiance;**
- **la marge d'erreur.**

[C, L, R]

Indicateur de rendement

S2.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification d'un intervalle de confiance, d'une marge d'erreur ou d'un niveau de confiance.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les résultats d'apprentissage recherchés ici visent davantage l'interprétation des données que les calculs mathématiques. Il est souvent difficile d'étudier une population entière, donc nous utilisons souvent une population représentative appelée « échantillon ». Si l'échantillon est vraiment représentatif, alors les statistiques tirées de l'échantillon refléteront celles tirées de la population dans son ensemble. Toutefois, il est peu probable qu'un échantillon vraiment représentatif soit prélevé. Nous devons faire des prédictions quant à la probabilité que les statistiques tirées de notre échantillon soient représentatives de la population entière.

Les sondages sont utilisés pour tirer des conclusions à partir d'un échantillon. Le degré de représentativité de l'échantillon dépend de deux statistiques importantes : la marge d'erreur et le niveau de confiance. Nous pouvons l'illustrer par l'exemple suivant :

Une compagnie de location de voitures effectue des sondages auprès des consommateurs et constate que 50 % des répondants déclarent que son service à la clientèle est « très bon ». Le niveau de confiance est établi à 95 % et la marge d'erreur est ± 3 %. Cette information indique que si le sondage était effectué 100 fois, le pourcentage de gens qui disent que le service est « très bon » s'établirait entre 47 % à 53 %, 95 fois sur 100.

Les élèvent doivent uniquement calculer l'intervalle de confiance en connaissant la moyenne et la marge d'erreur. Ils peuvent également déterminer la moyenne et la marge d'erreur à partir de l'intervalle de confiance. Prenons les exemples suivants :

- Une marque de pile a une durée de vie moyenne de 12,6 heures avec une marge d'erreur de 0,7 heure. Donc, si 12,6 – 0,7 = 11,9 et 12,6 + 0,7 = 13,3, l'intervalle de confiance indiquerait que cette marque de pile durerait entre 11,9 heures et 13,3 heures.
- On dit que la date de péremption du lait est entre 13,5 et 14,7 jours. La date de péremption moyenne serait le point milieu de l'intervalle, $\frac{13,5+14,7}{2} = 14,1$. On pourrait ainsi calculer la marge d'erreur : 14,7 - 14,1 = 0,6 et 13,5 - 14,1 = -0,6. La marge d'erreur serait de ±0,6.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Un botaniste recueille un échantillon de 50 pétales d'iris et mesure la longueur de chacun. Il constate que la moyenne est de 5,55 cm et l'écart type est de 0,57 cm. Il déclare alors qu'il est à 95 % sûr que la longueur moyenne des pétales se situe entre 5,39 cm et 5,71 cm. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Déterminez la marge d'erreur, l'intervalle de confiance et le niveau de confiance.

  (ii) Expliquez quel genre d'information l'intervalle de confiance fournit-il sur la population des pétales d'iris.

  (iii) Comment la longueur d'un intervalle de confiance à 99 % serait-elle différente de la longueur d'un intervalle de confiance à 95 %?

  (iv) Si vous ne connaissez pas la marge d'erreur mais que vous savez que l'intervalle de confiance se situe entre 5,39 cm et 5,71 cm, comment pourriez-vous déterminer la marge d'erreur?

  (S2.1)

- Un rapport affirme que le revenu familial moyen dans une grande ville est de 87 000 $. Selon le rapport, les résultats sont justes 19 fois sur 20 et affichent une marge d'erreur de ±2 500.

  (i) Quel est le niveau de confiance dans une telle situation? Expliquez ce que cela signifie.

  (ii) Expliquez la signification d'une marge d'erreur de ±2 500.

  (S2.1)

Journal

- Demander aux élèves d'expliquer ce qu'on entend par un intervalle de confiance à 90 %, à 95 % et à 99 %. En quoi ces intervalles de confiance se ressemblent-ils? En quoi sont-ils différents?

  (S2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.6 Intervalles de confiance

MÉ : p. 295-304

GE : p. 282-288

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S2 Suite...

Indicateur de rendement

S2.2 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment les niveaux de confiance, la marge d'erreur et les intervalles de confiance peuvent varier selon la taille de l'échantillon aléatoire.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La taille d'un échantillon aléatoire influera sur l'intervalle de confiance et la marge d'erreur. Clarifiez cette notion en utilisant un exemple. La ville de Conception Bay South cherche à déterminer l'emplacement d'un nouveau centre récréatif. Demandez aux élèves de faire une prédiction sur l'intervalle de confiance et la marge d'erreur si 100 personnes étaient sondées, si 1 000 personnes étaient sondées ou si la totalité des habitants de la ville étaient sondés. Si 100 personnes étaient sondées, les élèves devraient comprendre que les résultats pourraient être biaisés d'une façon ou de l'autre. En d'autres termes, il n'y a aucune garantie que les résultats seraient exacts. La marge d'erreur serait ainsi importante (taille d'échantillon modeste) et on aurait un intervalle de confiance très étendu. Si 1 000 personnes étaient sondées, on aurait de meilleures chances d'avoir des résultats plus justes. L'augmentation de la taille de l'échantillon ferait diminuer la marge d'erreur qui, à son tour, ferait diminuer l'étendue de l'intervalle de confiance. Ainsi nous nous rapprocherions davantage du résultat réel. Si la totalité des habitants de la ville étaient sondés, les élèves devraient admettre que le résultat réel serait connu et qu'il n'y aurait pas de marge d'erreur.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Dans un sondage national effectué auprès de 400 Canadiens âgés de 20 à 35 ans, 37,5 % des répondants ont prétendu faire de l'exercice au moins quatre heures par semaine. Les résultats ont été considérés comme exacts au seuil de 4 %, 9 fois sur 10. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) S'agit-il d'un intervalle de confiance à 90 %, à 95 % ou à 99 %? Comment le savez-vous?

  (ii) Combien de répondants ont prétendu faire de l'exercice au moins quatre heures par semaine?

  (iii) Quelle est la marge d'erreur?

  (iv) Quel est l'intervalle de confiance? Expliquez sa signification.

  (v) Donnez quelques-unes des limites de ce sondage.

  (vi) Si les rédacteurs de l'article établissaient un intervalle de confiance à 99 % en se fondant sur ces données, en quoi cela serait-il différent? En quoi cela serait-il semblable?

  (vii) Comment l'intervalle de confiance varierait-il si la taille de l'échantillon était passée à 1 000, mais que la proportion dans l'échantillon restait la même?

(S2.2)

Journal

- Dans un sondage récent, 355 répondants d'un échantillon aléatoire de 500 étudiants en première année d'université prétendent fréquenter l'université qui était leur premier choix. Si la taille de l'échantillon était réduite mais que la proportion dans l'échantillon restait inchangée, expliquez dans quelle mesure les intervalles de confiance varieraient.

(S2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.6 Intervalles de confiance

MÉ : p. 295-304

GE : p. 282-288

Statistique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

S2 Suite...

Indicateurs de rendement

S2.3 *Formuler des inférences sur une population à partir de données d'un échantillon à l'aide des intervalles de confiance donnés et expliquer le raisonnement.*

S2.4 *Relever des exemples tirés des médias électroniques ou imprimés dans lesquels des intervalles et des niveaux de confiance sont utilisés pour appuyer un point de vue particulier.*

S2.5 *Interpréter et expliquer des intervalles de confiance et la marge d'erreur à l'aide d'exemples tirés des médias électroniques ou imprimés.*

S2.6 *Appuyer une prise de position en analysant des données statistiques présentées dans des médias.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Donnez aux élèves une valeur moyenne et une marge d'erreur ou encore l'intervalle de confiance et demandez-leur d'analyser les données dans le but de faire des inférences. Prenons l'exemple suivant :

- Selon une étude récente, 61 % des élèves de l'école secondaire intermédiaire de Lewisporte possèdent un téléphone cellulaire. Les résultats de l'étude sont considérés comme exacts 19 fois sur 20, avec une marge d'erreur de 3,6 %.

Posez aux élèves les questions suivantes :

(i) Quel est le niveau de confiance?

(ii) Quel est l'intervalle de confiance?

(iii) S'il y a 258 élèves d'inscrits à l'École secondaire intermédiaire de Lewisporte, selon l'étude quel est le nombre (minimum et maximum) d'élèves qui pourraient posséder un téléphone cellulaire?

Présentez aux élèves une inférence fondée sur des intervalles de confiance donnés et demandez leur de faire des commentaires sur la validité de l'inférence. Prenons l'exemple suivant :

- La ville de St. John's cherche à déterminer si elle doit poursuivre son programme de collecte sélective porte à porte. Un sondage a révélé que 50 % des résidents voulaient le maintien du programme. Le sondage est considéré comme exact 9 fois sur 10, avec une marge d'erreur de 16,7 %. Selon ces résultats, quelle mesure la ville doit-elle adopter relativement au programme de collecte sélective porte à porte? Expliquez votre réponse.

Les élèves doivent se rendre compte que le niveau de confiance n'est que de 90 % et qu'en raison de la marge d'erreur importante, l'étendue de l'intervalle de confiance est également importante (33,3 % à 66,7 %). La ville sait, avec un degré de confiance de 90 % seulement, que la tranche de population favorable au programme de collecte sélective se situe entre le tiers et les deux tiers. Demandez aux élèves s'il s'agit là d'une information utile. Il conviendrait donc de proposer que la ville augmente la taille de son échantillon afin de réduire la marge d'erreur et rehausse l'intervalle de confiance à au moins 95 %, pour avoir une meilleure idée de ce que pensent vraiment les participants au programme.

Les élèves pourraient trouver divers exemples tirés des journaux ou d'Internet, par exemple le contrôle de la qualité ou les sondages d'opinion publique, dans lesquels les niveaux de confiance, les intervalles de confiance et les marges d'erreur sont utilisés pour présenter des résultats. Ils devraient comprendre la signification des intervalles et des niveaux de confiance et leurs implications pour la société. Ces exemples pourraient alors être utilisés pour amorcer des discussions touchant l'interprétation et l'explication des données statistiques qui permettent de se forger une opinion sur le sujet.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement statistique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Selon les résultats d'une enquête, 72 % des résidents de Mount Pearl possèdent des téléphones cellulaires. La marge d'erreur de l'enquête était de 2,3 %. Si on compte 24 600 habitants à Mount Pearl, demander aux élèves de déterminer le nombre (minimum et maximum) d'habitants qui possèdent des téléphones cellulaires.

(S2.3)

Performance/Observation

- Demander aux élèves de créer une affiche comportant un exemple tiré des médias imprimés ou électroniques qui utilisent des intervalles de confiance ou des niveaux de confiance pour appuyer une position. On pourrait demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Interprétez l'intervalle de confiance et les niveaux de confiance pour quelqu'un qui n'a aucune connaissance en statistique.

  (ii) Comment l'intervalle de confiance varierait-il si l'on doublait la taille de l'échantillon utilisé pour l'étude?

  (iii) Êtes-vous en accord ou en désaccord avec les conclusions portant sur les données tirées de l'étude? Expliquez.

(S2.4, S2.5, S2.6)

- Demander aux élèves de trouver un exemple dans les médias qui utilise les intervalles de confiance ou les niveaux de confiance pour appuyer une position touchant les adolescents d'aujourd'hui. Leur demander de rédiger deux brefs articles sur le sujet. Dans l'un des articles, qu'ils présentent la situation de façon aussi catastrophique que possible. Dans l'autre article, qu'ils essaient de minimiser le problème.

(S2.4, S2.5, S2.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

5.6 Intervalles de confiance

MÉ : p. 295-304

GE : p. 282-288

Fonctions quadratiques

Durée suggérée : 16 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans le présent module, on abordera avec les élèves les trois formes de la fonction quadratique : la forme générale, la forme factorisée et la forme canonique. Ils étudieront les caractéristiques d'une fonction quadratique en utilisant des éléments tels que les points d'intersection avec l'axe des *x* et des *y*, le sommet, l'axe de symétrie, le domaine et l'image.

Les élèves auront l'occasion d'établir le lien entre l'équation d'une fonction quadratique et son graphique. Chaque forme d'une fonction quadratique a ses propres caractéristiques ainsi que ses propres avantages. Les élèves n'auront pas à utiliser la méthode consistant à compléter le carré pour passer de la forme canonique à la forme générale de la fonction quadratique. Cependant, ils devront quand même le faire à l'aide d'autres méthodes.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS RF1

Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris :

- le sommet;
- les coordonnées à l'origine;
- le domaine et l'image;
- l'axe de symétrie.

RAS RF2

Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques.

RAG

Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

RAS NL2

Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Relations et fonctions	Relations et fonctions	Relations et fonctions
RF5 Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris : • les coordonnées à l'origine; • la pente; • le domaine; • l'image. [L, R, RP, V]	RF1 Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris : • le sommet; • les coordonnées à l'origine; • le domaine et l'image; • l'axe de symétrie. [L, RP, T, V] RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF7 Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]
	Nombre et logique	Raisonnement logique
	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Démontrer une compréhension des caractéristiques des fonctions quadratiques, y compris :

- **le sommet;**
- **les coordonnées à l'origine;**
- **le domaine et l'image;**
- **l'axe de symétrie.**

[L, RP, T, V]

Indicateur de rendement

RF1.1 *Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique ($y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$) en manipulant les paramètres a, b et c.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont abordé le concept du degré en étudiant les polynômes (9RR5). Dans le cours de Mathématiques 1231, ils ont factorisé des différences de carrés, les trinômes carrés parfaits et les polynômes de la forme $x^2 + bx + c$ et $ax^2 + bx + c$ (AN5). Ils se sont également familiarisés avec la notation de fonctions en étudiant les fonctions linéaires (RF8). Dans le présent module, on abordera avec les élèves les fonctions quadratiques. Ils étudieront les fonctions quadratiques exprimées dans les trois formes ci-dessous et traceront des graphiques en utilisant des caractéristiques telles que les points d'intersection avec l'axe des x et des y, le sommet (en tant que point maximal ou minimal), l'axe de symétrie ainsi que le domaine et l'image.

Forme générale : $f(x) = ax^2 + bx + c$

Forme factorisée : $f(x) = a(x - r)(x - s)$

Forme canonique : $f(x) = a(x - h)^2 + k$

Avant d'aborder la forme générale d'une fonction quadratique avec les élèves, ceux-ci doivent se familiariser avec la forme d'une fonction quadratique et apprendre à identifier la fonction quadratique. Les termes quadratique et parabole sont nouveaux pour les élèves. Ils doivent d'abord apprendre les fonctions non linéaires.

Les élèves devraient avoir l'occasion d'effectuer des recherches sur ce qui constitue une fonction quadratique. Demandez-leur de se tourner vers un partenaire pour effectuer la multiplication de deux équations linéaires ou élever au carré un binôme de la forme $ax + b$. Prenons les exemples $y = (x + 1)(x - 4)$ et $y = (3x - 2)^2$. Demandez aux élèves ce qu'ils remarquent en ce qui concerne le degré du polynôme.

On peut utiliser le mouvement d'un projectile pour expliquer la trajectoire d'une balle de baseball ou celle d'un skieur en vol. Pour aider les élèves à se représenter le mouvement d'un projectile, lancez une balle à un élève. Demandez aux élèves de décrire à leurs camarades la trajectoire de la balle et d'esquisser la trajectoire de la hauteur de la balle dans le temps [l'axe indépendant (variable indépendante) représente le temps et l'axe dépendant (variable dépendante) représente la hauteur de la balle]. Encouragez les élèves à échanger leurs graphiques avec leurs camarades. Demandez-leur de trouver d'autres exemples qui pourraient correspondre au diagramme des paraboles qui s'ouvrent vers le haut ou vers le bas.

Les caractéristiques de la parabole qui en résulte, tels que le sommet et l'axe de symétrie, devraient être étudiées. Il importe que les élèves sachent reconnaître que chaque point sur la parabole, à l'exception du sommet, a un point correspondant sur son image symétrique, d'où la forme parabolique. Des discussions portant sur les applications quotidiennes, par exemple le mouvement d'un projectile, permettent aux élèves de bien comprendre l'utilité des fonctions quadratiques.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de formuler une conjecture quant à la façon de déterminer, sans tracer de graphique, si une fonction quadratique a une valeur maximale ou minimale.

(RF1.1)

- Remettre aux élèves le tableau suivant comprenant un ensemble d'énoncés. Leur demander de décrire le raisonnement qu'ils ont utilisé pour décider si chaque énoncé est vrai ou faux.

Fonction polynomiale	Classification	Vrai ou faux	Expliquez/ Justifiez
$y = 5(x + 3)$	Linéaire		
$y = 5(x^2 + 3)$	Quadratique		
$y = 5^2(x + 3)$	Quadratique		
$y = 5x(x + 3)$	Linéaire		
$y = (5x + 1)(x + 3)$	Quadratique		
$y = 5(x + 3)^2 + 2$	Quadratique		

(RF1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.1 Exploration des relations quadratiques

Manuel de l'élève (MÉ) :
p. 322-324

Guide d'enseignement (GE) :
p. 315-319

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateur de rendement

RF1.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En premier lieu, on abordera avec les élèves la forme générale de la fonction quadratique.

On devrait présenter aux élèves le terme quadratique, le terme linéaire et la constante d'une équation quadratique. Ils doivent pouvoir établir la différence entre le terme quadratique et le coefficient du terme quadratique. Les élèves confondent souvent le terme quadratique, en le prenant par exemple comme la valeur de a au lieu de ax^2.

Les caractéristiques de la fonction quadratique $f(x) = ax^2 + bx + c$ devraient être développées dans le cadre d'une recherche où les paramètres a, b et c sont manipulés individuellement. Pour ce faire, on devrait utiliser des outils technologiques, par exemple les calculatrices graphiques, Desmos [MD], FX Draw [MD] ou d'autres logiciels graphiques appropriés, étant donné que les techniques de reproduction graphique des élèves, en ce qui concerne les fonctions quadratiques, seraient à ce stade-ci limitées à l'utilisation d'un tableau de valeurs.

D'abord les élèves examineront l'effet que produit le changement de valeur de a en comparant les fonctions quadratiques $y = x^2$ et $y = ax^2$. À mesure qu'ils comparent les graphiques de $y = 2x^2$ et $y = -2x^2$ au graphique de $y = x^2$, posez des questions, comme celles qui suivent, pour stimuler la discussion parmi les élèves :

- Qu'arrive-t-il à l'orientation de l'ouverture de la fonction quadratique si $a < 0$ et $a > 0$?
- Si la fonction quadratique s'ouvre vers le haut, le sommet correspond-il au point maximum ou minimum? Expliquez votre raisonnement. Qu'arrive-t-il si la fonction quadratique s'ouvre vers le bas?
- La forme de la parabole est-elle affectée par le paramètre a? Y a-t-il des graphiques plus larges ou plus étroits que le graphique de $y = x^2$?
- Qu'arrive-t-il au point d'intersection de l'axe des x lorsque la valeur de a est modifiée?
- Quel est l'impact sur le graphique si $a = 0$?

Par analogie, les élèves peuvent comparer les graphiques de $y = \frac{1}{2}x^2$ et $y = -\frac{1}{2}x^2$ au graphique de $y = x^2$.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- On a demandé à Jacques de décrire dans quelle mesure le graphique de $y = \frac{1}{2}x^2$ se compare au graphique de $y = x^2$. Il a répondu que le graphique de $y = \frac{1}{2}x^2$ sera plus étroit que le graphique de $y = x^2$. Jacques a-t-il raison? Expliquez votre raisonnement.

  (RF1.1)

- Demander aux élèves d'expliquer de quelle manière la modification du paramètre a affecte le graphique de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$.

  (RF1.1)

Performance

- Donner aux élèves plusieurs équations et graphiques quadratiques. Leur demander d'associer chaque équation au bon graphique.

  (RF1.1)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de comparer les graphiques des équations suivantes au graphique de $y = x^2$:

  (i) $y = 3x^2 - 1$

  (ii) $y = 2x^2 + x$

  (iii) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

  (RF1.1)

- Demander aux élèves de tracer le graphique de chacune des relations suivantes, en utilisant un tableau de valeurs ou un outil technologique graphique, et d'inscrire les changements dans la parabole lorsque le paramètre c est manipulé.

  (i) $y = x^2$

  (ii) $y = x^2 + 2$

  (iii) $y = x^2 + 5$

  (iv) $y = x^2 - 3$

  (v) $y = x^2 - 4$

  (RF1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.1 Exploration des relations quadratiques

MÉ : p. 322-324

GE : p. 315-319

Ressource suggérée

Le site Web suivant étudie les caractéristiques d'une fonction quadratique en modifiant les paramètres *a*, *b* et *c*.
https://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-graph.html

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.1 *Suite*

RF1.2 *Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient ensuite passer à l'examen des effets de la manipulation de la valeur de b et de c de manière analogue. On devrait leur laisser le temps d'analyser les graphiques de diverses fonctions quadratiques, telles que $y = x^2 + 2x$, $y = x^2 + 5x$, $y = x^2 + 1$ et $y = x^2 - 3$. Encouragez-les à trouver les liens entre les changements survenus dans le graphique et la fonction relative à $y = x^2$. Posez des questions comme celles qui suivent :

- Quel est l'effet du paramètre b dans $y = x^2 + bx$ sur le graphique de $y = x^2$? L'axe de symétrie de la parabole change-t-il?
- Quel est l'effet du paramètre c dans $y = x^2 + c$ sur le graphique de $y = x^2$? Comment pouvez-vous identifier le point d'intersection de l'axe des y de l'équation dans la forme générale? L'axe de symétrie est-il affecté par le paramètre c?

Cette activité permet aux élèves de reconnaître que les coefficients d'une fonction quadratique déterminent la forme du graphique et son orientation.

Les élèves peuvent déterminer les coordonnées du sommet d'une fonction quadratique avec et sans outils technologiques. Le graphique d'une fonction quadratique peut être créé en recourant à des outils technologiques, par exemple le FX Draw^{MD} ou DESMOS^{MD} ou une calculatrice graphique. Les élèves peuvent identifier plus facilement les caractéristiques de la fonction quadratique, par exemple les coordonnées du sommet, l'orientation de l'ouverture et les points d'intersection avec l'axe des x et des y, lorsqu'ils ont une représentation visuelle

Une autre possibilité consiste à créer un tableau de valeurs. En 9^e année, les élèves ont utilisé un tableau de valeurs pour représenter graphiquement les relations linéaires. Désormais ils étendront cette stratégie aux équations quadratiques afin de déterminer le sommet et son rapport avec l'axe de symétrie. Lorsque vous tracez le graphique de la fonction quadratique $y = x^2 + 4x + 3$, par exemple les élèves peuvent créer le tableau de valeurs suivant.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3	8	15	24

Demandez aux élèves s'ils peuvent reconnaître, à partir de ce tableau, le point où la parabole change de direction. L'objectif consiste à pouvoir identifier la symétrie étant donné que les points sur la parabole qui partagent la même coordonnée y sont à égale distance du sommet.

Que les élèves utilisent un graphique ou un tableau de valeurs, l'enseignant devrait encourager la discussion en leur posant des questions comme celles qui suivent :

- Quel lien y a-t-il entre l'axe de symétrie et les coordonnées du sommet?
- Quelle est l'équation de cet axe de symétrie?

Il pourrait être utile de revoir brièvement la notion de ligne verticale.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de se placer en petits groupes. Donner à chaque groupe une liste de paramètres pour *a*, *b* et *c* comme celle illustrée ci-dessous :

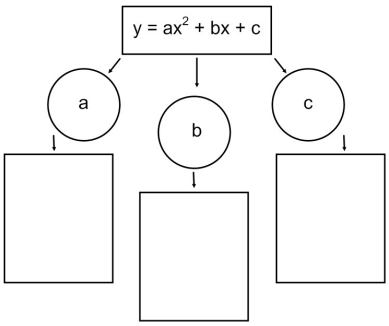
$a = 2$	$a = 1$	$a = -1$	$a = \frac{1}{2}$
$b = 0$	$b = -2$	$b = 4$	$b = -3$
$c = -4$	$c = 0$	$c = 2$	$c = 3$

  Demander aux élèves de couper la liste en morceaux, de regrouper les morceaux par paramètre et de les placer en piles, face sur table. Ils doivent tirer une valeur de chaque pile (c.-à-d., un *a*, un *b* et un *c*) et décider quels seront les changements à la forme de $y = x^2$.

(RF1.1)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le diagramme de manière à décrire les effets des paramètres *a*, *b* et *c* sur la fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c$.



(RF1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.1 Exploration des relations quadratiques

MÉ : p. 322-324

GE: p. 315-319

6.2 Propriétés des graphiques des fonctions quadratiques

MÉ : p. 325-336

GE : p. 320-324

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.2 *Suite*

RF1.3 *Déterminer les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique à partir de son équation et de celle de son axe de symétrie, et déterminer si l'ordonnée du sommet est un maximum ou un minimum.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves peuvent utiliser la formule $x = -\frac{b}{2a}$ pour trouver la coordonnée x du sommet pour les fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$. Cette valeur peut être utilisée pour déterminer l'équation de l'axe de symétrie. La formule devrait être développée en utilisant l'activité ci-dessous conçue pour les élèves.

Remettez aux élèves un tableau contenant des fonctions quadratiques de forme générale et les coordonnées du sommet de chaque fonction. Les élèves doivent identifier les valeurs de a, b et c ainsi que la valeur de $-\frac{b}{2a}$.

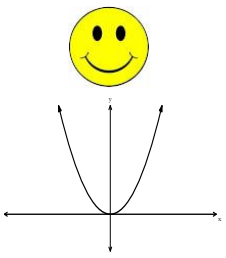
Fonction	Sommet	Équation de l'axe de symétrie	a	b	c	$-\frac{b}{2a}$
$y = x^2 - 4x + 7$	(2, 3)					
$y = -2x^2 - 16x - 34$	(-4, -2)					
$y = 3x^2 - 6x + 10$	(-1, 7)					

Les élèves doivent découvrir que la valeur de $-\frac{b}{2a}$ est la coordonnée x du sommet, et on doit faire le lien avec l'équation de l'axe de symétrie. On peut trouver la coordonnée y du sommet en procédant à la substitution de la coordonnée x dans la fonction quadratique. Encouragez les élèves à travailler avec diverses méthodes et à les comparer, puis à décider laquelle d'entre elles ils préfèrent et pourquoi.

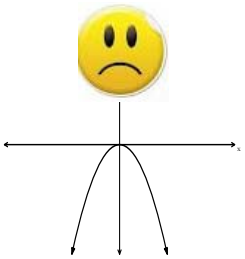
Si l'axe de symétrie est fourni, en plus de la forme générale de la fonction quadratique, demandez aux élèves de quelle façon ils pourraient déterminer la coordonnée y du sommet. L'enseignant pourrait amorcer la discussion en rappelant aux élèves le travail effectué avec les relations linéaires dans le cours de Mathématiques 1231. Les élèves avaient déterminé les valeurs inconnues à l'aide de la substitution (c.-à-d., $y = 3x + 1$; trouver y si $x = -2$) Cette méthode algébrique peut également convenir pour les fonctions quadratiques si l'on substitue la valeur x connue dans la fonction afin de trouver la valeur y correspondante.

Le fait que le sommet soit considéré comme point maximum ou minimum dépend de la valeur de a. Voici une manière d'aider les élèves à se rappeler comment déterminer le sens de l'ouverture.

Fonction quadratique positive ($y = x^2$)



Fonction quadratique négative ($y = -x^2$)



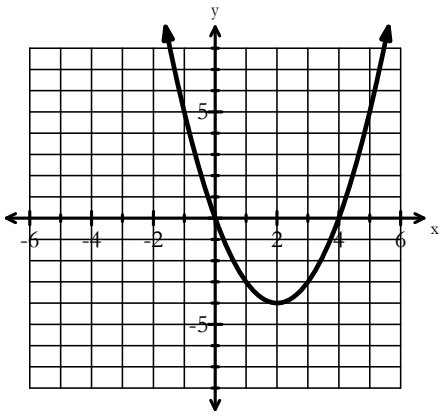
Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer le sommet dans chacun des cas suivants :

(i)



(ii)

x	-1	0	1	2	3
y	10	1	-2	1	10

(iii) $y = 2x^2 - 8x + 7$

(RF1.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.2 Propriétés des graphiques des fonctions quadratiques

MÉ : p. 325-336

GE : p. 320-324

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.3 *Suite*

RF1.4 *Déterminer l'équation de l'axe de symétrie du graphique d'une fonction quadratique à partir de ses abscisses à l'origine.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Cette manière peut fournir de l'information utile, particulièrement lorsqu'on trace des graphiques de fonctions quadratiques. Si les élèves tracent des points donnant lieu à une quadratique s'ouvrant vers le haut, mais que le coefficient du terme quadratique de la fonction est négatif, il s'agit là d'un bon indicateur que quelque chose ne va pas avec leur graphique.

Il importe que les élèves sachent établir la différence entre un point maximum ou minimum et une valeur maximale ou minimale.

Jusqu'ici, les élèves ont déterminé l'équation de l'axe de symétrie à l'aide de la coordonnée *x* du sommet. L'axe de symétrie peut également être lié aux points d'intersection avec l'axe des *x* du graphique d'une fonction quadratique. Donnez aux élèves plusieurs graphiques de fonctions quadratiques et demandez-leur comment sont reliés l'axe de symétrie et la position des points d'intersection avec l'axe des *x*. Il s'agit essentiellement pour les élèves de reconnaître que, en raison de la symétrie, l'axe de symétrie se trouve exactement à mi-chemin entre les deux points d'intersection avec l'axe des *x*.

On devrait également donner aux élèves l'occasion d'analyser plusieurs tableaux de valeurs et leurs graphiques correspondants. Utilisez les questions suivantes pour aider les élèves à établir un lien entre l'axe de symétrie et les points d'intersection avec l'axe des *x* :

- Comment détermine-t-on, à l'aide d'un tableau de valeurs, les points d'intersection avec l'axe des *x*?
- Pouvez-vous identifier le sommet à partir du tableau? Expliquez.
- Comment pourriez-vous déterminer la coordonnée *x* du sommet uniquement à partir des points d'intersection avec l'axe des *x*?
- Qu'arrive-t-il si les points d'intersection avec l'axe des *x* ne sont pas évidents dans un tableau de valeurs? Quelle stratégie peut-on utiliser pour trouver l'axe de symétrie?

Il importe que les élèves sachent reconnaître que si l'on a deux points quelconques ayant les mêmes coordonnées sur l'axe des *y* dans un tableau de valeurs, l'équation de l'axe de symétrie peut être déterminée en calculant la moyenne des coordonnées sur l'axe des *x* des points.

Parfois, les élèves énoncent mal l'équation de l'axe de symétrie, qu'ils prennent comme valeur numérique plutôt qu'équation. Il importe qu'ils sachent reconnaître que lorsqu'ils tracent des graphiques de fonctions quadratiques, l'axe de réflexion est une droite verticale. Pour la fonction quadratique $y = x^2 - 6x + 13$, les élèves peuvent identifier par erreur l'équation de l'axe de symétrie comme étant *3* plutôt que x = 3.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Étant donné le graphique de $y = 2x^2 + 8x - 3$, posez les questions suivantes :

  (i) Quelle est la valeur du point d'intersection avec l'axe des *y*? du point d'intersection avec l'axe des *x*?

  (ii) Quel est le sens de l'ouverture?

  (iii) Quel est le sommet?

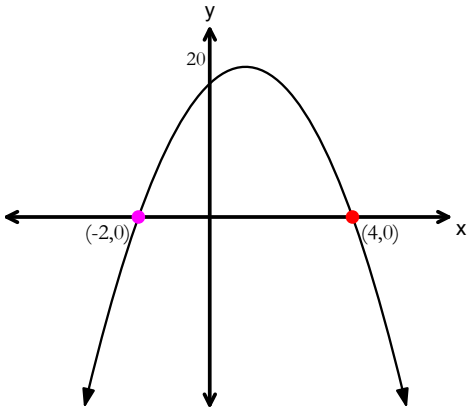
  (iv) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?

  (v) Quel est le lien entre l'axe de symétrie et le sommet?

(RF1.2, RF1.3, RF1.4)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de trouver l'équation de l'axe de symétrie pour la parabole indiquée dans le graphique ci-dessous.



(RF1.4)

Observation

- Pour cette activité, il faudra deux élèves. Donner à l'un deux le graphique d'une fonction quadratique. Lui demander de se tourner vers son camarade pour lui décrire, à l'aide des caractéristiques de la fonction quadratique, le graphique qu'il voit. L'autre élève tracera le graphique selon la description fournie par son camarade. Les deux élèves vérifieront alors si leurs graphiques correspondent.

(RF1.2, RF1.3, RF1.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.2 Propriétés des graphiques des fonctions quadratiques

MÉ : p. 325-336

GE : p. 320-324

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 ***Suite...***

Indicateurs de rendement

RF1.5 *Esquisser le graphique d'une fonction quadratique.*

RF1.6 *Déterminer le domaine et l'image d'une fonction quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Encouragez les élèves à penser à ce à quoi ressemblerait le graphique de la fonction quadratique avant de le tracer. Ils peuvent discuter des éléments tels que l'orientation de l'ouverture, se demander si le sommet est un point maximum ou minimum, quelle est la valeur du point d'intersection avec l'axe des *y*, combien devrait-il y avoir de points d'intersection avec l'axe des *x*.

Prenons par exemple l'équation $y = -x^2 + 5x + 4$. Étant donné que la parabole s'ouvre vers le bas (la valeur de *a* est négative), le sommet est un point maximum. Le point d'intersection avec l'axe des *y* (valeur de *c*) est 4, ce qui est au-dessus de l'axe des *x*; il y a donc deux points d'intersection avec l'axe des *x*.

Demandez aux élèves quelles sont les caractéristiques importantes à prendre en considération lorsqu'ils tracent le graphique d'une fonction quadratique. Les élèves peuvent au début utiliser un tableau de valeurs pour tracer leur graphique. Encouragez-les à utiliser les autres méthodes abordées dans ce module. Par exemple, les élèves peuvent utiliser la formule $x = \frac{-b}{2a}$ pour trouver la coordonnée *x* du sommet et utiliser la méthode par substitution pour trouver la valeur correspondante sur l'axe des *y*. Pour établir un graphique exact, les élèvent devraient tracer au moins deux autres points sur le graphique.

Les élèves devront déterminer le domaine et l'image de la fonction. Le concept du domaine et de l'image a été abordé dans le cours de Mathématiques 1231 à l'aide de la notation ensembliste ou de la notation d'intervalle (RF5). Les élèves devraient reconnaître que toutes les fonctions quadratiques non contextuelles ont un domaine défini comme $\{x| x \in \Re\}$, alors que l'image dépend du sommet et du sens de l'ouverture. L'enseignant devrait favoriser la discussion lorsque les élèves tracent le graphique de fonctions quadratiques en leur posant les questions suivantes :

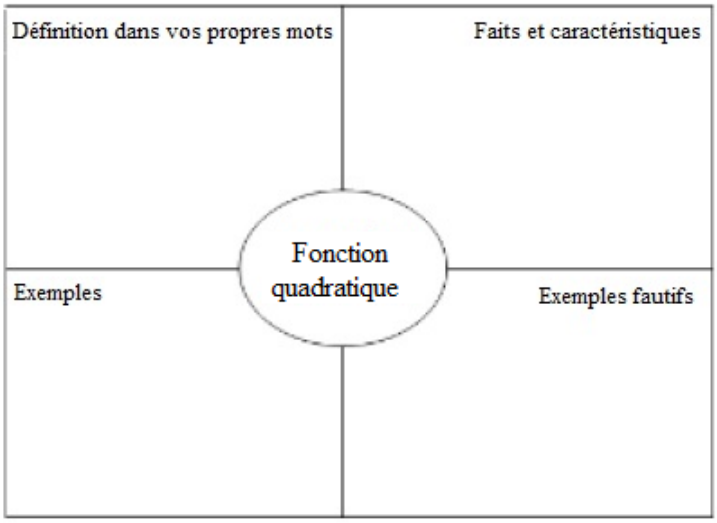
- Pourquoi le domaine est-il l'ensemble de tous les nombres réels, alors qu'on n'a tracé que quelques points à partir de la table de valeurs?
- Comment l'image est-elle liée à l'orientation de l'ouverture?

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

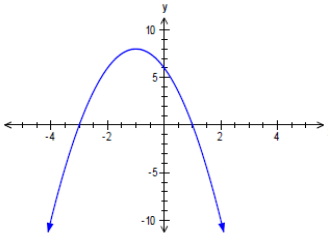
- Demander aux élèves de compléter le modèle Frayer suivant.



(RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5, RF1.6)

- Demander aux élèves de trouver l'image :

(i)



(ii)

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

(iii) $y = 3x^2 - 12x + 1$

(RF1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.2 Propriétés des graphiques des fonctions quadratiques

MÉ : p. 325-336
GE : p. 320-324

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques.

[C, L, R, RP, T, V]

Indicateur de rendement

RF2.1 *Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées à l'origine du graphique d'une fonction quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devront être en mesure de factoriser des équations quadratiques plus tard dans le module 8; pour le moment, les équations quadratiques doivent être présentées sous forme factorisée. Ils devraient faire le lien entre la forme factorisée d'une fonction quadratique et les points d'intersection avec l'axe des x du graphique. Considérez présenter la notion à l'aide de l'activité suivante :

Demandez aux élèves de tracer le graphique des fonctions suivantes et de déterminer les points d'intersection avec l'axe des x en se servant de la technologie :

(i) $y = x^2 - 6x + 9$ (ii) $y = 2x^2 - 4x - 6$

(iii) $y = (x - 2)(x + 3)$ (iv) $y = (x + 1)(x - 4)$

Dirigez des discussions portant essentiellement sur les questions suivantes :

- Pouvez-vous déterminer les points d'intersection avec l'axe des x en regardant une fonction quadratique? Expliquez.
- Quelle forme de la fonction quadratique avez-vous trouvé le plus facile à utiliser lorsque vous déterminez les points d'intersection avec l'axe des x?
- Quel est le lien entre les facteurs et les points d'intersection avec l'axe des x?
- Quelle est la valeur de la coordonnée sur l'axe des y au point où le graphique traverse l'axe des x?
- Qu'arriverait-il si les facteurs de la fonction quadratique étaient identiques?
- Comment pouvez-vous trouver les points d'intersection avec l'axe des x d'une fonction quadratique sans le graphique ou un tableau de valeurs?

Il importe que les élèves sachent établir la distinction entre les termes « zéros » et « points d'intersection avec l'axe des x » et utiliser le terme correct dans une situation donnée.

Selon la règle du produit nul, si le produit de deux nombres réels est zéro, alors l'un des deux nombres, ou les deux, doivent être zéro. Ce point sera nouveau pour les élèves. Il importe donc que les élèves établissent le lien selon lequel les valeurs de x aux zéros de la fonction sont également les points d'intersection avec l'axe des x du graphique.

Les élèves font souvent des erreurs lorsqu'ils utilisent une équation telle que $y = (x + 4)(x - 2)$; ils écrivent les points d'intersection avec l'axe des x comme étant 4 et -2. Rappeler aux élèves qu'ils résolvent les équations $x + 4 = 0$ et $x - 2 = 0$ pour obtenir les points d'intersection à l'axe des x -4 et 2.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves comment ils peuvent déterminer les coordonnées du sommet, si on leur donne la forme factorisée d'une fonction quadratique.

(RF2.1)

Performance

- *Quiz-Quiz-Trade* est une activité de groupe pour toute la classe. Des questions et réponses sont écrites sur des fiches (voir des exemples de fiche ci-dessous). Pour commencer, distribuer une fiche à chaque élève. Demander à chacun d'eux de choisir un camarade. L'élève nº 1 pose une question à l'élève nº 2. Si l'élève nº 2 répond correctement, l'élève nº 1 donne une rétroaction positive. Si l'élève nº 2 répond mal, l'élève nº 1 donne un indice sur la façon de trouver la bonne réponse. L'élève nº 2 pose ensuite une question à l'élève nº 1. Après que les deux se sont posé leurs questions, ils s'échangent leurs fiches et vont s'apparier avec un autre. Le processus devrait être répété au moins cinq fois.

Question : Quelle est l'image de la fonction quadratique $y = 2(x-4)^2 + 1$? Réponse: $\{y \mid y \geq 1, y \in R\}$	Question : Quel est le sommet de la fonction quadratique $y = -x^2 - 4x + 3$? Réponse: (-2, 7)

(RF1.2, RF1.3,RF1.4, RF1.6, RF2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.3 Fonction quadratique sous la forme d'un produit de facteurs

MÉ : p. 337-353

GE : p. 325-332

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateurs de rendement

RF2.1 *Suite*

RF2.2 *Représenter une équation quadratique sous la forme d'un produit de facteurs à partir des zéros d'une fonction correspondante ou des abscisses à l'origine de son graphique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Si l'équation est écrite sous forme factorisée et que les élèves ont déterminé les points d'intersection avec l'axe des *x*, ils peuvent chercher à trouver le sommet et le point d'intersection avec l'axe des *y*. à l'aide de cette information, les élèves peuvent tracer le graphique de la fonction quadratique.

Les élèves se sont familiarisés avec le graphique d'une fonction quadratique et les points où une parabole traverse l'axe des *x*. Désormais ils utiliseront les points d'intersection avec l'axe des *x* et un autre point pour déterminer l'équation d'une parabole. Il s'agit d'un processus où les élèves travaillent à rebours. Le fait de voir une question commençant par la fonction quadratique et se terminant par les zéros pourrait les aider à voir de quelle façon commencer avec les zéros et terminer avec la fonction quadratique.

Les élèves devraient tester des paraboles où les points d'intersection avec l'axe des *x* sont connus. Encouragez la discussion entre les élèves autour de l'activité suivante :

- Tracez le graphique d'une parabole qui passe par (-4,0) et (3,0).
- Tracez trois autres paraboles qui sont différentes de la première, mais dont les points d'intersection avec l'axe des *x* sont toujours -4 et 3.
- Combien de paraboles pensez-vous qu'il est possible de tracer? Expliquez.

L'objectif ici pour les élèves consiste à reconnaître qu'on peut obtenir toute une famille de paraboles lorsque les points d'intersection avec l'axe des *x* sont donnés. Cependant, lorsqu'on leur fournit un point de plus, les élèves peuvent définir plus précisément la formule de l'équation quadratique. Pour pouvoir déterminer le multiplicateur « *a* » dans la forme factorisée $y = a(x - r)(x - s)$, les élèves choisiront un point quelconque de la parabole et utiliseront la méthode par substitution. Ils devraient pouvoir comparer leurs réponses avec celles de la classe afin de confirmer que les points qu'ils ont choisis donnent la même fonction quadratique, et ils devraient ensuite discuter entre eux pour savoir s'il est plus facile de travailler avec certains points qu'avec d'autres.

Grâce à la propriété de distributivité, les élèves peuvent faire passer l'équation de la forme factorisée à la forme générale.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

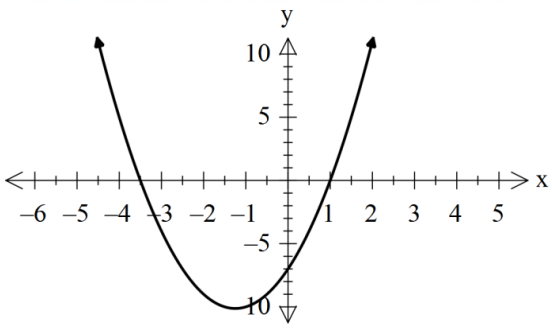
- Demander aux élèves de déterminer la fonction quadratique ayant les facteurs *(x + 3)* et *(x - 5)* et un point d'intersection avec l'axe des *y* de -5.

(RF2.2)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  i. Quels sont les zéros de $f(x) = (x - 1)(2x + 7)$?

  ii. Quels sont les points d'intersection avec l'axe des *x* du graphique?



  iii. Que remarquez-vous au sujet des réponses aux questions précédentes?

(RF2.1)

Entrevue

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes sur les fonctions quadratiques :

  (i) Est-ce que deux points d'intersection avec l'axe des *x* constituent assez d'information pour tracer un graphique unique? Expliquez.

  (ii) Les coordonnées du sommet constituent-elles assez d'information pour permettre de tracer un graphique unique? Expliquez

  (iii) Quelles sont les exigences minimales pour tracer un graphique unique de la fonction quadratique? Expliquez.

(RF2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.3 Fonction quadratique sous la forme d'un produit de facteurs

MÉ : p. 337-353

GE : p. 325-332

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.2, RF1.3

RF1.5, RF1.6 *Suite*

RF1.7 *Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique ($y = a(x - h)^2 + k$, $a \neq 0$) en manipulant les paramètres h et k.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Chaque forme d'une fonction quadratique a ses propres caractéristiques et ses propres avantages. Par exemple, si la fonction quadratique est écrite dans la forme générale, les élèves peuvent déterminer le point d'intersection avec l'axe des *y* ainsi que le sens de l'ouverture de la parabole directement à partir de l'équation. Si l'équation est écrite dans la forme factorisée, ils peuvent déterminer les points d'intersection du graphique avec l'axe des *x* ainsi que le sens de l'ouverture de la parabole. Maintenant, les élèves vont voir quel avantage il y a à écrire une fonction quadratique dans la forme canonique.

Les élèves traceront le graphique d'une fonction quadratique dans la forme canonique, $y = a(x - h)^2 + k$, et établiront un rapport entre les caractéristiques du graphique et la fonction. Les élèves ont étudié le paramètre *a* un peu plus tôt dans le module. Maintenant, ils vont étudier les composantes *h* et *k*. À l'aide d'outils technologiques graphiques, ils peuvent comparer des graphiques semblables à ceux qui suivent :

$y = x^2$ et $y = (x + 2)^2$
$y = x^2$ et $y = x^2 + 3$
$y = x^2$ et $y = (x - 1)^2 - 5$

L'essentiel ici est d'observer la translation verticale *k* et la translation horizontale *h* afin de faire une prédiction sur le sommet (*h*, *k*) de chaque équation. Par exemple, si on donne aux élèves les équations $y = x^2$ et $y = (x^2 + 4)$, ils doivent établir le lien montrant que les valeurs initiales de l'axe des *y* augmentent de 4 alors que les valeurs de l'axe des *x* restent inchangées. Ils devraient observer que le graphique $y = x^2 + 4$ est plus haut de 4 unités comparativement à sa position originale.

Parfois les élèves ont des problèmes plus théoriques avec les transformations horizontales. Prenons les équations $y = x^2$ et $y = x^2 + 4$. Comment expliquer aux élèves que la translation horizontale est l'opération inverse à l'intérieur des parenthèses? En utilisant une technologie appropriée, demandez aux élèves de comparer plusieurs fonctions transformées à la fonction quadratique originale $y = x^2$. Certains exemples pourraient inclure:

- $y = x^2 + 3$
- $y = x^2 - 4$
- $y = (x + 3)^2$
- $y = (x - 4)^2$

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- *Table ronde sur les fonctions quadratiques* : Les élèves traceront le graphique d'équations quadratiques en utilisant une structure appelée « Table ronde ».
  (i) Répartir les élèves en équipes de 4, avec des bureaux qui se font face.
  (ii) Une feuille de papier ordinaire par équipe est utilisée pour chaque fonction.
  (iii) Donner une fonction quadratique dont le graphique doit être tracé par l'équipe.
  (iv) L'objectif consiste à ce que chaque équipe trace le graphique de la fonction quadratique qui lui est assignée, une étape à la fois. Les membres de l'équipe énoncent à tour de rôle une caractéristique (sommet, équation de l'axe de symétrie, points d'intersection avec l'axe des x, points d'intersection avec l'axe des y ainsi que domaine et image) et font circuler la feuille de papier de l'un à l'autre.
  (v) Les mauvaises réponses doivent être notées et corrigées par les autres membres de l'équipe. Chaque réponse donnée par un membre qui est ensuite corrigée constitue un tour pour le membre en question.
  (vi) Lorsque les membres de l'équipe sont convaincus que la fonction quadratique est correctement représentée, ils tracent alors le graphique de la réponse finale au tableau. Les réponses peuvent être comparées dans la classe.

  (RF1.1, RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5, RF1.6, RF2.1)

- *Trouvez votre partenaire* : Remettre à la moitié des élèves des fiches montrant des graphiques dont le sommet ou les points d'intersection avec l'axe des x sont identifiés. Remettre à l'autre moitié de la classe des fiches montrant les fonctions quadratiques correspondantes écrites dans diverses formes. Les élèves se déplaceront dans la salle de classe pour essayer de trouver la fiche correspondant à la leur.

  (RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5)

Journal

- Compte tenu des données suivantes, demander aux élèves de déterminer dans quelle forme ils préféreraient écrire l'équation quadratique et pourquoi.
  i) Le sommet de la parabole est (5, -2) et celle-ci passe par le point (-1, -4)
  ii) Les facteurs sont $(x - 1)$ et $(x + 3)$ et la courbe passe par le point (-2, 3)

  (RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5, RF2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.4 Forme canonique d'une fonction quadratique

MÉ : p. 354-367

GE : p. 333-338

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.2, RF1.3,
RF1.5, RF1.6, RF.7 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient constater que d'additionner ou de soustraire à l'extérieur de la fonction (c.-à-d., k) fait monter ou descendre le graphique respectivement. Cependant, si l'addition ou la soustraction est à l'intérieur de la fonction (c.-à-d., h), le mouvement du graphique est opposé. Par exemple, $y = (x + 3)^2$ déplace le graphique de trois unités vers la gauche.

Une fois que les élèves ont déterminé le sommet directement à partir de la fonction, ils peuvent tracer le graphique en connaissant le sommet, l'axe de symétrie, le point d'intersection avec l'axe des y et le sens de l'ouverture de la parabole, sans recourir à un tableau de valeurs. Les élèves peuvent faire passer la fonction quadratique de la forme canonique à la forme générale. En revanche, on ne doit pas leur demander d'utiliser la méthode consistant à compléter le carré pour faire passer la fonction quadratique de la forme générale à la forme canonique.

Cependant, les élèves peuvent utiliser $x = \frac{-b}{2a}$ pour convertir l'équation de sa forme générale à la forme canonique.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

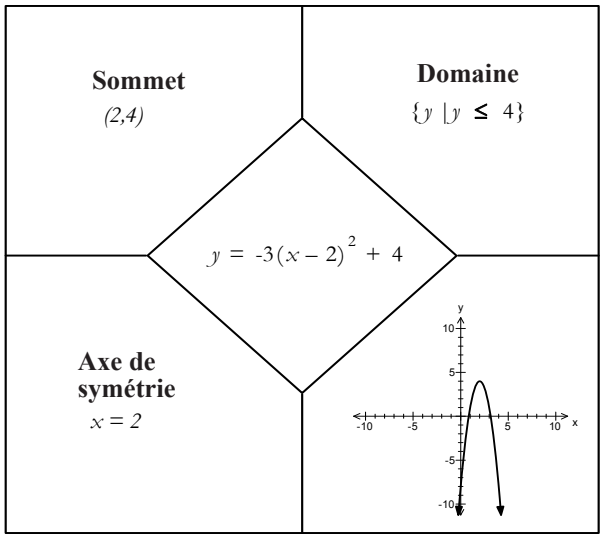
Stratégies d'évaluation

Observation

- Pour cette activité, les élèves travailleront par groupes de trois. Remettez aux élèves des modèles Frayer déjà complétés mais découpés en cinq pièces de casse-tête. Pour que l'exercice soit plus difficile, quelques-unes des pièces du casse-tête sont vierges. Les titres choisis seraient Graphique, Tableau de valeurs, Équation, Caractéristiques et Domaine et image. On remet au hasard une pièce de la fonction quadratique à chacun des élèves; ceux-ci se déplaceront dans la classe pour trouver les pièces correspondantes afin de reconstituer leur casse-tête et compléter le modèle Frayer. Un groupe sera formé lorsque trois élèves auront réuni trois pièces d'un casse-tête; alors ils devront compléter le casse-tête, en groupe, avec les deux autres pièces. L'enseignant peut d'abord utiliser ce modèle avec la forme générale et ensuite l'appliquer à la forme canonique et à la forme factorisée de la fonction quadratique.

(RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5, RF1.6, RF2.1)

- Les élèves peuvent travailler par groupes de deux pour compléter le casse-tête de fonction quadratique suivant en étudiant les caractéristiques et les graphiques des diverses fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - h)^2 + k$. Ils doivent travailler avec 20 pièces de casse-tête (4 casse-tête complets comprenant une fonction et 4 caractéristiques connexes) pour apparier correctement les caractéristiques avec chaque fonction. Un modèle est donné ci-dessous.



(RF1.2, RF1.3, RF1.4, RF1.5, RF1.6, RF2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.4 Forme canonique d'une fonction quadratique

MÉ : p. 354-367

GE : p. 333-338

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.8 *Déterminer la fonction quadratique à partir des caractéristiques de son graphique.*

RF1.9 *Résoudre un problème contextualisé comportant les caractéristiques d'une fonction quadratique.*

RF1.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves chercheront à déterminer la fonction quadratique étant donné le sommet et un autre point sur la parabole. Il s'agirait là d'une bonne occasion de revoir les caractéristiques de chaque forme de la fonction quadratique, en plus des limites de chacune. On remettra aux élèves des exemples dans lesquels ils doivent choisir la forme de la fonction quadratique qui répond le mieux à l'information fournie. Par exemple, le fait de connaître le sommet est un élément d'information important dans le cas de la forme canonique, et le fait de connaître les points d'intersection avec l'axe des x est un avantage dans le cas de la forme factorisée. Dans les deux cas, les élèves peuvent, en recourant à la méthode par substitution, se servir d'un autre point qui est sur la parabole pour déterminer la valeur de a. Même si au départ les élèves commencent par les fonctions quadratiques exprimées sous leur forme canonique ou factorisée, ils peuvent toujours utiliser la propriété de distributivité pour réécrire l'équation sous la forme générale.

On doit donner aux élèves des exemples dans lesquels les caractéristiques des fonctions quadratiques sont appliquées à des problèmes conceptuels. Prenons l'exemple suivant :

- Une balle est lancée à partir d'une hauteur initiale de 1 m et suit une trajectoire parabolique. Après deux secondes, la balle atteint une hauteur maximale de 21 m. Déterminez algébriquement la fonction quadratique qui modélise la trajectoire suivie par la balle et utilisez-la pour déterminer la hauteur approximative de la balle après trois secondes.

Encouragez les élèves à discuter des points suivants :

- Comment la forme du graphique est-elle liée à la situation?
- Que représentent les coordonnées du sommet?
- Que représentent les points d'intersection avec l'axe des x et des y?
- Pourquoi, dans cette situation, le domaine n'est-il pas l'ensemble de « tous les nombres réels »?
- Quelle est l'image?

On remettra aux élèves divers problèmes contextuels qui imposent des restrictions sur le domaine et l'image. Pour les aider à établir une distinction entre les situations où les restrictions sur le domaine sont nécessaires, on pourrait poser aux élèves des questions comme celles qui suivent :

Énoncez le domaine et l'image de la fonction $f(x) = -0{,}15x^2 + 6x$. Maintenant, supposons que la fonction $h(t) = -0{,}15t^2 + 6t$ exprime la hauteur d'une balle, en mètres, au-dessus du sol comme une fonction du temps, en secondes. Quel effet ce contexte a-t-il sur le domaine et l'image?

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Pêche aux fonctions quadratiques : Remplir deux sacs avec des points d'intersection (en forme de coordonnées) écrits sur des bouts de papier (en forme poisson).

  Un sac contiendrait uniquement des points d'intersection avec l'axe des *x* et l'autre ne contiendrait que des points d'intersection avec l'axe des *y*. Demander aux élèves de pêcher deux points d'intersection avec l'axe des *x* et un point d'intersection avec l'axe des *y*, puis de déterminer la fonction quadratique qui passe par les trois points. Nota : Il sera nécessaire d'avoir deux fois plus de points d'intersection avec l'axe des *x* que de points d'intersection avec l'axe des *y*.

  (RF1.7)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre à ce qui suit :

  (i) Un quart-arrière lance le ballon d'une hauteur initiale de 6 pieds. Il est capté par le receveur 50 pieds plus loin, à une hauteur de 6 pieds. Le ballon atteint une hauteur maximale de 20 pieds pendant son vol. Déterminez la fonction quadratique qui modélise cette situation et énoncez le domaine et l'image.

  (RF1.6, RF1.7, RF1.8)

  (ii) La trajectoire d'une fusée modèle réduit peut être décrite par la fonction quadratique $y = -x^2 - 12x$, où y représente la hauteur de la fusée en mètres à x secondes de temps après son décollage. Trouvez la haute maximale atteinte par la fusée et déterminez le moment où la fusée a atteint sa hauteur maximale. (RF1.8)

  (iii) Vous avez 600 m de clôture et un terrain immense. Vous voulez faire un enclos rectangulaire divisé en deux lots égaux. Quelles sont les dimensions qui donneraient un enclos avec la plus grande superficie?

  (RF1.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.4 Forme canonique d'une fonction quadratique

MÉ : p. 354-367

GE : p. 333-338

6.5 Résolution de problèmes à l'aide de modèles de fonctions quadratiques

MÉ : p. 368-382

GE : p. 339-344

Nombre et logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[L, R, RP, V]

Indicateur de rendement

NL2.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que :*

- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Invitez les élèves à apporter à l'école leurs propres jeux et casse-tête qui font appel au raisonnement spatial et qui n'ont pas été étudiés en classe. Ils peuvent apporter des jeux ou des casse-tête qu'ils ont à la maison ou ils peuvent chercher sur Internet des jeux, des casse-tête ou des applications dignes d'intérêt. Une autre possibilité serait d'avoir une excellente idée d'un casse-tête ou d'un jeu qui donnera du fil à retordre à leurs camarades. Les élèves donneront de l'information au reste de la classe sur le jeu ou le casse-tête en répondant à des questions comme celles qui suivent :

- Quel est le nom du casse-tête ou du jeu et où l'avez-vous trouvé?
- Décrivez le casse-tête ou le jeu. Pourquoi l'avez-vous choisi?
- Quel est l'objet du jeu et quelles sont les règles à suivre?
- Quelle stratégie a été utilisée pour résoudre le casse-tête ou gagner le jeu?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens du nombre et le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de choisir un jeu ou un casse-tête, puis de le décrire en leurs propres termes, y compris ses règles de jeu et son utilité. Ils doivent fournir l'information à un autre camarade pendant qu'ils jouent au jeu/casse-tête.

(NL2.1)

Observation

- Demander aux élèves de jouer au jeu *Mathématiques des paraboles.* Leur donner un jeu de fiches contenant le graphique de la parabole, la fonction de la parabole, le sommet de la parabole et l'équation de l'axe de symétrie. Chaque caractéristique pourrait figurer sur un papier de couleur différente. Les élèves doivent travailler en groupes pour faire correspondre les divers éléments de la parabole.

(RF1.1, RF1.2, RF1.3, RF1.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

6.5 Résolution de problèmes à l'aide de modèles de fonctions quadratiques

MÉ : p. 368-382

GE : p. 339-344

Équations quadratiques

Durée suggérée : 16 heures

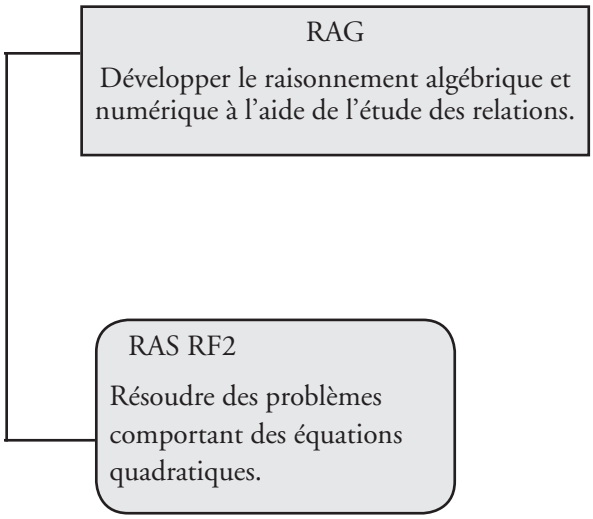
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves seront appelés à résoudre des équations quadratiques, ou équations du second degré. Ils prendront conscience du fait que les solutions (ou racines) de l'équation quadratique sont les points d'intersection avec l'axe des x (ou les zéros de la fonction quadratique).

Les élèves résoudront des équations du second degré en faisant appel à diverses stratégies. Selon le contexte, ils préféreront peut-être certaines méthodes à d'autres. Les élèves se familiariseront avec l'illustration graphique, la factorisation, la formule quadratique et la méthode de la racine carrée. Enfin, ils résoudront un problème contextuel en modélisant la situation à l'aide d'une équation du second degré.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Algèbre et nombre	Relations et fonctions	Relations et fonctions
AN4 Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. [L, R, V] AN5 Démontrer une compréhension de facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]	RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF7 Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques.

[C, L, R, RP, T, V]

Indicateur de rendement

RF2.1 *Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées à l'origine du graphique d'une fonction quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont factorisé des différences de carrés, des trinômes carrés parfaits et des polynômes de la forme $x^2 + bx + c$ et $ax^2 + bx + c$ (AN5).

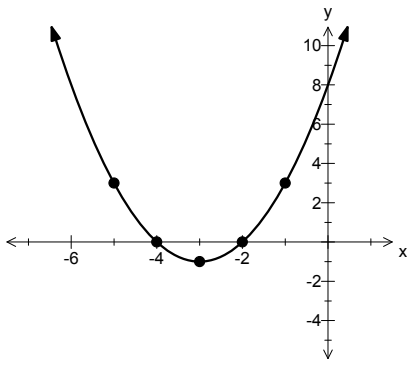
Dans le module précédent, les élèves ont vu la fonction quadratique exprimée sous sa forme générale, sa forme factorisée et sa forme canonique. Ils ont créé des graphiques en se fondant sur des caractéristiques comme les points d'intersection avec l'axe des x (abscisse à l'origine) et l'axe des y (ordonnée à l'origine), le sommet, l'axe de symétrie, le domaine et l'image. Ils ont aussi exprimé des fonctions quadratiques sous la forme factorisée en mettant en relation les points d'intersection de la parabole avec l'axe des x et les facteurs de la fonction.

Dans le présent module, les élèves devront résoudre des équations du second degré à l'aide d'une illustration graphique, de la factorisation ou de la formule quadratique. Il est important de choisir la méthode la plus efficace pour résoudre une équation du second degré.

Discutez avec les élèves de ce que signifie résoudre graphiquement une équation du second degré. Les outils technologiques comme FX Draw[MD], la calculatrice graphique ou les logiciels servant à créer des graphiques peuvent être utilisés pour faire le graphique d'une fonction quadratique. Les élèves devraient être en mesure de repérer visuellement les points d'intersection. L'objectif est d'amener les élèves à analyser un graphique, à repérer les points d'intersection avec l'axe des x et l'axe des y et à expliquer ce que ces points représentent.

Pour créer un graphique, les élèves peuvent utiliser la formule permettant de déterminer les coordonnées du sommet (présentée dans le module précédent) ainsi qu'une table de valeurs. Par exemple, à l'aide de la formule $x = \frac{-b}{2a}$, les élèves peuvent trouver les coordonnées du sommet de la fonction définie par $y = x^2 + 6x + 8$, soit (-3, -1). Ils peuvent ensuite créer une table de valeurs en utilisant les coordonnées du sommet comme valeurs centrales. Les élèves devraient être en mesure d'utiliser la symétrie du graphique pour compléter correctement la table des valeurs puis tracer la courbe.

x	y
-5	3
-4	0
-3	-1
-2	0
-1	3

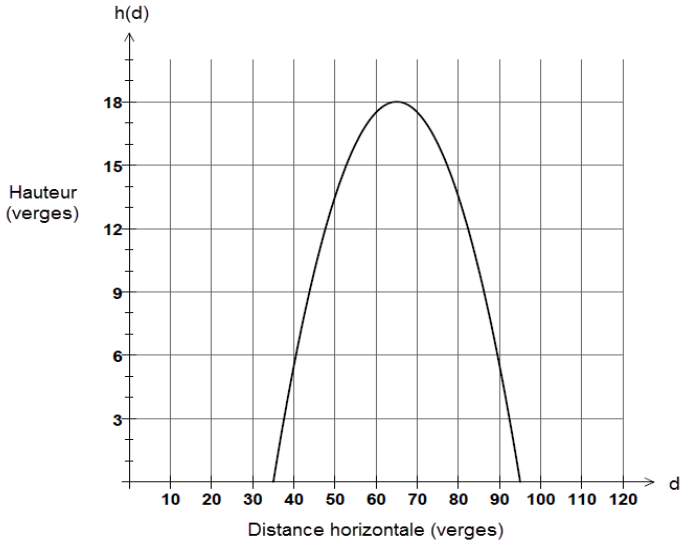


Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- La trajectoire d'un coup d'envoi au football peut être représentée graphiquement par la fonction $h(d) = -0{,}02d^2 + 2{,}6d - 66{,}5$ où h est la hauteur du ballon par rapport au terrain (en verges) et d est la distance horizontale en verges à partir de la ligne de but de l'équipe en possession du ballon.



Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

(i) Quelles sont les abscisses à l'origine? Quelle est leur signification dans le contexte du problème? Pourquoi y a-t-il deux abscisses à l'origine?

(ii) Pourquoi l'ordonnée à l'origine n'est-elle pas identifiée dans le graphique?

(iii) Quelle distance horizontale le ballon franchit-il avant de toucher le sol?

(RF2.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.1 Résolution d'équations quadratiques en traçant un graphique

MÉ : p. 396-404

GE : p. 373-381

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF2 Suite...

Indicateurs de rendement

RF2.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il s'agit d'un bon moment pour aborder les questions suivantes :

- Les abscisses à l'origine sont-elles des valeurs exactes? Peut-on les identifier clairement sur le graphique?
- Les abscisses à l'origine peuvent-elles être déterminées à l'aide de la table de valeurs?
- Combien y a-t-il d'abscisses à l'origine? Est-ce toujours le cas?
- Qu'est-ce que l'ordonnée à l'origine? Peut-elle être déterminée à l'aide de la table de valeurs?
- Comment peut-on s'y prendre pour déterminer les abscisses à l'origine s'il ne s'agit pas de valeurs exactes?

Il est important que les élèves prennent conscience du fait que les abscisses à l'origine ne sont pas nécessairement des nombres entiers. Qu'ils tracent le graphique à la main ou qu'ils utilisent la technologie, les élèves devront faire une approximation visuelle des abscisses à l'origine à l'aide du graphique.

RF2.3 *Expliquer les relations entre les racines d'une équation, les zéros de la fonction correspondante et les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction.*

Les abscisses à l'origine, ou les zéros de la fonction quadratique, correspondent aux racines de l'équation quadratique. Les élèves devront trouver les racines de l'équation $x^2 - 7x + 12 = 0$, trouver les zéros de $f(x) = x^2 - 7x + 12$, ou encore déterminer les abscisses à l'origine de $y = x^2 - 7x + 12$. Dans chaque cas, l'idée consiste à résoudre $x^2 - 7x + 12 = 0$. La solution est $x = 3$ ou $x = 4$.

RF2.4 *Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi le graphique d'une fonction quadratique peut avoir zéro, une ou deux abscisses à l'origine.*

Dans le module précédent, les élèves ont étudié la représentation graphique des fonctions quadratiques et le lien entre le coefficient du terme du second degré et l'orientation de l'ouverture de la courbe. Ils ont également appris à utiliser le terme « sommet » pour parler du point maximal ou minimal d'une courbe. L'activité ci-dessous permettra aux élèves de trouver le nombre d'abscisses à l'origine que peut avoir une fonction quadratique.

Sommet	Orientation de l'ouverture	Graphique	Nombre d'abscisses à l'origine
(2, -3)	Vers le haut		
(5, 0)	Vers le bas		
(4, -2)	Vers le bas		

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

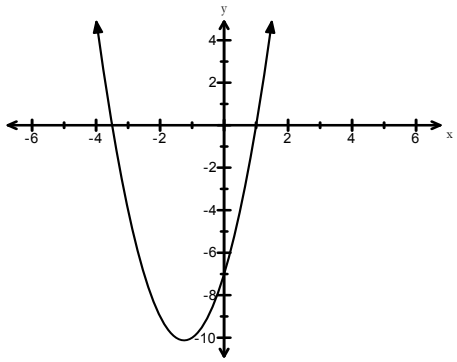
Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de rédiger un paragraphe expliquant la relation entre les racines d'une équation du second degré, les zéros d'une fonction quadratique et les abscisses à l'origine d'une courbe d'une fonction quadratique. (RF2.3)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  (i) Quels sont les zéros de $f(x) = 2x^2 + 5x - 7$.
  (ii) Quelles sont les abscisses à l'origine dans le graphique ci-dessous?



  (iii) Quelles sont les racines de $2x^2 + 5x - 7 = 0$.
  (iv) Que remarques-tu au sujet des réponses aux questions qui précèdent? (RF2.3)

- Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Si l'affirmation est fausse, donne un contre-exemple en guise d'explication.
  (i) Certaines équations quadratiques n'ont pas de solutions réelles.
  (ii) Toutes les équations quadratiques comportent deux points d'intersection distincts avec l'axe des x.
  (iii) La courbe représentant $y = x^2 + 2x + 2$ croise deux fois l'axe des x. (RF2.3)

Performance

- Voici un jeu nécessitant un paquet de cartes de 3 po sur 5 po. Sur chacune des cartes, inscrire une fonction quadratique sous sa forme canonique d'un côté et le nombre d'abscisses à l'origine de l'autre. Montrer la fonction aux élèves, qui doivent dire le nombre d'abscisses à l'origine de la courbe correspondante. Tourner la carte pour révéler la réponse. (RF2.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.1 Résolution d'équations quadratiques en traçant un graphique

MÉ : p. 396-404

GE : p. 373-381

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateurs de rendement

RF2.4 *Suite*

RF2.5 *Déterminer les racines d'une équation quadratique en décomposant en facteurs et vérifier par substitution.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves suffisamment d'exemples pour qu'ils comprennent bien que la courbe d'une fonction quadratique peut avoir 0, 1 ou 2 abscisses à l'origine, selon la position du sommet et peut-être aussi selon l'orientation de l'ouverture. Assurez vous que les élèves saisissent bien que l'orientation de l'ouverture n'influe pas sur le nombre d'abscisses à l'origine lorsque le sommet est situé sur l'axe des x.

Dans le cadre du cours de mathématiques 1231, les élèves ont factorisé des polynômes du second degré de la forme $x^2 + bx + c$ et de la forme $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ (AN5). Ils ont également vu les cas particuliers, comme les facteurs communs, les trinômes carrés parfaits et les différences de carrés. Il sera nécessaire de revoir les techniques de factorisation avant de résoudre les équations quadratiques en les factorisant.

Une fois l'équation quadratique factorisée, les élèves trouveront les racines en s'appuyant sur la règle du produit nul. Par exemple, si on factorise $5x^2 + 14x - 3 = 0$, $5x - 1 = 0$ ou $x + 3 = 0$. Rappelez aux élèves de vérifier leurs réponses en insérant chaque racine dans l'équation initiale pour déterminer si l'égalité est vérifiée. Présentez aux élèves des exemples où le paramètre b ou c est absent de l'équation du second degré. Par exemple, pour résoudre $x^2 - 5x = 0$, les élèves peuvent factoriser l'équation sous la forme $x(x - 5) = 0$ puis diviser chaque membre de l'équation par x, ce qui donne une seule solution. Demandez aux élèves si la réponse est bonne et si une racine a été supprimée. Encouragez les élèves à vérifier la vraisemblance de leurs réponses à l'aide de la règle du produit nul.

Montrez aux élèves des équations du second degré où $b = 0$. p. ex. des équations semblables à $x^2 - 4 = 0$. Les élèves peuvent faire appel à la méthode permettant de résoudre des différences de carrés, mais encouragez-les également à recourir à la racine carrée. Il s'agit d'une méthode efficace lorsqu'il faut résoudre des équations du type $x^2 - 8 = 0$, car il n'y a pas de carré parfait dans ce type d'équation.

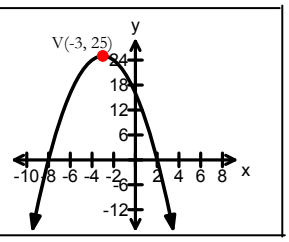
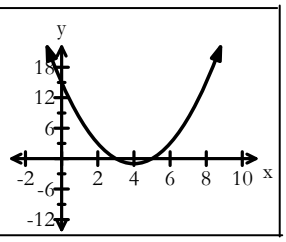
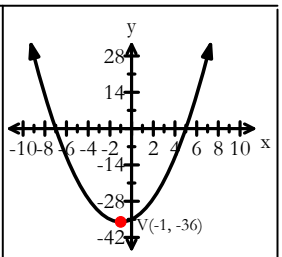
Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Inviter les élèves à jouer au jeu suivant, qui rappelle celui des dominos :

  Les élèves forment des équipes de deux. Chaque duo reçoit une série de dix cartes « domino » semblables à celles présentées ci dessous. L'objectif consiste à former une boucle avec les cartes en juxtaposant une équation et le graphique correspondant. Certaines cartes seront laissées vierges; les élèves devront les remplir avant de les insérer à l'endroit qui convient dans la boucle.

$y = x^2 - 8x + 15$	
$y = x^2 + 2x - 35$	
$y = -x^2 - 6x + 16$	

(RF2.4)

Papier et crayon

- L'équation de l'axe de symétrie d'une fonction quadratique est $x = 0$ et une des abscisses à l'origine est -4. Quelle est l'autre abscisse à l'origine? Explique à l'aide d'un diagramme.

(RF2.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.1 Résolution d'équations quadratiques en traçant un graphique

MÉ : p. 396-404

GE : p. 373-381

7.2 Résolution d'équations quadratiques par factorisation

MÉ : p. 405-413

GE : p. 382-388

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateurs de rendement

RF2.5 *Suite*

RF2.2 *Représenter une équation quadratique sous la forme d'un produit de facteurs à partir des zéros d'une fonction correspondante ou des abscisses à l'origine de son graphique.*

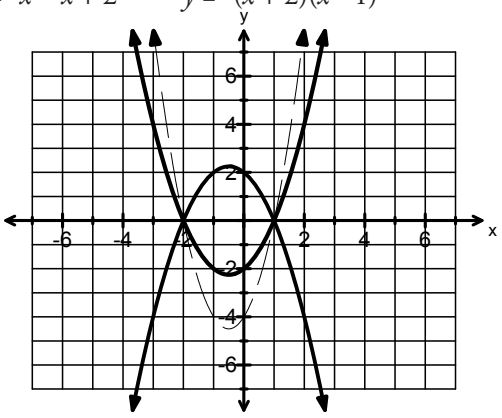
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Une équation quadratique peut être présentée sous une forme qui oblige les élèves à simplifier avant de déterminer les racines. Par exemple, dans le cas de l'équation $2x^2 + 2x - 12 = 3(x - 2)$, l'élève doit réécrire l'équation sous sa forme générale, $2x^2 - x - 6 = 0$, avant de trouver les racines. Dans les années antérieures, les élèves ont appris à réorganiser des équations. Les élèves ont déjà manipulé des équations au cours des années passées, mais il pourrait être utile de leur rappeler comment faire.

Rappelez aux élèves pourquoi il faut trouver les racines d'une équation et ce que ces racines signifient dans le contexte du problème. Par exemple, les racines d'une équation peuvent aider les élèves à calculer une distance horizontale. Si une balle de golf est frappée dans les airs, sa hauteur est zéro avant d'être frappée et elle revient à zéro lorsqu'elle touche le sol à nouveau. La différence entre les deux racines, le point de frappe et le point d'atterrissage, représente la distance de déplacement de la balle.

Dans le module précédent, les élèves devaient tracer une parabole en fonction des abscisses à l'origine et d'un autre point. Maintenant, ils apprendront à écrire l'équation quadratique à l'aide uniquement des abscisses à l'origine. Profitez de l'occasion pour rappeler aux élèves que le fait de modifier le paramètre a n'influe pas sur la valeur des abscisses à l'origine. Par conséquent, il y a plus d'une équation du second degré possible. Pour faire comprendre l'idée, présentez aux élèves des graphiques à analyser. Prenez l'exemple des équations ci-dessous, qui ont toutes leurs abscisses à l'origine à -2 et 1.

$y = x^2 + x - 2$ $\quad y = (x + 2)(x - 1)$
$y = 2x^2 + 2x - 4$ $\quad y = 2(x + 2)(x - 1)$
$y = -x^2 - x + 2$ $\quad y = -(x + 2)(x - 1)$



Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves se sont familiarisés avec la double distributivité (AN4). Ils ne devraient donc pas avoir de difficulté à réécrire une équation quadratique factorisée sous sa forme générale à l'aide de cette propriété.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- L'activité requiert deux séries de cartes de couleur. Sur les cartes de la première série seront inscrites des équations du second degré et sur les cartes de la deuxième série, les solutions correspondantes. Les élèves doivent apparier l'équation et ses solutions.

$x^2 + 9x + 8 = 0$	$x = -1,\ x = 4$	$x = 3,\ x = -1$	$x^2 - 4 = 0$
$x = -2, x = 2$	$x^2 - 7x = 0$	$x^2 + 5x + 6 = 0$	$x = -6, x = 1$
$x = 0,\ x = 7$	$x^2 - 3 = 2x$	$x^2 - 3x - 4 = 0$	$x = -1,\ x = -8$
$x^2 - 6x + 8 = 0$	$x = -3, x = -2$	$x = 2,\ x = 4$	$x^2 + 5x + 6 = 12$

(RF2.5)

- Inviter les élèves à jouer au jeu suivant :

  Remettre aux élèves une planche de jeu (*5 x 5*) comportant 25 carrés. Dans chaque carré, une équation quadratique est indiquée. Les élèves forment des équipes de deux et, à tour de rôle, ils doivent résoudre les équations. Le premier des deux à résoudre correctement trois équations en ligne gagne.

(RF2.5)

Journal

- Trouve un exemple de fonction quadratique qui ne peut être résolue à l'aide de la factorisation et explique pourquoi c'est impossible.

(RF2.5)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  (i) Écris sous leur forme générale deux équations du second degré différentes dont les racines sont -3 et 3.

(RF2.2)

  (ii) Trace le graphique de $y = a(x - 2)(x - 8)$ pour $a = 1, 2, 3$ et 4.
  (a) Qu'est-ce que ces paraboles ont en commun?
  (b) Est-ce que cette propriété est toujours valide si a prend une valeur négative? Explique ta réponse.

(RF2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.2 Résolution d'équations quadratiques par factorisation

MÉ : p. 405-413

GE : p. 382-388

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateur de rendement

RF2.6 *Déterminer les racines d'une équation quadratique à l'aide de la formule quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Jusqu'à maintenant, les élèves devaient résoudre des équations du second degré factorisables. La formule quadratique permettra aux élèves d'explorer les cas où une équation du second degré n'est pas factorisable.

La formule quadratique permet de trouver les racines d'une équation du second degré exprimée sous sa forme générale , $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, où $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Étant donné que la résolution d'équations du second degré au moyen de la méthode de la complétion de carré ne fait pas partie des objectifs du cours, les élèves n'auront pas à déduire la formule. Ils n'auront qu'à l'appliquer.

Les élèves verront des cas où le radicande de la formule quadratique donne un nombre négatif une fois simplifié. Les élèves verront pour la première fois la racine carrée de nombres négatifs. Le présent cours n'a pas pour objectif de présenter le système des nombres imaginaires aux élèves, mais ces derniers doivent comprendre que la racine carrée d'un nombre négatif n'admet pas de solution réelle.

Voici des erreurs commises fréquemment par les élèves lorsqu'ils simplifient la formule quadratique :

- Appliquer la formule quadratique à une équation qui n'est pas exprimée dans sa forme générale.
- Utiliser la formule $x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ plutôt que la forme correcte de la formule quadratique.
- Ne pas substituer les bonnes valeurs aux paramètres b et c dans l'équation. Par exemple, lorsqu'ils doivent résoudre $x^2 - 5 = 0$, les élèves remplacent souvent b par 1 plutôt que 0 dans la formule.
- Faire des calculs erronés lorsque b prend une valeur négative :
  (i) Si $b = -2$, alors $-b = -(-2) = -2$
  (ii) Si $b = -2$, alors $b^2 = -2^2 = -4$
- Simplifier incorrectement au moment d'appliquer la formule quadratique :

  (i) $\frac{2 \pm 4\sqrt{5}}{2} = \pm 2\sqrt{5}$

  (ii) $\frac{8 \pm \sqrt{5}}{2} = 4 \pm \sqrt{5}$
- Ne pas reconnaître que « ± » signifie qu'il y a deux solutions. Proposez aux élèves de travailler séparément les deux solutions, c-à-d. de faire les calculs pour la solution positive puis les calculs pour la solution négative.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Inviter les élèves à participer au jeu de tic-tac-toe quadratique en équipe de deux. Chaque groupe reçoit une série de cartes sur lesquelles sont inscrites des équations quadratiques. Les élèves disposent les cartes en rangées (3 rangées de 3 cartes). À tour de rôle, les élèves retournent une carte et doivent résoudre l'équation qui y est indiquée à l'aide de la formule quadratique. Le premier élève à résoudre correctement trois équations en ligne gagne.

  (RF2.6)

- Remettre à chaque équipe de deux élèves un problème qui commande l'application de la formule quadratique pour résoudre une équation du second degré. Un élève écrit la première ligne de la démarche puis passe la feuille à son coéquipier, lequel vérifie s'il y a des erreurs. Dans l'affirmative, les élèves discutent de l'erreur et des raisons pour lesquelles elle a été commise. Le deuxième élève écrit ensuite la deuxième ligne de la démarche puis remet la feuille à son coéquipier, et ainsi de suite jusqu'à la réponse finale.

  (RF2.6)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre les équations suivantes :
  (i) $16x^2 + 8x = -5$
  (ii) $2x - 3 = 14x^2$ (RF2.6)

Observation

- Chaque équipe de deux élèves reçoit trois séries de cartes de trois couleurs différentes : les cartes de la première série donnent des valeurs pour le paramètre *a*, les cartes de la deuxième série donnent des valeurs pour le paramètre *b* et les cartes de la troisième série donnent des valeurs pour le paramètre *c*. À tour de rôle, les élèvent choisissent une carte dans chaque pile, écrivent l'équation du second degré réunissant les données des trois cartes puis résolvent l'équation à l'aide de la formule quadratique. Si la réponse est correcte, l'élève obtient un point. Dans le cas contraire, les deux coéquipiers doivent ensemble cerner les erreurs commises. L'élève qui a cumulé le plus de points à la fin remporte la partie. Les élèves peuvent obtenir une équation du second degré qui donne lieu à un radicande négatif dans la formule quadratique. Il s'agit là d'une bonne occasion pour l'enseignant de poser les questions suivantes au groupe :
  (i) Que pouvez-vous déduire au sujet du nombre d'abscisses à l'origine?
  (ii) Peut-on modifier le paramètre *a* pour qu'il y ait des abscisses à l'origine? (RF2.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.3 Résolution d'équations quadratiques à l'aide de la formule quadratique

MÉ : p. 414-424

GE : p. 389-398

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateur de rendement

RF2.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les équations quadratiques peuvent être résolues à l'aide de différentes méthodes. La factorisation ne peut être utilisée que si l'équation est factorisable, mais la formule quadratique peut être appliquée à tous les types d'équations du second degré. Lorsque les élèves utiliseront la formule quadratique pour trouver les racines d'une équation du second degré, ils pourraient être appelés à trouver la racine carrée de carrés parfaits, de carrés qui ne sont pas parfaits et de nombres négatifs.

Il est important que les élèves fassent la distinction entre une solution exacte et une solution approximative. Demandez aux élèves de résoudre les équations ci-dessous à l'aide de la formule quadratique :

A: $x^2 + 2x - 8 = 0$ B: $x^2 + x - 4 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

À l'aide des questions suivantes, amorcez une discussion au sujet du radicande, $b^2 - 4ac$:

- Quelle est la valeur de l'expression sous le radical dans l'équation A? S'agit-il d'un carré parfait? Combien y a-t-il de racines? Sont-elles exactes ou approximatives?
- Quelle est la valeur de l'expression sous le radical dans l'équation B? S'agit-il d'un carré parfait? Combien y a-t-il de racines? Sont-elles exactes ou approximatives?
- Quelles valeurs de $b^2 - 4ac$ pourraient donner lieu à des réponses approximatives? Quelles valeurs de $b^2 - 4ac$ pourraient donner lieu à des réponses exactes?
- Laquelle des équations peut également être résolue à l'aide de la factorisation?
- Quel lien peut-on faire entre une équation factorisable et la valeur de $b^2 - 4ac$?

Même si le concept de discriminant ne fait pas partie des objectifs du cours, il pourrait être bon de discuter avec les élèves des conditions relatives aux paramètres a, b et c pour que la formule quadratique donne deux racines réelles, une racine réelle ou encore, qu'elle n'admette aucune solution.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Inviter les élèves à jouer à Serpents et échelles. Former des groupes de quatre. Chaque groupe reçoit une planche de jeu, un dé, un paquet de cartes comportant des équations et quatre pions. À tour de rôle, les élèves pigent une carte et lancent le dé. Si l'élève obtient 1, il résout l'équation quadratique en esquissant un graphique. S'il obtient 2 ou 3, il résout l'équation en factorisant. S'il obtient 4 ou 5, il résout l'équation à l'aide de la formule quadratique. S'il obtient 6, il résout l'équation à l'aide de la méthode de son choix. Si l'élève résout correctement l'équation, il peut avancer son pion du nombre de cases donné par le dé. Si l'élève répond incorrectement, la personne à sa gauche peut tenter de résoudre l'équation et, si elle y parvient, avancer son pion sur la planche de jeu. Le premier joueur à franchir la dernière case gagne. (RF2.1, RF2.5, RF2.6)

- Former des équipes de deux. Remettre aux élèves une série de cartes sur lesquelles sont inscrites des équations quadratiques. À tour de rôle, les élèves choisissent une carte dans la pile (une seule carte par tour; exclure ensuite la carte de la pile) et doivent résoudre l'équation qui y figure. L'élève n'obtient aucun point s'il a choisi une équation qui n'a pas de solution réelle, et il obtient 1 point si l'équation a une solution et 2 points si l'équation a deux solutions. Les élèvent font le total cumulatif de leurs points; le gagnant est celui qui a le plus de points une fois la dernière équation résolue.

  (RF2.1, RF2.5, RF2.6)

Présentation

- Demander aux élèves de créer une affiche ou un dépliant qui présente les diverses méthodes de résolution d'une équation quadratique. Pour chacune des méthodes, l'élève définit les étapes de la démarche et donne un exemple.

  (RF2.1, RF2.5, RF2.6)

Journal

- Décris les conditions que doivent respecter les paramètres a, b et c dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ pour que la formule quadratique ne génère qu'une seule racine admissible. (RF2.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.3 Résolution d'équations quadratiques à l'aide de la formule quadratique

MÉ : p. 414-424

GE : p. 389-398

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite...

Indicateur de rendement

RF2.7 *Résoudre un problème contextualisé dont la solution comporte la détermination et la résolution d'une équation quadratique.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les équations quadratiques peuvent servir à modéliser toute une gamme de situations, comme la trajectoire d'un projectile, ou des problèmes géométriques présentés sous forme d'énoncés. Présentez aux élèves des exemples de problèmes où il faut résoudre une équation du second degré puis interpréter la solution.

Exemple :

- Un parterre gazonné de 8 m sur 4 m est entouré d'un massif de fleurs d'une largeur uniforme en tous points. La superficie combinée de l'espace gazonné et de l'aménagement floral est de 165 m^2. Quelle est la largeur du massif de fleurs?

Il est important que les élèves soient conscients du fait que le contexte du problème révèle si des racines sont à exclure. Discutez avec les élèves de différents scénarios où certaines racines doivent être exclues. Par exemple, dans le cas de variables comme le temps, la hauteur ou la longueur, une valeur négative serait insensée. Toutefois, une température peut être positive ou négative.

Lorsque vous modélisez des situations devant la classe, insistez sur le fait qu'il faut parfois définir des restrictions pour la variable indépendante de la fonction. Si la valeur calculée ne se situe pas dans le domaine défini, alors il ne s'agit pas d'une solution au problème. Voici un exemple de problème où le domaine doit être limité :

- À 3 m du sol, une balle de baseball est lancée dans les airs. La balle atteint une hauteur maximale de 8 m en 2 secondes. Après combien de temps la balle touchera-t-elle le sol?

Dans cet exemple, l'équation quadratique ne modélise que la trajectoire de la balle entre le moment où elle quitte la main de celui qui la lance et le moment où elle touche pour la première fois le sol. L'équation quadratique produit deux solutions possibles, dont une négative qui représenterait un point dans le temps avant que la balle ne soit lancée. Par conséquent, la restriction du domaine fait en sorte que la solution négative est à exclure. Seule une solution positive est acceptée.

Résultat d'apprentissage général : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- À 11 m du sol, une balle de baseball est lancée dans les airs par la fenêtre d'un immeuble. La balle atteint une hauteur maximale de 36 m en 5 secondes.
  - i) Écris une équation quadratique qui modélise la situation.
  - ii) Trois cibles sont placées à différents endroits au sol : la première à (10,0), la deuxième à (11,0) et la dernière à (12,0). Quelle cible la balle touchera-t-elle? Explique comment tu es parvenu à cette réponse. (RF2.7)

- La trajectoire d'un plongeur qui saute d'une plateforme est représentée par l'équation $d = -5t^2 + 10t + 20$, où d correspond à la distance avant de toucher l'eau (en pieds) et t désigne le temps écoulé depuis l'amorce du plongeon (en secondes).
  - (i) À quelle hauteur se situe la plateforme de plongeon?
  - (ii) Après combien de secondes le plongeur est-il à 25 pieds au-dessus de l'eau?
  - (iii) Quand le plongeur touche-t-il l'eau?

  (RF2.7)

- Demander aux élèves de trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme de leurs carrés est 265. (RF2.7)

- Demander aux élèves de choisir un énoncé de problème quadratique parmi ceux qui figurent dans leurs notes ou parmi ceux qu'ils ont résolus lors d'activités en groupe, et de s'en inspirer pour créer un nouvel énoncé. Les élèves consignent la réponse sur une feuille séparée et présentent leur problème à un autre élève, qui tentera de le résoudre. (RF2.7)

Présentation

- Demander aux élèves de former de petits groupes et de faire des recherches sur l'un des sujets suivants :
  - (i) l'histoire des équations quadratique;
  - (ii) l'origine des termes utilisés pour décrire des équations quadratiques (sommet, axe de symétrie, etc.);
  - (iii) comment les équations quadratiques sont utilisées dans des problèmes concrets.

  (RF2.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

7.4 Résolution de problèmes à l'aide d'équations quadratiques

MÉ : p. 425-432

GE : p. 399-407

Raisonnement proportionnel

Durée suggérée : 10 heures

Aperçu du module

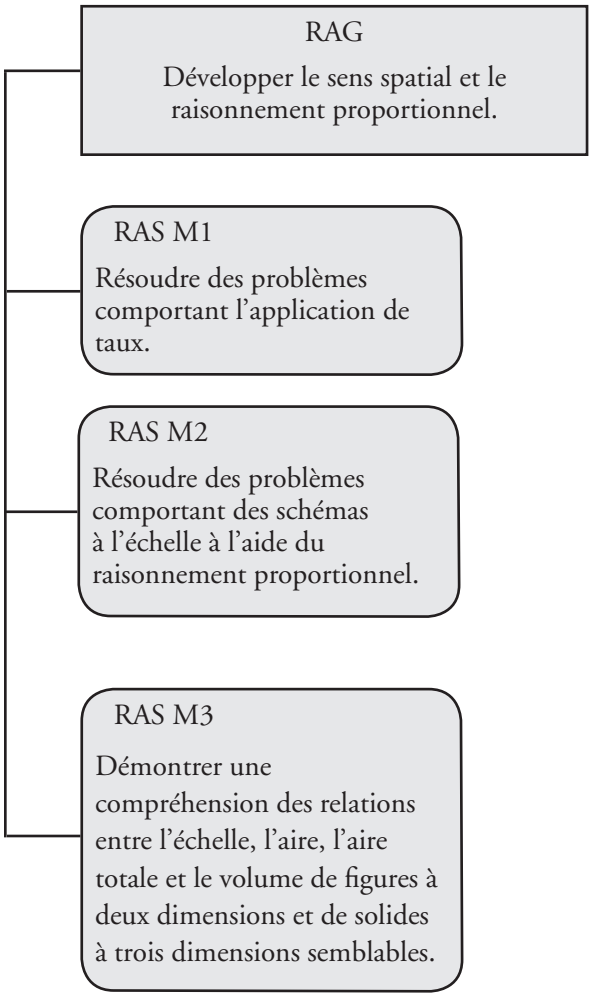
Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves représenteront, interpréteront et compareront des taux et des taux unitaires. Ils exploreront également le lien entre la pente d'un graphique et un taux. Les élèves aborderont les taux dans des mises en contexte. Des taux unitaires pourront être calculés pour aider les élèves à prendre des décisions, p. ex. sur le magasin qui offre le meilleur prix.

Les élèves aborderont le concept de facteur d'échelle avec des dessins à l'échelle de figures à deux dimensions. Ils verront ensuite le lien entre le facteur d'échelle et l'aire.

Après les facteurs d'échelle et les dessins à l'échelle de figures à deux dimensions, les élèves passeront aux facteurs d'échelle et aux dessins à l'échelle d'objets à trois dimensions. Ils se concentreront sur le lien entre le facteur d'échelle, la superficie et le volume.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Mesure	Mesure	
M2 Appliquer le raisonnement proportionnel pour résoudre des problèmes comportant des conversions entre des unités de mesure SI et impériales. [C, CE, RP]	M1 Résoudre des problèmes comportant l'application de taux. [L, R, RP] M2 Résoudre des problèmes comportant des schémas à l'échelle à l'aide du raisonnement proportionnel. [L, R, RP, V] M3 Démontrer une compréhension des relations entre l'échelle, l'aire, l'aire totale et le volume de figures à deux dimensions et de solides à trois dimensions semblables. [C, L, R, RP, V]	

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M1 Résoudre des problèmes comportant l'application de taux.

[L, R, RP]

Indicateurs de rendement

M1.1 *Interpréter des taux dans un contexte donné, tel que les arts, le commerce, l'environnement, la médecine ou les loisirs.*

M1.2 *Déterminer et comparer des taux et des taux unitaires.*

M1.3 *Prendre et justifier une décision à l'aide de taux.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 8e année, les élèves ont appris la différence entre un taux et un taux unitaire (8N5). En 9e année, ils ont utilisé les facteurs d'échelle pour agrandir et réduire des figures à deux dimensions (9FE4). Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont abordé le concept de la pente comme mesure d'un taux de changement (RF3). Dans le présent module, les élèves représenteront un taux selon diverses méthodes, calculeront un taux unitaire et utiliseront ensuite ce dernier pour résoudre des problèmes et prendre des décisions.

Précédemment, les élèves ont vu que le taux se définit comme une comparaison entre deux choses mesurées par des unités différentes. Invitez les élèves à discuter des comparaisons qu'ils font dans la vie de tous les jours. Les suggestions pourraient comprendre la consommation d'essence, la vitesse, les prix dans les supermarchés, les frais mensuels d'un centre d'entraînement, etc.

Les élèves auront à faire la différence entre un taux et un taux unitaire. Demandez aux élèves de mentionner quelques taux unitaires courants. Leurs propositions pourraient comprendre les kilomètres/heure, le coût unitaire, le salaire hebdomadaire, etc. Dans chaque cas, il est important que les élèves prennent conscience que la première quantité est mise en relation avec une unité de la deuxième quantité. Demandez aux élèves quels sont les avantages d'utiliser un taux unitaire. Voici quelques exemples de questions que vous pourriez poser :

- Est-ce que le fait de connaître le coût d'une unité pourrait faciliter le calcul du coût de plusieurs unités?
- Comment faire pour comparer des coûts unitaires en vue de prendre une décision?

Les élèves se verront présenter des problèmes, comme le suivant, où ils devront comparer des taux exprimés selon des unités différentes :

> Pendant le mois de mai, Jessica a envoyé 4216 textos. En une semaine, Patrick en a envoyé 1008. Qui a envoyé le plus de textos par jour?

Insistez sur le fait que dans les problèmes comportant des taux, les comparaisons se font à l'aide du raisonnement proportionnel et des taux unitaires.

Il s'agit d'une bonne occasion de faire le lien entre le taux unitaire et le prix unitaire. Le prix unitaire correspond au prix que paie un consommateur pour chaque unité du produit acheté. Les élèves peuvent se servir du prix unitaire pour comparer le prix de différents articles et décider lequel représente le meilleur achat. Présentez un scénario comme le suivant :

> Des rouleaux de papier de toilette sont vendus en paquets de 2 à 2,49 $, et en paquets de 12 à 12,99 $.

- Quel format offre le plus bas prix unitaire?
- Combien économiserez-vous si vous achetez un paquet de 12 rouleaux plutôt que six paquets de 2 rouleaux?
- Pour décider du format qui vous convient le mieux, que devriez-vous prendre en considération mis à part le prix unitaire?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Samuel achète un paquet de 15 crayons à 4,50 $. Angela achète une boîte de 50 crayons à 14,00 $. Lequel des deux a fait le meilleur achat?

  (M1.1, M1.2, M1.3)

  (ii) Vos ongles des doigts de main grandissent d'environ 0,05 cm par semaine, tandis que vos ongles d'orteils grandissent d'environ 0,65 cm par année. Quel type d'ongle croît le plus rapidement?

  (M1.1, M1.2, M1.3)

Observation

- Former des groupes de deux élèves. Demander à un élève de donner un taux, et à son coéquipier de le convertir en taux unitaire. Les élèves peuvent ensuite présenter leurs résultats à l'ensemble de la classe.

  (M1.2)

Journal

- Demander aux élèves de se répartir à des postes contenant chacun des articles du même type dans des formats différents, pour lesquels les prix sont affichés (p. ex. contenants de soupe, boissons gazeuses, nourriture pour chiens, shampoing, etc.). Dans leur journal, les élèves expliquent quels articles ils achèteraient et pourquoi ils estiment qu'il s'agit du meilleur achat.

  (M1.1, M1.2, M1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.1 Comparaison et interprétation de taux

Manuel de l'élève (MÉ) : p. 444-453

Guide de l'enseignant (GE) : p. 435-442

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M1 Suite...

Indicateurs de rendement

M1.1, M1.2, M1.3 *Suite*

M1.4 *Tracer un graphique pour représenter un taux.*

M1.5 *Expliquer, à l'aide d'exemples, le lien entre la pente d'un graphique et un taux.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans les magasins qui affichent le prix unitaire, les élèves peuvent trouver cette information sur des étiquettes spéciales apposées sur les étagères en dessous des produits. Ces étiquettes échappent souvent à notre attention, mais elles sont peut-être l'élément le plus utile dans le magasin lorsqu'il s'agit de faire le meilleur achat possible. Par contre, il est important que les élèves comprennent que le fait d'acheter une grande quantité d'articles à un bas prix unitaire ne sert à rien si une partie du produit est gaspillé parce qu'il n'a pas été entièrement utilisé ou que sa date d'expiration est passée.

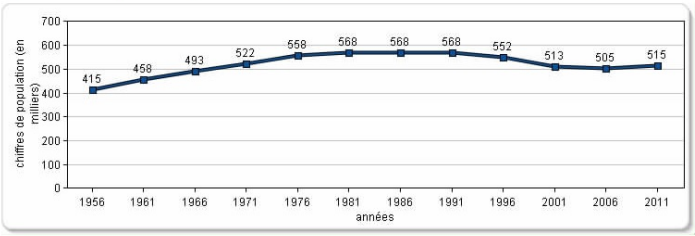
Faites participer les élèves à une activité de magasinage averti en groupe. Demandez aux élèves de garder des circulaires pour comparer les produits et déterminer quel est le meilleur achat en fonction du prix unitaire. Après avoir comparé quelques articles, ils devraient se prononcer sur le magasin qu'ils recommanderaient de fréquenter et expliquer pourquoi. Ils devraient aussi tenir compte d'autres facteurs qui influenceraient leurs décisions d'achat.

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves se sont familiarisés avec le concept de pente comme mesure du taux de changement de la variable dépendante en fonction de l'évolution de la variable indépendante (RF3). Le concept de pente est important, par exemple en économie. Les économistes se penchent souvent sur la façon dont les choses évoluent et sur les variations d'un phénomène en fonction d'un autre phénomène. Par exemple, ils peuvent étudier la façon dont la demande change en fonction de l'évolution des prix.

Les élèves devront dessiner et interpréter des graphiques illustrant divers taux, comme les taux de consommation d'essence, de vitesse, etc. Prenez par exemple la mise en situation suivante :

En fonction du graphique ci-dessous, discutez de l'évolution de la population de Terre Neuve-et-Labrador de 1956 à 2011.

Figure 1.1 Population (en milliers) au cours des 55 dernières années, Terre-Neuve-et-Labrador



www.statcan.gc.ca

Posez les questions suivantes pour orienter la discussion :

- Que représente une pente positive? une pente négative?
- Que représente la pente d'une ligne horizontale?
- Que représente la valeur de la pente?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Le tableau ci-dessous donne le coût moyen d'un litre d'essence ordinaire à Terre Neuve-et-Labrador pendant les six premiers mois de 2015.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Coût/ Volume ($/L)	0,987	1,059	1,168	1,129	1,216	1,319

  À l'aide d'un graphique, trouvez entre quels mois le coût d'un litre d'essence a le moins diminué. Donnez les raisons qui peuvent expliquer cette situation selon vous.

  (ii) Les moyennes mensuelles de température à Corner Brook, (T.-N.-L.) sont fournies en degrés Celsius dans le tableau ci dessous. Les données ont été récoltées sur une période de 30 ans.

Mois	Maximum moyen
Janvier	-2,5
Février	-3,2
Mars	1,1
Avril	6,4
Mai	12,1
Juin	17,7
Juillet	21,8
Août	21,1
Septembre	16,7
Octobre	10,5
Novembre	4,0
Décembre	0,2

  À l'aide d'un graphique, trouvez entre quels mois le taux de changement a été le plus élevé. Entre quels mois le taux de changement a-t-il été le plus faible?

(M1.4, M1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.1 Comparaison et interprétation de taux

MÉ : p. 444-453

GE : p. 435-442

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M1 Suite...

Indicateurs de rendement

M1.6 *Décrire un contexte qui convient à un taux ou à un taux unitaire donné.*

M1.7 *Identifier et expliquer des facteurs qui affectent un taux dans un contexte donné.*

M1.8 *Résoudre un problème contextualisé comportant des taux ou des taux unitaires.*

M1.9 *Résoudre un problème comportant des taux qui nécessite la transformation de formules.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Ce résultat d'apprentissage consiste à décrire une situation dans laquelle un taux donné serait le plus approprié. Par exemple, un taux de 5¢/min conviendrait à un appel interurbain au Canada.

Les élèves devront aussi déterminer si un taux est raisonnable. Si un élève organise une fête et essaie de décider du nombre de pointes de pizza par personne, est-ce que la réponse sera différente selon que les invités ont trois ans ou qu'ils sont des adolescents?

Demandez aux élèves de répondre à des questions comme les suivantes, en s'imaginant qu'ils planifient un voyage en voiture vers Halifax.

- Est-il raisonnable d'utiliser des m/s pour décrire un voyage en voiture vers Halifax?
- Quels taux pourraient être utilisés pour décrire ce voyage?
- Quels facteurs pourraient influencer votre vitesse pendant ce voyage?
- Quels facteurs pourraient influencer votre consommation d'essence?

Donner l'occasion aux élèves de travailler avec des taux dans des scénarios d'application pratique devrait les aider à comprendre les taux et leur utilité et à juger s'ils sont raisonnables.

L'enseignant devrait donner aux élèves plusieurs exemples comportant des unités et des taux variés. Il devrait profiter de cette occasion pour poser des problèmes comportant des taux qui peuvent être résolus au moyen des rapports équivalents, du raisonnement proportionnel ou de l'analyse des unités. Quelques exemples :

- Pendant une course Terry Fox, des élèves bénévoles distribuent des gobelets contenant 250 ml d'eau aux participants à la ligne d'arrivée. Chaque bénévole a une glacière qui peut contenir 64 L d'eau. Combien de tasses d'eau chaque bénévole peut-il distribuer?
- Des feuilles de papier sont vendues à 1,49 $ en paquets de 200 ou à 3,49 $ en paquets de 500. Quel est le plus bas prix que vous pouvez payer pour 100 feuilles? pour 1600?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Un autobus parcourt 800 km en 10 heures. Une voiture parcourt 540 km en 6 heures.
  (i) Tracer un graphique pour comparer leur vitesse.
  (ii) Quel véhicule voyage le plus rapidement? Expliquez votre réponse.

(M1.5 M1.8)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  (i) En cinq semaines, Julie gagne 463,25 $. Combien gagnera-t-elle en 2 ans?

(M1.6, M1.8, M1.9)

(ii) Un carton de 12 contenants d'huile à moteur coûte 41,88 $. Un mécanicien doit commander 268 bouteilles d'huile à moteur. S'il ne peut commander que par cartons de 12, combien d'argent devra-t-il dépenser?

(M1.6, M1.8, M1.9)

Journal

- Demander aux élèves d'énumérer les raisons pour lesquelles le prix unitaire est souvent plus bas lorsqu'on achète une grande quantité d'un produit que lorsqu'on en achète une petite quantité.

(M1.6, M1.8, M1.9)

Performance

- Demander aux élèves de conserver des circulaires d'épicerie. En petites équipes, ils doivent comparer les prix dans quatre magasins différents. Lorsque les formats sont différents, ils devront calculer le prix le plus avantageux.

(M1.6, M1.8, M1.9)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.2 Résolution de problèmes comportant des taux

MÉ : p. 454-462

GE : p. 443-451

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M2 Résoudre des problèmes comportant des schémas à l'échelle à l'aide du raisonnement proportionnel.

[L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

M2.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des schémas à l'échelle sont utilisés dans la modélisation d'une figure à deux dimensions*

M2.2 *Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, une mesure inconnue d'une figure à deux dimensions à partir d'un schéma à l'échelle ou d'une maquette.*

M2.3 *Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, l'échelle à partir d'une mesure d'une figure à deux dimensions et de sa représentation.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont abordé les facteurs d'échelle et les diagrammes à l'échelle (9FE4). Ils ont étudié les concepts d'agrandissement et de réduction. Ils ont aussi eu à trouver le facteur d'agrandissement à partir du diagramme à l'échelle d'images à deux dimensions et à utiliser un facteur d'échelle pour dessiner une image à partir de l'original. Dans ce module, les élèves utiliseront d'abord des diagrammes à l'échelle de figures à deux dimensions, avant de passer à des objets à trois dimensions.

Même si les élèves ont vu les facteurs d'échelle et les diagrammes à l'échelle de figures à deux dimensions en 9e année, il est important de revenir sur ces concepts. Dans le présent module, les élèves utiliseront pour la première fois une variable, p. ex. k, pour représenter le facteur d'échelle: $k = \frac{\text{mesures du diagramme}}{\text{mesures réelles}}$.

À l'aide des facteurs d'échelle et de mesures, les élèves devraient être capables de déterminer les dimensions d'un objet réduit ou élargi. Par exemple, un dinosaure miniature a une échelle de 1:12. Si la tête du dinosaure miniature fait 8 cm de long, quelle est la longueur de la tête du vrai dinosaure? Posez des questions comme les suivantes pour faciliter la discussion :

- Quel est le facteur d'échelle?
- Que signifie cette valeur?
- Ce facteur d'échelle donne-t-il un agrandissement ou une réduction? Expliquez.
- Comment avez-vous déterminé la taille de la tête du dinosaure?

Les élèves devraient comprendre que chaque centimètre sur la miniature équivaut à 12 cm sur le dinosaure réel. Ils peuvent formuler et résoudre une équation de proportion, ou simplement prendre conscience que le dinosaure mesure 12 fois la longueur de la miniature.

Les élèves devraient aussi être capables de déterminer le facteur d'échelle à partir d'éléments variés, comme un modèle ou un diagramme à l'échelle, en utilisant les longueurs équivalentes. Au fil des exemples, les élèves devraient comprendre que le facteur d'échelle d'un agrandissement est plus grand que 1 et que celui d'une réduction se situe entre 0 et 1.

Les élèves devraient résoudre des problèmes faisant intervenir divers types de facteurs d'échelle, y compris des facteurs à décimales, des fractions et des pourcentages. Un rappel des règles de conversion entre les unités du système métrique et les unités du système impérial pourrait être nécessaire. Il est aussi important d'insister sur la signification des unités, pour que les élèves comprennent bien le concept d'échelle et puissent se faire une image de l'objet qui est agrandi ou réduit.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

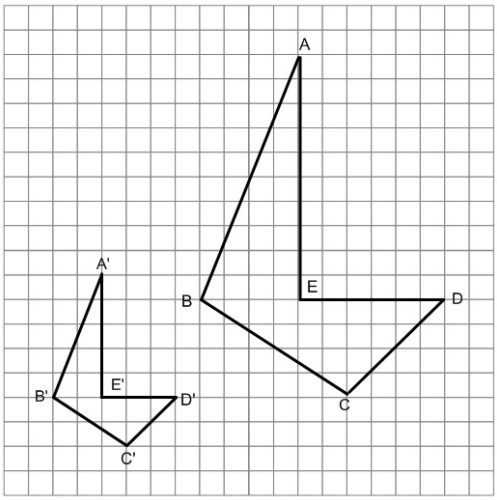
Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Un cercle a été modifié de telle façon que le rayon de l'image mesure 14 cm. Si le facteur d'échelle est 0,4, quel est le rayon du cercle original?

  (M2.2, M2.3)

  (ii) Trouvez le facteur d'échelle à partir du diagramme ci-dessous.



  (M2.2, M2.3)

  (iii) ΔABC et ΔSTU sont des triangles similaires. Si les côtés du ΔABC mesurent respectivement 5,2 cm, 3,8 cm et 6,4 cm, et que le facteur d'échelle égale 2:3, quel est le périmètre du ΔSTU?

  (M2.2, M2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.3 Dessins à l'échelle

MÉ : p. 466-474

GE : p. 452-458

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M2 Suite...

Indicateurs de rendement

M2.4 *Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, un schéma à l'échelle d'une figure à deux dimensions donnée selon une échelle spécifiée (agrandissement ou réduction).*

M2.5 *Résoudre un problème contextualisé comportant des schémas à l'échelle.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Des exemples d'applications dans le monde réel (p. ex. cartes, patrons de couture, voitures miniatures ou dessins architecturaux) peuvent constituer une introduction efficace à ce concept et intéresser les élèves. Ceux-ci pourraient se voir remettre une carte routière et des renseignements sur le prix de l'essence au litre et la consommation d'un véhicule au kilomètre, puis avoir à déterminer le coût approximatif d'un voyage entre deux villes.

Un bon exemple d'activité serait de demander aux élèves de dessiner un plan de leur chambre, de la cuisine ou d'une pièce de leur choix. Ils devront choisir quoi inclure dans leur dessin, l'échelle à utiliser et les mesures à prendre. Les élèves doivent aussi comprendre l'importance que les mesures soient réalistes. Par exemple, si l'échelle du plan est 1 po = 1 pi, alors une porte devrait avoir au moins 3 po de largeur sur le dessin pour correspondre à une porte de 3 pi de large.

Vous pourriez poser les questions suivantes aux élèves :

- Comment les dimensions sont-elles affichées dans le diagramme?
- Comment sont représentés les portes, les fenêtres, les placards et les murs?
- L'échelle est-elle indiquée?
- Une légende devrait-elle être insérée pour identifier les symboles utilisés?
- Les meubles sont-ils représentés?

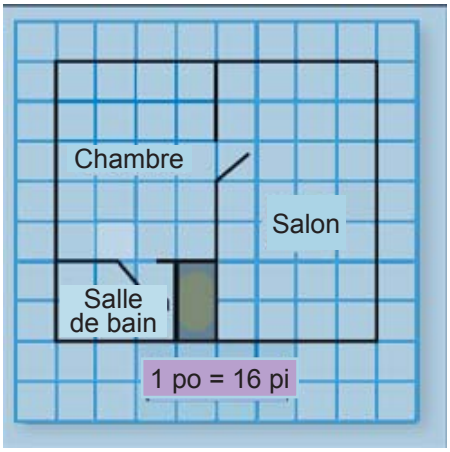
Les plans complétés pourraient être affichés dans la classe pour que les élèves voient d'autres exemples.

Résultat d'apprentissage général :
Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Dans le plan suivant, le côté de chaque carré représente $\frac{1}{4}$ po. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

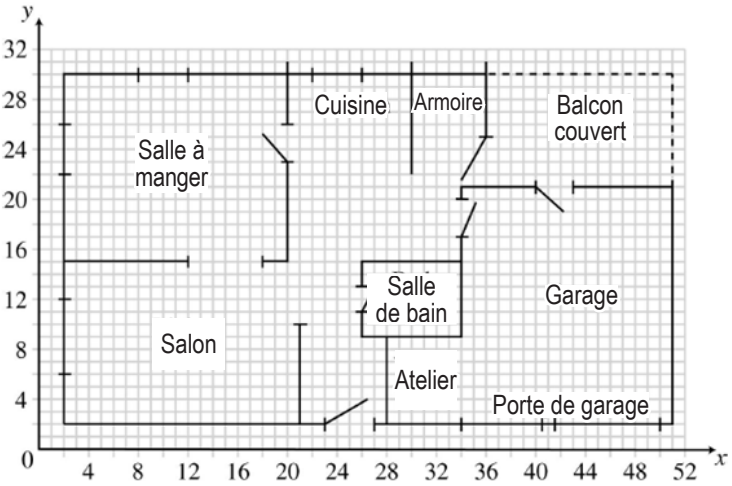


(i) Si les tuiles de céramique coûtent 5 $ le pi^2, combien en coûtera-t-il de recouvrir le plancher de la salle de bain?
(ii) Si le tapis coûte 18 $ la vg^2, combien en coûtera-t-il de recouvrir le plancher de la chambre et du salon?
(iii) Lequel, de la céramique ou du tapis, a le coût unitaire le plus élevé? Expliquez.

(M2.4, M2.5)

- Mme Cartier a l'intention de refaire le plancher de sa salle à manger avec un recouvrement en bois qui s'achète en carrés d'un pied de côté. L'échelle du dessin ci-dessous est d'une unité par pied. Un paquet de 12 carrés se vend 38,40 $ et les carrés peuvent être achetés à l'unité pour 3,70 $. Combien d'argent Mme Cartier devra-t-elle débourser pour acheter le nombre exact de carrés nécessaires pour refaire son plancher de salle à manger?

(M2.4, M2.5)



Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.3 Dessins à l'échelle

MÉ : p. 466-474

GE : p. 452-458

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M3 Démontrer une compréhension des relations entre l'échelle, l'aire, l'aire totale et le volume de figures à deux dimensions et de solides à trois dimensions semblables.

[C, L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

M3.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet d'un changement d'échelle sur l'aire d'une figure à deux dimensions.*

M3.2 *Déterminer l'aire d'une figure à deux dimensions à partir d'un schéma à l'échelle et justifier la vraisemblance du résultat.*

M3.3 *Résoudre un problème spatial qui nécessite la transformation de formules.*

M3.4 *Résoudre un problème contextualisé comportant des relations entre des échelles, des aires et des volumes.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves se concentreront sur la relation entre le facteur d'échelle et l'aire dans le contexte des figures similaires à deux dimensions. Plus tard dans ce module, ils auront à résoudre des problèmes portant sur le facteur d'échelle, la superficie et le volume d'objets à trois dimensions.

Les élèves analyseront la manière dont l'aire change lorsque les mesures d'une figure sont augmentées d'un facteur d'échelle donné. Il pourrait s'agir d'une bonne occasion pour revenir sur les formules de calcul de l'aire de figures comme les parallélogrammes, les triangles, les rectangles et les cercles. Le rectangle suivant peut servir d'exemple :

Les élèves étudieront le lien entre le facteur d'échelle et l'aire. Ils devront utiliser divers facteurs d'échelle (0,5 ou 2 ou 3, etc.). Les questions suivantes peuvent être utilisées pour amorcer des discussions :

- Quelle est l'aire du rectangle d'origine?
- Quelles sont les dimensions et l'aire du rectangle similaire obtenu?
- Que remarquez-vous?

Les élèves devraient noter que le changement d'aire n'est pas directement proportionnel au changement de dimensions. Par exemple, si la longueur des côtés d'un rectangle double, l'aire ne fait pas que doubler : elle quadruple.

Il est important que les élèves prennent conscience que le facteur d'échelle s'applique à chacune des dimensions de la figure à deux dimensions. Ainsi, l'aire augmentera ou diminuera selon un facteur de k^2. Par conséquent, $k^2 = \frac{\text{aire de la nouvelle figure à 2D}}{\text{aire de la figure originale}}$.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) On triple les dimensions d'un cadre de 6 po sur 4 po. Quelle est l'aire du nouveau cadre?

  (M3.2, M3.4)

  (ii) Charles et Carole ont affiché une murale de 12 pi sur 8 pi au mur à l'aide d'un rétroprojecteur. Le dessin original avait une aire de 216 po^2. Quel est le facteur d'échelle?

  (M3.2, M3.4)

Performance

- Distribuer une feuille de papier quadrillé à chaque élève. Leur demander de dessiner des rectangles de 1×2, 2×4, 4×8 et 8×16. Ils doivent ensuite déterminer la surface de chaque rectangle et étudier l'effet du changement des dimensions sur le changement de la surface.

  (M3.2, M3.4)

Journal

- Demander aux élèves de trouver au moins trois exemples d'agrandissement ou de réduction d'objets dans la vraie vie. Leur demander d'estimer les facteurs d'échelle pertinents.

  (M3.2, M3.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.4 Facteurs d'échelle et aires de figures à deux dimensions

MÉ : p. 475-482

GE : p. 459-465

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M2 Suite...

Indicateurs de rendement

M2.5 *Suite*

M2.6 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des schémas à l'échelle sont utilisés dans la modélisation d'un objet à trois dimensions.*

M2.7 *Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, l'échelle à partir d'une mesure d'un objet à trois dimensions et de sa représentation.*

M2.8 *Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, une mesure inconnue d'un objet à trois dimensions à partir d'un schéma à l'échelle ou d'une maquette.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves poursuivront leurs travaux sur les facteurs d'échelle et les diagrammes à l'échelle de figures à deux dimensions avec les facteurs d'échelle et les diagrammes à l'échelle d'objets à trois dimensions. Il s'agira de leur première application des facteurs d'échelle à des objets à trois dimensions.

Les élèves devront utiliser un facteur d'échelle pour déterminer des mesures manquantes sur des objets similaires à trois dimensions. Ce pourrait être une bonne idée d'apporter en classe une boîte de céréales de format ordinaire et une boîte de céréales similaire de grand format. Les élèves peuvent développer les boîtes et en mesurer les dimensions. Demandez aux élèves de dire si les boîtes sont similaires et d'expliquer leur réponse. Est-ce que les dimensions sont liées par un facteur d'échelle? Les élèves devraient comprendre que les mesures correspondantes sur les deux boîtes (longueur, largeur et hauteur) sont proportionnelles.

Les élèves devraient aussi être en mesure d'utiliser un facteur d'échelle donné pour déterminer la dimension manquante d'un objet à trois dimensions. Par exemple, si un dessin à l'échelle d'une chaise de patio a des dimensions de 2 cm sur 1,5 cm sur 4 cm, et qu'on y applique un facteur d'échelle de 1 : 30, demandez aux élèves de déterminer la taille réelle de la chaise de patio.

L'enseignant devrait utiliser divers objets courants et leur appliquer un facteur d'échelle donné pour demander aux élèves de déterminer les dimensions de l'objet réel ou de son image.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Pendant un cours d'art, les élèves projettent l'image d'une boîte de lait Carnation sur le mur à un facteur d'échelle de 250 %. Si la boîte a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 12,5 cm, quelles sont les dimensions de l'image sur le mur?

  (M2.7, M2.8)

  (ii) Antoine a fait un dessin à l'échelle de sa nouvelle planche à roulettes pour le montrer à un ami. Il a utilisé un facteur d'échelle de 0,4. Le dessin à l'échelle mesure 3,2 po sur 1,8 po sur 10,8 po. Quelles sont les dimensions de la planche à roulettes?

  (M2.7, M2.8)

Journal

- Demander aux élèves de décrire les ressemblances et les différences entre la façon d'appliquer les facteurs d'échelle aux objets à deux dimensions et aux objets à trois dimensions.

  (M2.7, M2.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.5 Objets semblables: maquettes et dessins à l'échelle

MÉ : p. 483-493

GE : p. 466-472

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M3 Suite...

Indicateur de rendement

M3.5 *Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet d'un changement d'échelle sur l'aire totale et le volume d'un objet à trois dimensions.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves se familiariseront avec la relation entre le facteur d'échelle et la superficie et celle entre le facteur d'échelle et le volume dans le contexte des objets similaires à trois dimensions. Il s'agit d'une bonne occasion d'utiliser des objets de manipulation comme les cubes emboîtables.

Demandez aux élèves de mesurer les dimensions d'un cube emboîtable. Le volume d'un de ces cubes correspond à 1 cm^3 et sa superficie, à 6 cm^2. Demandez aux élèves ce qui se produira si chacune des arêtes du cube est doublée. Les élèves devraient se rendre compte que le volume du cube augmente d'un facteur de 8 ou 2^3, tandis que la superficie n'augmente que d'un facteur de 4 ou 2^2.

Demandez aux élèves ce qui arrivera à la superficie et au volume du cube original si on triple la longueur de ses arêtes.

Encouragez les élèves, en équipes, à construire différents cubes à partir de facteurs d'échelle préétablis. Ils devraient trouver la superficie et le volume et établir des liens avec le facteur d'échelle. Ils pourraient organiser l'information en tableau.

Facteur d'échelle	Longueur	Largeur	Hauteur	Aire totale	Volume
1	1	1	1	6	1
2	2	2	2	24 (facteur de 4)	8 (facteur de 8)
3	3	3	3	54 (facteur de 9)	27 (facteur de 27)
4	4	4	4	96	64

Les élèves devraient être conscients que lorsque le rapport entre les dimensions d'objets similaires à trois dimensions correspond à un facteur d'échelle k, le rapport entre leur superficie correspond à k^2 et le rapport entre leur volume, à k^3.

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de régler un différend entre trois amis. David prétend que si les côtés d'un cube sont agrandis par un facteur n, son volume grandit aussi de n. Joannie dit que le volume augmente de $3n$, tandis qu'Andrée Anne affirme que c'est n^3. Qui a raison et pourquoi?

(M3.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.6 Facteurs d'échelle et objets à trois dimensions

MÉ : p. 494-503

GE : p. 473-483

Mesure

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

M3 Suite...

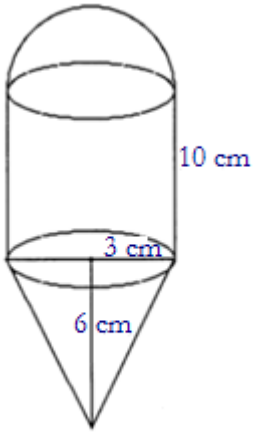
Indicateur de rendement

M3.6 *Déterminer l'aire totale et le volume d'un objet à trois dimensions à partir d'un schéma à l'échelle et justifier la vraisemblance du résultat.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont résolu des problèmes portant sur la superficie et le volume d'objets à trois dimensions (M3). Il serait utile de revoir avec eux les formules de calcul de la superficie et du volume des objets à trois dimensions, comme les prismes rectangulaires, les cylindres droits, les cônes droits, les pyramides droites et les sphères.

Les élèves peuvent se servir des dimensions d'un diagramme à l'échelle d'un objet à trois dimensions et du facteur d'échelle pour déterminer la superficie et le volume de l'objet agrandi ou réduit. Par exemple, à partir du diagramme à échelle réduite de la citerne suivante, aidez les élèves à suivre les instructions et à répondre aux questions ci-dessous.



1 cm = 1,5 m

- Trouvez la superficie totale de la citerne originale.
- Trouvez le volume total de la citerne originale.
- Était-il nécessaire de trouver les dimensions de l'original pour répondre aux questions précédentes?
- Comment pourriez-vous trouver la superficie et le volume de l'original si le dessin à l'échelle n'était pas fourni?

Résultat d'apprentissage général : Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Un cône a une superficie de 36 pi$^{2.}$ Quelle est la superficie de son image si on lui applique un facteur d'échelle de 1:4?

  (M3.6)

  (ii) Quel est le volume d'un cylindre si le volume de son image est 450 cm^3, selon un facteur d'échelle de 2:3? Arrondissez votre réponse au centimètre cube près.

  (M3.6)

  (iii) Quel est le facteur d'échelle entre les sphères similaires suivantes?

  (a) La sphère originale a un volume de 450 mm^3, et l'image a un volume de 1518,75 mm^3.

  (b) L'original a une superficie de 248 po^2 et l'image, une superficie de 126,530 6 po^2.

  (M3.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 11

8.6 Facteurs d'échelle et objets à trois dimensions

MÉ : p. 494-503

GE : p. 473-483

Annexe A

Liste des résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement

(incluant les pages de référence au programme d'études)

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
NL1 Analyser et prouver des conjectures à l'aide du raisonnement inductif et déductif pour résoudre des problèmes. [C, L, R, RP]	NL1.1 Formuler des conjectures en observant des régularités et en identifiant des propriétés et justifier le raisonnement.	p. 22-26
	NL1.2 Expliquer pourquoi le raisonnement inductif peut engendrer une conjecture fausse.	p. 26
	NL1.3 Déterminer si un argument donné est valide et justifier le raisonnement.	p. 26
	NL1.4 Fournir et expliquer un contre-exemple pour réfuter une conjecture donnée.	p. 28-30
	NL1.5 Démontrer une conjecture à l'aide du raisonnement déductif (non limité aux démonstrations sur deux colonnes).	p. 32-34
	NL1.6 Démontrer des relations algébriques et numériques telles que les règles de divisibilité, les propriétés des nombres, des stratégies de calcul mental, ou des trucs algébriques impliquant des nombres.	p. 32-34
	NL1.7 Comparer, à l'aide d'exemples, le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.	p. 36
	NL1.8 Identifier toute erreur dans une démonstration donnée, ex. : une démonstration se terminant par 2 = 1.	p. 38-40
	NL1.9 Résoudre un problème contextualisé comportant le raisonnement inductif ou déductif	p. 40-42
NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	NL2.1 Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie telle que : • deviner et vérifier; • rechercher une régularité; • établir une liste systématique; • dessiner ou élaborer un modèle; • éliminer des possibilités; • simplifier le problème initial; • travailler à rebours; • élaborer des approches différentes; pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.	p. 44-48, 96, 112-114, 148, 206
	NL2.2 Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou pour gagner au jeu..	p. 48, 96

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	NL2.3 Identifier et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un casse-tête ou une stratégie pour gagner à un jeu.	p. 112-114, 148,
NL3 Résoudre des problèmes comportant des opérations sur des radicaux numériques et algébriques (limité aux racines carrées). [CE, L, R, RP]	NL3.1 Exprimer, sous forme entière, un radical numérique donné sous forme composée (mixte). NL3.2 Comparer et ordonner des expressions comportant des radicaux numériques. NL3.3 Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical numérique donné sous forme entière. NL3.4 Identifier les valeurs de la variable pour laquelle un radical algébrique est défini. NL3.5 Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical donnée sous forme entière dont le radicande est une variable. NL3.6 Effectuer une ou plusieurs opérations pour simplifier des expressions contenant des radicaux numériques ou algébriques. NL3.7 Rationaliser le dénominateur d'une expression contenant des radicaux dont le dénominateur est un monôme.	p. 122-124 p. 122-124 p. 122-124 p. 124-126 p. 126-128 p. 128-136 p. 136-140
NL4 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées ou aux racines cubiques). [C, R, RP]	NL4.1 Déterminer toute restriction sur la valeur de la variable dans une équation contenant des radicaux. NL4.2 Déterminer algébriquement les racines d'une équation contenant des radicaux et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation. NL4.3 Vérifier, par substitution, que les valeurs qui résultent de la résolution d'une équation contenant des radicaux sont les racines de l'équation. NL4.4 Expliquer pourquoi certaines des racines qui résultent de la résolution d'une équation contenant des radicaux sont étrangères. NL4.5 Résoudre des problèmes en modélisant une situation à l'aide d'une équation contenant des radicaux et en résolvant l'équation.	p. 142-146 p. 142-146 p. 142-146 p. 142-146 p. 146

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
G1 Élaborer des preuves comportant les propriétés des angles et des triangles. [L, R, V]	G1.1 Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, des règles générales portant sur les relations entre des paires d'angles formés par des droites parallèles et des sécantes, avec ou sans l'aide de la technologie.	p. 70-74
	G1.2 Vérifier, à l'aide d'exemples, que les propriétés des angles ne s'appliquent pas si des droites ne sont pas parallèles.	p. 74 p. 78, 84
	G1.3 Démontrer, à l'aide du raisonnement déductif, les propriétés des angles formés par des droites parallèles et des sécantes, y compris la somme des angles d'un triangle.	p. 78
	G1.4 Identifier et corriger toute erreur dans une démonstration d'une propriété comportant des angles.	p. 86
	G1.5 Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale portant sur la relation entre la somme des angles intérieurs et le nombre de côtés d'un polygone ayant n côtés avec ou sans technologie.	p. 88-94
	G1.6 Démontrer, à l'aide du raisonnement déductif, que deux triangles sont congruents.	
G2 Résoudre des problèmes comportant des propriétés des angles et des triangles. [L, RP, V]	G2.1 Construire des droites parallèles en n'utilisant qu'un compas ou un rapporteur et expliquer la stratégie.	p. 76
	G2.2 Déterminer les mesures d'angles manquantes dans un schéma comportant des droites parallèles, des angles et des triangles, et justifier le raisonnement.	p. 80, 84
	G2.3 Déterminer si des droites sont parallèles étant donné la mesure d'un angle à chacune des intersections des droites et de la sécante.	p. 80
	G2.4 Identifier et corriger toute erreur dans une solution d'un problème comportant des mesures d'angles manquantes.	p. 82
	G2.5 Résoudre un problème contextualisé comportant des angles ou des triangles.	p. 82
G3 Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, excluant le cas ambigu. [L, R, RP]	G3.1 Tracer un schéma pour représenter un problème comportant la loi du cosinus ou la loi des sinus.	p. 102-108
	G3.2 Résoudre un problème contextualisé comportant la loi des sinus ou la loi du cosinus et explique le raisonnement.	p. 102-108
	G3.3 Résoudre un problème contextualisé comportant plus d'un triangle.	p. 110

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
S1 Démontrer une compréhension de distribution normale, y compris : • l'écart type; • les cotes Z. [L, RP, T, V]	S1.1 Utiliser la dispersion pour décrire les différences entre deux ensembles de données.	p. 154
	S1.2 Créer, à partir d'un ensemble de données, des tableaux de fréquences et des graphiques.	p. 156
	S1.3 Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification de l'écart type.	p. 158
	S1.4 Calculer, à l'aide de la technologie, l'écart type de la population d'un ensemble de données.	p. 158-160
	S1.5 Résoudre un problème contextualisé impliquant l'interprétation de l'écart type.	p. 158-160
	S1.6 Expliquer, à l'aide d'exemples, les propriétés d'une courbe normale, y compris la moyenne, la médiane, le mode, l'écart type, la symétrie et l'aire sous la courbe.	p. 162-164
	S1.7 Déterminer si un ensemble de données se rapproche d'une distribution normale et expliquer le raisonnement.	p. 164
	S1.8 Comparer les propriétés d'au moins deux ensembles de données normalement distribuées.	p. 166
	S1.9 Résoudre un problème contextualisé comportant une distribution normale.	p. 166
	S1.10 Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, et expliquer la cote Z d'une valeur donnée d'un ensemble de données normalement distribuées.	p. 166-170
	S1.11 Expliquer, à l'aide d'exemples représentant des perspectives multiples, comment l'écart type est utilisé dans des situations de prise de décision telles que des garanties, l'assurance ou des sondages d'opinion.	p. 172
S2 Interpréter des données statistiques, y compris : • des intervalles de confiance; • des niveaux de confiance; • la marge d'erreur. [C, L, R]	S2.1 Expliquer, à l'aide d'exemples, la signification d'un intervalle de confiance, d'une marge d'erreur ou d'un niveau de confiance.	p. 174
	S2.2 Expliquer, à l'aide d'exemples, comment les niveaux de confiance, la marge d'erreur et les intervalles de confiance peuvent varier selon la taille de l'échantillon aléatoire.	p. 176
	S2.3 Formuler des inférences sur une population à partir de données d'un échantillon à l'aide des intervalles de confiance donnés et expliquer le raisonnement.	p. 178
	S2.4 Relever des exemples tirés des médias électroniques ou imprimés dans lesquels des intervalles et des niveaux de confiance sont utilisés pour appuyer un point de vue particulier.	p. 178

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
S2 Interpréter des données statistiques, y compris : • des intervalles de confiance; • des niveaux de confiance; • la marge d'erreur. [C, L, R]	S2.5 Interpréter et expliquer des intervalles de confiance et la marge d'erreur à l'aide d'exemples tirés des médias électroniques ou imprimés. S2.6 Appuyer une prise de position en analysant des données statistiques présentées dans des médias.	p. 178 p. 178

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
PR1 Effectuer et présenter une recherche portant sue un évènement hisrorique ou un domaine d'intérêt comportant des mathématiques. [C, CE, L, R, RP, T, V]	PR1.1 Recueillir et organiser des données primaires ou secondaires (sous forme statistique ou d'information) pertinentes au sujet. PR1.2 Évaluer l'exactitude, la fiabilité et la pertinence des données primaires ou secondaires recueillies en: • identifiant des exemples de biais et de points de vue; • identifiant et décrivant les méthodes de collecte de données; • déterminant si les données sont pertinentes; • déterminant si les données concordent avec l'information d'autres sources portant sur le même sujet. PR1.3 Interpréter des données à l'aide de méthodes statistiques, s'il y a lieu. PR1.4 Identifier des sujets controversés, s'il y a lieu, et présenter, appuyés par des données, divers points de vue. PR1.5 Organiser et présenter un projet de recherche avec ou sans l'aide de la technologie.	p. 56-64 p. 56-64 p. 56-64 p. 56-64 p. 56-64

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF1 Démontrer une compréhension des caractéristique des fonctions quadratiques, y compris : • le sommet; • les coordonnées à l'origine; • le domaine et l'image; • l'axe de symétrie. [L, RP, T, V]	RF1.1 Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique ($y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$) en manipulant les paramètres a, b et c.	p. 184-190
	RF1.2 Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique.	p. 188, 200-202
	RF1.3 Déterminer les coordonnées du sommet du graphique d'une fonction quadratique à partir de son équation et de celle de son axe de symétrie, et déterminer si l'ordonnée du sommet est un maximum ou un minimum.	p. 190-192, 200-202
	RF1.4 Déterminer l'équation de l'axe de symétrie du graphique d'une fonction quadratique à partir de ses abscisses à l'origine.	p. 192
	RF1.5 Esquisser le graphique d'une fonction quadratique.	p. 194, 200-202
	RF1.6 Déterminer le domaine et l'image d'une fonction quadratique.	p. 200-204
	RF1.7 Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique ($y = a(x - h)^2 + k$, $a \neq 0$) en manipulant les paramètres h et k.	p. 200-202
	RF1.8 Déterminer la fonction quadratique à partir des caractéristiques de son graphique.	p. 204
	RF1.9 Résoudre un problème contextualisé comportant les caractéristiques d'une fonction quadratique.	p. 204
RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF2.1 Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, les coordonnées à l'origine du graphique d'une fonction quadratique.	p. 196-216
	RF2.2 Représenter une équation quadratique sous la forme d'un produit de facteurs à partir des zéros d'une fonction correspondante ou des abscisses à l'origine de son graphique.	p. 198, 220
	RF2.3 Expliquer les relations entre les racines d'une équation, les zéros de la fonction correspondante et les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction.	p. 218
	RF2.4 Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi le graphique d'une fonction quadratique peut avoir zéro, une ou deux abscisses à l'origine.	p. 216-218
	RF2.5 Déterminer les racines d'une équation quadratique en décomposant en facteurs et vérifier par substitution.	p. 218-220

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF2.6 Déterminer les racines d'une équation quadratique à l'aide de la formule quadratique.	p. 222-224
	RF2.7 Résoudre un problème contextualisé dont la solution comporte la détermination et la résolution d'une équation quadratique.	p. 226

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
M1 Résoudre des problèmes comportant l'application de taux. [L, R, RP]	M1.1 Interpréter des taux dans un contexte donné, tel que les arts, le commerce, l'environnement, la médicine ou les loisirs.	p. 232-234
	M12 Déterminer et comparer des taux et des taux unitaires.	p. 232-234
	M1.3 Prendre et justifier une décision à l'aide de taux.	p. 232-234
	M1.4 Tracer un graphique pour représenter un taux.	p. 234
	M1.5 Expliquer, à l'aide d'exemples, le lien entre la pente d'un graphique et un taux.	p. 234
	M1.6 Décrire un contexte qui convient à un taux ou à un taux unitaire donné.	p. 236
	M1.7 Identifier et expliquer des facteurs qui affectent un taux dans un contexte donné.	p. 236
	M1.8 Résoudre un problème contextualisé comportant des taux ou des taux unitaires.	p. 236
	M1.9 Résoudre un problème comportant des taux qui nécessite la transformation de formules.	p. 236

Domaine: Mesure	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens spatial et le raisonnement proportionnel.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
M2 Résoudre des problèmes comportant des schémas à l'échelle à l'aide du raisonnement proportionnel. [L, R, RP, V]	M2.1 Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des schémas à l'échelle sont utilisés dans la modèlisation d'une figure à deux dimensions.	p. 238
	M2.2 Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, une mesure inconnue d'une figure à deux dimensions à partir d'un schéma à l'échelle ou d'une maquette.	p. 238
	M2.3 Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, l'échelle à partir d'une mesure d'une figure à deux dimensions et sa représentation.	p. 238
	M2.4 Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, un schèma à l'échelle d'une figure à deux dimensions donnée selon une échelle spécifiée (agrandissement ou réduction).	p. 240
	M2.5 Résoudre une problème contextualisé comportant des schémas à l'échelle.	p. 240, 244
	M2.6 Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des schémas à l'échelle sont utilisés dans la modélisation d'un objet à trois dimensions.	p. 244
	M2.7 Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, l'échelle à partir d'une mesure d'un objet à trois dimensions et de sa représentation.	p. 244
	M2.8 Déterminer, à l'aide du raisonnement proportionnel, une mesure inconnue d'un objet à trois dimensions à partir d'un schéma à l'échelle ou d'une maquette.	p. 244
M3. Démontrer une compréhension des relations entre l'échelle, l'aire, l'aire totale et le volume de figures à deux dimensions et de solides à trois dimensions semblables. [C, L, R, RP, V]	M3.1 Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet d'un changement d'échelle sur l'aire d'une figure à deux dimensions.	p. 242
	M3.2 Déterminer l'aire d'une figure à deux dimensions à partir d'un schéma à l'échelle et justifier la vraisemblance du résultat.	p. 242
	M3.3 Résoudre un problème spatial qui nécessite la transformation de formules.	p. 242
	M3.4 Résoudre un problème contextualisé comportant des relations entre des échelles, des aires et des volumes.	p. 242
	M3.5 Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet d'un changement d'échelle sur l'aire totale et le volume d'un objet à trois dimensions.	p. 246
	M3.6 Déterminer l'aire totale et le volume d'un objet à trois dimensions à partir d'un schéma à l'échelle et jsutifier la vraisemblance du résultat.	p. 248

RÉFÉRENCES

American Association for the Advancement of Science [AAAS–Benchmarks]. *Benchmarks for Science Literacy.* New York, NY: Oxford University Press, 1993.

Armstrong, Thomas. *7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences.* New York, NY: Plume, 1993.

British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria, BC: British Columbia Ministry of Education, 2000.

Caine, Renate Nummela and Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

Canavan-McGrath, Cathy et al. *Principes mathématiques 11*. Toronto, ON: Nelson Education Ltd., 2011

Faulkenberry, Eileen and Thomas Faulkenberry. "Transforming the Way We Teach Function Tranformation." *Mathematics Teacher* 104, 1 (August 2010), pp. 29-33.

Government of Newfoundland and Labrador. *Foundations for the Atlantic Canada Mathematics Curriculum.* Halifax, NS: Atlantic Provinces Education Foundation.

Government of Newfoundland and Labrador: Department of Education. *Mathematics Grade 10 Interim Edition Curriculum Guide 2011*. Retrieved March 2012 from the World Wide Web: http://www.ed.gov.nl.ca/edu/k12/curriculum/guides/mathematics/index.html.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in Junior High.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in the Primary Grades.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.
Keeley, Page and Cheryl Rose Tobey. *Mathematics Formative Assessment*. Thousand Oaks, California: Corwin, 2011.

Kelly, Brendan. et al. *Addison-Wesley Mathematics 12.* Don Mills, Ontario: Addison-Wesley Publishers Limited., 1991.

Knill, George. et. al. *Math Power 11.* Toronto: McGraw-Hill Ryerson Limited, 1999.

National Council of Teachers of Mathematics. *Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics.* May 2005. http://www.nctm.org/about/pdfs/position/computation.pdf (Accessed February 22, 2007).

Rubenstein, Rheta N. "Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?" *Mathematics Teacher* 94, 6 (September 2001), pp. 442–446.

Shaw, J. M. and M. J. P. Cliatt. "Developing Mesure Sense." In P. R. Trafton (ed.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook* (Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989), pp. 149–155.

Small, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K-8.* Toronto, ON: Nelson Education, 2008.

Steen, L. A., ed. *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington, DC: Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.

Van de Walle, John A. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmemtally*. 4th ed. Boston, MA: Addison Wesley LAyman, INC., 2001.

Western and Northern Canadian Protocol for Collaboration in Basic Education (Kindergarten to Grade 12). *The Common Curriculum Framework for K–9 Mathematics: Western and Northern Canadian Protocol* – May 2006 and *The Common Curriculum Framework for Grades 10–12* – January 2008. Reproduced (and/or adapted) by permission. All rights reserved.

Septembre 2018
ISBN: 978-1-55146-657-6