Mathématiques 3231

Programme d'études 2018

Éducation
et
Développement de la petite enfance

Terre-Neuve
Labrador

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements iii

Introduction 1
- Objet du présent document 1
- Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques 1
- Domaine affectif 2
- Des buts pour les élèves 2

Cadre conceptuel des mathématiques 10-12 3
- Les processus mathématiques 3
- La nature des mathématiques 7
- Résultats d'apprentissage transdisciplinaires 10
- Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement 11
- Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année 12
- Sommaire 12

Évaluation 13
- Stratégies d'évaluation 15

Orientation pédagogique 17
- Planification de l'enseignement 17
- Séquence d'enseignement 17
- Temps d'enseignement par module 17
- Ressources 17

Résultats d'apprentissage généraux et spécifiques 18

Résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement
- Module 1 - Théorie des ensembles 19
- Module 2 - Procédés de dénombrement 49
- Module 3 - Probabilité 77
- Module 4 - Expressions et équations rationnelles 99
- Module 5 - Fonctions polynomiales 119
- Module 6 - Fonctions exponentielles 137
- Module 7 - Fonctions logarithmiques 163
- Module 8 - Fonctions sinusoïdales 189
- Module 9 - Mathématiques financières : Emprunts 209

Annexe
- Liste des résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement 233

Références 243

REMERCIEMENTS

Le ministère de l'Éducation tient à remercier le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), pour sa collaboration. Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9* (mai 2006) et le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* (janvier 2008) ont été reproduits ou adaptés sous autorisation. Tous droits réservés.

Ce document est une traduction et une adaptation du document *Academic Mathematics 3201, Department of Education - Curriculum Guide, 2016.*

Le ministère de l'Éducation désire aussi remercier le bureau des services en français qui a fourni les services de traduction ainsi que le Programme des langues officielles en éducation du Patrimoine canadien qui a fourni de l'aide financière à la réalisation de ce projet.

Enfin, nous remercions le comité du programme provincial de mathématiques, 12e année, ainsi que les enseignants et les conseillers pédagogiques qui ont contribué à l'élaboration de ce programme d'études.

Tous les efforts ont été déployés pour reconnaître les diverses sources ayant contribué à la rédaction du présent document.

À NOTER : Dans le présent document, le masculin est utilisé à titre épicène.

INTRODUCTION

Objet du présent document

Le programme d'études présente des attentes élevées pour les élèves.

Les programmes d'études de mathématiques de la province de Terre-Neuve-et-Labrador ont été établis à partir du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, *Protocole de l'Ouest et du Nord canadien*, janvier 2008. Ces programmes incorporent le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année, ainsi que les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les indicateurs de rendement établis dans le cadre commun des programmes d'études. Ils incluent aussi des stratégies d'enseignement et d'apprentissage, des suggestions de stratégies d'évaluation et font la correspondance entre le programme et la ressource autorisée et le matériel recommandé.

Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques

La compréhension mathématique se construit à partir des expériences personnelles et des connaissances antérieures de chacun des élèves.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu et d'acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens entre ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent quand ils peuvent attribuer une signification à ce qu'ils font; et chacun d'entre eux doit construire son propre sens des mathématiques. C'est en allant du plus simple au plus complexe ou du plus concret au plus abstrait que les élèves ont le plus de possibilités de développer leur compréhension des mathématiques. Il existe de nombreuses approches pédagogiques et matériel de manipulation destinées aux enseignants qui ont à composer avec les multiples modes d'apprentissage et cultures de leurs élèves ainsi qu'avec leurs stades de développement respectifs. Ces approches concourent au développement de concepts mathématiques valides et transférables: quels que soient leurs niveaux, tous les élèves bénéficieront d'un enseignement appuyé par une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour développer leurs conceptions personnelles des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. La discussion entre élèves peut engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Le milieu d'apprentissage offert aux élèves devrait mettre en valeur et respecter leur vécu et tous leurs modes de pensée, quels qu'ils soient. Ainsi, tout élève devrait se sentir en mesure de prendre des risques intellectuels en posant des questions et en formulant des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes est essentielle au développement de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et d'arriver à diverses solutions.

Domaine affectif

Il est important que les élèves développent une attitude positive envers les matières qui leur sont enseignées, car cela aura un effet profond et marquant sur l'ensemble de leurs apprentissages. Les environnements qui offrent des chances de succès et favorisent le sentiment d'appartenance ainsi que la prise de risques contribuent au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en eux-mêmes. Les élèves qui feront preuve d'une attitude positive envers les mathématiques seront vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer à des activités, à persévérer pour que leurs problèmes ne demeurent pas irrésolus, et à s'engager dans des pratiques réflexives.

Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer lorsqu'ils s'efforcent de les réaliser.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent comprendre la relation qui existe entre les domaines affectif et intellectuel; et ils doivent s'efforcer de miser sur les aspects affectifs de l'apprentissage qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils s'efforcent de réaliser ces objectifs.

L'aspiration au succès, à l'autonomie et au sens des responsabilités englobe plusieurs processus à plus ou moins long terme, et elle implique des retours réguliers sur les objectifs personnels fixés et sur l'évaluation de ces mêmes objectifs.

Des buts pour les élèves

Dans l'enseignement des mathématiques, les principaux buts sont de préparer les élèves à :

L'enseignement des mathématiques doit préparer les élèves à utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes.

- utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et son utilisation;
- s'engager dans un processus d'apprentissage pour le reste de leur vie;
- devenir des adultes compétents en mathématiques, et mettre à profit leur compétence en mathématiques afin de contribuer à la société.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques en tant que science, philosophie et art;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre des travaux et des projets de mathématiques, et persévérer à les compléter;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques lorsqu'ils font des travaux de mathématiques;
- faire preuve de curiosité.

CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le diagramme ci-dessous montre l'influence des processus mathématiques ainsi que de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.

NIVEAUX / SUJETS D'ÉTUDE	10	11	12
Les sujets d'étude varient selon le cours de mathématiques de la 10e à la 12e année. Les sujets abordés dans ces cours peuvent comprendre : • l'algèbre • les mathématiques financières • la géométrie • le raisonnement logique • le projet de recherche mathématique • la mesure • le nombre • les permutations, les combinaisons et le théorème de Newton • la probabilité • les relations et les fonctions • la statistique • la trigonométrie	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES, ET INDICATEURS DE RENDEMENT**		

NATURE DES MATHÉMATIQUES

Changement, constance, sens du nombre, régularités, relations, sens spatial, incertitude

PROCESSUS MATHÉMATIQUES — COMMUNICATION, LIENS, CALCUL MENTAL ET ESTIMATION, RÉSOLUTION DE PROBLÈMES, RAISONNEMENT, TECHNOLOGIE, VISUALISATION

Les processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d'atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

Les élèves devraient :

- *Communication [C]*
- *Liens [L]*
- *Calcul mental et estimation [CE]*
- *Résolution de problème [RP]*
- *Raisonnement [R]*
- *Technologie [T]*
- *Visualisation [V]*

- communiquer pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension;
- établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- démontrer une habileté en calcul mental et en estimation;
- développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer pour résoudre des problèmes;
- développer le raisonnement mathématique;
- choisir et utiliser des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes;
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

Le programme d'études incorpore ces sept processus mathématiques intimement liés, qui ont pour but d'infuser l'enseignement et l'apprentissage.

La communication [C]

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés.

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Cela favorise chez eux la création de liens entre leur propre langue et leurs idées, et le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les liens [L]

En établissant des liens, les élèves devraient commencer à trouver les mathématiques utiles et pertinentes.

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à voir l'utilité, la pertinence et l'intégration des mathématiques dans la vie de tous les jours.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent *orchestrer des expériences* desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs. » (Caine and Caine, 1991, p. 5 [traduction])

Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont des éléments fondamentaux du sens des nombres.

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens des nombres. C'est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoires externes.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans crayon ni papier. Il améliore la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin – plus que jamais – en estimation et en calcul mental. »(NCTM, mai 2005)

Les élèves compétents en calcul mental « sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de multiples façons de résoudre des problèmes. » (Rubenstein, 2001)

Le calcul mental « est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse. » (Hope, 1988)

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents), ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations ainsi que quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes.

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « *Comment devriez-vous savoir...*? » ou « *Comment pourriez-vous...*? », le processus de résolution de problème est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour que cette activité en soit une de résolution de problème, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. L'observation de problèmes en cours de formulation ou de résolution peut encourager les élèves à explorer plusieurs solutions possibles. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à donner un sens aux mathématiques et à penser logiquement.

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité devant les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices au raisonnement. Les élèves peuvent expérimenter et noter des résultats, analyser leurs observations, faire et vérifier des généralisations à partir de régularités. Les élèves peuvent arriver à de nouvelles conclusions en construisant sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d'utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de calculatrices et d'ordinateurs, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des opérations de base et tester des propriétés;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- créer des régularités géométriques;
- simuler des situations;
- développer leur sens des nombres.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques et ce, à tous les niveaux.

Visualisation [V]

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial* » (Armstrong, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens des nombres, du sens de l'espace et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens de l'espace ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation. (Shaw et Cliatt, 1989 [Traduction])

La nature des mathématiques

- *Changement*
- *Constance*
- *Sens des nombres*
- *Régularités*
- *Relations*
- *Sens de l'espace*
- *Incertitude*

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d'un bout à l'autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens des nombres, les régularités, les relations, le sens de l'espace et l'incertitude.

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

Le changement

Le changement constitue l'une des propriétés fondamentales des mathématiques et de l'apprentissage des mathématiques.

En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :

- *le nombre de perles d'une certaine couleur dans chaque rangée d'un motif*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire avec un domaine discret.*

(Steen, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires, et de symétrie. (AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

La constance peut-être décrite en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie.

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, constants), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :

- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

Le sens du nombre

Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie. (Le ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146 [Traduction])

Le sens du nombre est la compétence la plus fondamentale de la numératie.

Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maitrise permet l'application des faits et facilite les calculs plus complexes mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre.

Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, le développement du sens du nombre chez les élèves peut résulter de l'exécution de tâches mathématiques complexes où il leur est possible d'établir des liens avec leurs expériences individuelles et leurs apprentissages antérieurs.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques.

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines.

C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui endécoule.

Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers.

C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Les relations

Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations.

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Le sens spatial

Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique et d'y réfléchir.

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques.

Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir.

Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex: en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

L'incertitude est inhérente à toute formulation d'une prédiction.

En mathématiques, l'interprétation de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de fiabilité.

Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude.

La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité.

La chance réfère à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Résultats d'apprentissage transdisciplinaires

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont des énoncés précisant les connaissances, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent avoir acquises à la fin du secondaire. Les apprentissages confirment la nécessité pour les élèves d'établir des liens entre les disciplines. Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont les suivants : *expression artistique, civisme, communication, développement personnel, résolution de problèmes, compétences technologiques, développement spirituel et moral, langue et culture françaises*.

Expression artistique

Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.

Civisme

Les finissants seront en mesure d'apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale.

Communication

Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire une langue (ou plus d'une), d'utiliser des concepts et des symboles mathématiques et scientifiques afin de penser logiquement, d'apprendre et de communiquer efficacement.

Développement personnel

Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.

Résolution de problèmes

Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés à la langue, aux mathématiques et aux sciences.

Compétences technologiques

Les finissants seront en mesure d'utiliser diverses technologies, de faire preuve d'une compréhension des applications technologiques et d'appliquer les technologies appropriées à la résolution de problèmes.

Développement spirituel et moral

Les finissants sauront comprendre et apprécier le rôle des systèmes de croyances dans le façonnement des valeurs morales et du sens éthique.

Langue et cultures françaises

(Ce résultat ne s'applique qu'aux élèves du programme de Français langue première).

Les finissants seront conscients de l'importance et de la particularité de la contribution des Acadiens et des francophones à la société canadienne. Ils reconnaîtront leur langue et leur culture comme base de leur identité et de leur appartenance à une société dynamique, productive et démocratique dans le respect des valeurs culturelles des autres.

- *accéder à l'information en français provenant de divers médias et de la traiter.*
- *faire valoir leurs droits et d'assumer leurs responsabilités en tant que francophones.*

Veuillez consulter le document *Foundations for the Atlantic Canada Mathematics Curriculum*, pages 4-6.
Le programme de mathématiques vise à aider les élèves à atteindre les résultats d'apprentissage transdisciplinaires (RAT). Les énoncés relatifs à la communication, la résolution des problèmes et les compétences technologiques sont particulièrement pertinents aux processus mathématiques.

Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement

Les éléments du programme d'études sont formulés en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'indicateurs de rendement.

Résultats d'apprentissage généraux

Les résultats d'apprentissage généraux sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque cours.

Dans ce document, l'expression « y compris » indique que tout élément qui suit est une partie intégrante du résultat d'apprentissage.
L'expression « tel que » indique que tout ce qui suit a été inclus à des fins d'illustration ou de clarification et ne constitue pas un élément essentiel pour atteindre le résultat d'apprentissage.

Indicateurs de rendement

Les indicateurs de rendement fournissent un exemple représentatif de la profondeur, de l'étendue et des attentes d'un résultat d'apprentissage. L'étendue des exemples se veut représentative de la profondeur du résultat d'apprentissage specifique. (RAS).
Les RAS représentent comment les élèves peuvent atteindre les résultats d'apprentissage généraux et ensuite les résultats d'apprentissages transdisciplinaires.

Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année

Filières	1er cours	2e cours	3e cours	4e cours
Avancée	Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230	Mathématiques 3238
Académique		Mathématiques 2231	Mathématiques 3231	
Appliquée	Mathématiques 1232	Mathématiques 2232	Mathématiques 3232	

Le programme de mathématiques appliquées vise à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été ciblées pour l'admission à la majorité des programmes des écoles de métiers et pour l'entrée directe sur le marché du travail.

Les programmes de mathématiques académiques et avancés visent à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique nécessaires à l'entrée dans des programmes d'études postsecondaires. Les élèves qui réussissent le programme avancé seront mieux préparés pour les programmes qui comprennent des cours de calcul infinitésimal.

Les programmes visent à rendre les élèves capables d'établir des liens entre les mathématiques et leurs applications et à en faire des adultes qui soient aptes à calculer et à contribuer à la société par les mathématiques.

Sommaire

Le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année (p. 3) décrit la nature des mathématiques, les processus mathématiques et les concepts mathématiques qui seront abordés. Les composantes ne doivent pas être prises isolément. Les activités réalisées dans les cours de mathématiques doivent être fondées sur une approche de résolution de problèmes et des processus mathématiques qui amèneront les élèves à comprendre la nature des mathématiques par l'acquisition de connaissances, d'habilités et d'attitudes précises dans un cadre interdisciplinaire.

ÉVALUATION

Buts de l'évaluation

L'apprentissage qui est évalué, la façon de l'évaluer et la façon dont les résultats sont communiqués envoient un message clair aux élèves et aux autres personnes concernées sur ce qui est véritablement valorisé.

Des techniques d'évaluation sont utilisées pour recueillir de l'information sur l'apprentissage. Cette information aide les enseignants à définir les forces et les besoins des élèves dans leur apprentissage des mathématiques et oriente les approches pédagogiques.

L'enseignant est encouragé à faire preuve de souplesse lorsqu'il évalue les résultats en matière d'apprentissage des élèves, et à chercher différentes façons de permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leur savoir-faire.

L'*évaluation* consiste aussi à mettre en balance l'information recueillie relative à l'apprentissage et aux critères, afin d'évaluer ou de porter un jugement sur les résultats de l'élève.

L'évaluation a trois fonctions interdépendantes :

- l'évaluation *au service de* l'apprentissage a pour but d'orienter l'enseignement et d'y contribuer;
- l'évaluation *en tant qu'*apprentissage a pour but d'inciter les élèves à procéder à une autoévaluation et à établir des objectifs pour leur propre apprentissage;
- l'évaluation *de* l'apprentissage a pour but de porter un jugement sur le rendement de l'élève en lien avec les résultats d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage

L'évaluation *au service de* l'apprentissage exige des évaluations fréquentes et interactives conçues pour faire en sorte que la compréhension de l'élève soit évidente. Ceci permettra à l'enseignant de cerner les besoins en matière d'apprentissage et d'adapter son enseignement en conséquence. Il s'agit d'un processus continu d'enseignement et d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage :

- exige la collecte de données à l'aide de toute une gamme d'évaluations qui servent d'outils d'enquête pour en savoir le plus possible sur ce que l'élève sait;
- offre une rétroaction descriptive, précise et constructive aux élèves et aux parents en ce qui a trait au stade suivant d'apprentissage;
- fait participer activement les élèves à leur propre apprentissage du fait qu'ils s'autoévaluent et comprennent comment améliorer leur rendement.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage pousse l'élève à réfléchir activement à son propre apprentissage et à suivre ses propres progrès. Elle se concentre sur le rôle de l'élève comme lien essentiel entre l'évaluation et l'apprentissage, et développe et favorise du même coup la métacognition chez les élèves.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage :

- soutient les élèves par l'analyse critique de leurs connaissances en fonction des résultats d'apprentissage;
- incite les élèves à envisager des moyens de bonifier leur apprentissage;
- permet aux élèves d'utiliser l'information recueillie pour adapter leurs processus d'apprentissage et découvrir de nouvelles perspectives.

L'évaluation *de* l'apprentissage

L'évaluation *de* l'apprentissage fait intervenir des stratégies visant à confirmer ce que les élèves savent, à déterminer s'ils ont atteint les résultats d'apprentissage ou à vérifier les compétences des élèves et à prendre des décisions concernant leurs besoins futurs en matière d'apprentissage. L'évaluation *de* l'apprentissage a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage qui contribue directement aux résultats qui seront présentés.

Habituellement, l'enseignant se fie à ce type d'évaluation pour porter un jugement sur le rendement de l'élève; il mesure l'apprentissage après le fait, puis en rend compte aux autres.

Toutefois, l'utilisation de l'évaluation *de* l'apprentissage de concert avec les autres processus d'évaluation décrits précédemment a pour effet de renforcer ce type d'évaluation.

L'évaluation *de* l'apprentissage :

- offre l'occasion de rendre compte aux parents (ou tuteurs) et aux autres intervenants des réalisations de l'élève à ce jour en lien avec les résultats d'apprentissage;
- confirme les connaissances et le savoir faire de l'élève;
- a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage, au moyen d'outils variés.

Comme les conséquences de l'évaluation *de* l'apprentissage sont souvent très importantes, il incombe à l'enseignant de faire un compte rendu juste et équitable de l'apprentissage de chacun des élèves, en s'inspirant des renseignements tirés de toute une gamme de contextes et d'applications.

Stratégies d'évaluation

Les techniques de mesure doivent être adaptées au style d'apprentissage et d'enseignement utilisé. Les enseignants peuvent choisir parmi les nombreuses options proposées dans le présent guide en fonction des résultats d'apprentissage, de la classe et des politiques de l'école et du district scolaire.

Observations (formelles ou informelles)

Cette technique permet de recueillir de l'information assez rapidement pendant le déroulement de la leçon. Dans le cas des observations formelles, les élèves doivent être informés de l'observation et des critères utilisés. L'observation informelle peut prendre la forme d'une vérification fréquente, mais brève, en fonction de critères bien précis. L'observation peut fournir de l'information sur le niveau de participation d'un élève dans le cadre d'une tâche spécifique, de l'utilisation d'un appareil ou l'application d'un processus. Pour consigner les résultats, on peut utiliser une liste de contrôle, une échelle d'évaluation ou de brèves notes écrites. Une bonne planification est nécessaire pour définir les critères précis, préparer les relevés et veiller à ce que tous les élèves soient observés à l'intérieur d'une période raisonnable.

Performance

Ce programme d'études favorise l'apprentissage par la participation active. De nombreux résultats d'apprentissage du programme vise le développement des habiletés et leur application. Pour amener l'élève à comprendre l'importance du développement des habiletés, la mesure doit offrir une rétroaction sur les diverses habiletés. Il peut s'agir, par exemples, de la façon d'utiliser le matériel de manipulation, de la capacité d'interpréter et de suivre des instructions ou de chercher, d'organiser et de présenter de l'information. L'évaluation des performances se fait le plus souvent par l'observation du processus.

Papier et crayon

Cette technique peut être formative ou sommative. Peu importe le type d'évaluation, l'élève doit connaître les attentes associées à l'exercice et comment il sera évalué. Des travaux écrits et des tests peuvent être utilisés pour évaluer les connaissances, la compréhension et l'application des concepts. Ces techniques sont toutefois moins appropriées pour l'évaluation des processus et des attitudes. Le but de l'évaluation devrait déterminer la technique d'évaluation utilisée.

Journal

Le journal d'apprentissage permet à l'élève d'exprimer des pensées et des idées dans le cadre d'une réflexion. En inscrivant ses sentiments, sa perception de la réussite et ses réactions face à de nouveaux concepts, l'élève peut être amené à identifier le style d'apprentissage qui lui convient le mieux. Savoir comment apprendre de façon efficace constitue une information très utile. Les inscriptions au journal fournissent également des indicateurs sur les attitudes développées face aux concepts, aux processus et aux habiletés scientifiques, et sur leur application dans la société. L'auto-évaluation, par le biais d'un journal d'apprentissage, permet à l'élève d'examiner ses forces et ses faiblesses, ses attitudes, ses intérêts et de nouvelles idées. Le développement de ces habitudes aidera l'élève dans ses futurs choix académiques et professionnels.

Entrevue

Le présent programme d'études encourage la compréhention et l'application des concepts mathématiques. En interviewant un élève, l'enseignant peut confirmer que l'apprentissage va au-delà de la mémorisation des faits. La discussion permet également à l'élève de démontrer sa capacité d'utiliser l'information et de préciser sa compréhension. L'entrevue peut prendre la forme d'une courte discussion entre l'enseignant et l'élève ou elle peut être plus exhaustive et inclure l'élève, un parent et l'enseignant. Ces entretiens permettent à l'élève d'afficher ses savoirs de façon proactive. Les élèves doivent être informés des critères qui seront utilisés lors des entrevues formelles. Cette technique de mesure donne une chance aux élèves qui s'expriment mieux verbalement que par écrit.

Présentation

Ce programme d'études comprend des résultats d'apprentissage qui demandent que les élèves soient capables d'analyser et d'interpréter de l'information, de travailler en équipe et de communiquer de l'information. Les présentations constituent la meilleure façon de démontrer et d'évaluer ces résultats. Les présentations peuvent être faites oralement, par écrit ou en images, sous forme de résumé de projet ou par voie électronique (vidéo, présentation sur ordinateur). Peu importe le degré de complexité ou le format utilisé, l'évaluation doit être fondée sur les résultats d'apprentissage. Ceux-ci précisent le processus, les concepts et le contexte pour lesquels et à propos desquels la présentation est réalisée.

Portfolio

Le portfolio permet de mesurer les progrès de l'élève par rapport aux résultats d'apprentissage sur une plus longue période de temps. Il permet à l'élève d'être au cœur du processus d'apprentissage. Certaines décisions au sujet du portfolio et de son contenu peuvent être confiées à l'élève. Que contient le portfolio, quels sont les critères de sélection, comment le portfolio est utilisé, comment et où il est rangé et comment il est évalué sont autant de questions dont il faut tenir compte lorsqu'on planifie de réunir et d'afficher les travaux des élèves de cette façon. Le portfolio devrait fournir un compte-rendu à long terme du développement de l'apprentissage et des habiletés. Ce dossier est important pour la réflexion individuelle et l'auto-évaluation mais il est aussi important de le partager avec d'autres. Tous les élèves, spécialement les plus jeunes, sont emballés à la perspective d'examiner un portfolio et de constater le développement au fil du temps.

ORIENTATION PÉDAGOGIQUE

Planification de l'enseignement

Les remarques ci-dessous devraient être prises en compte lors de la planification de l'enseignement:

- Les processus mathématiques doivent être intégrés dans chacun des sujets à l'étude.
- En réduisant la grandeur des nombres utilisés dans les calculs écrits et en mettant moins l'accent sur la mémorisation de calculs ou la pratique répétitive de l'arithmétique, l'enseignant pourra consacrer plus de temps à l'enseignement de concepts.
- La résolution de problèmes, le raisonnement et l'établissement de liens jouent un rôle crucial dans la croissance de la pensée mathématique.
- Il doit y avoir un équilibre entre le calcul mental et l'estimation, les calculs écrits et l'utilisation de la technologie, y compris les calculatrices et les ordinateurs. Les concepts devraient être présentés aux élèves à l'aide de matériel de manipulation, puis passer graduellement du concret à l'image et au symbole.
- Les élèves apportent à l'école de la diversité en ce qui concerne les styles d'apprentissage et les milieux culturels. Ils sont également à des stades de développement différents.

Séquence d'enseignement

Le programme d'études de Mathématiques académiques 3231 est organisé en modules. Il s'agit uniquement d'un ordre suggéré pour le cours. Il existe diverses combinaisons de séquences qui peuvent convenir à l'enseignement de ce cours.

Chaque double page indique le domaine, le résultat d'apprentissage général et le résultat d'apprentissage spécifique. À noter que ce cours pourrait aussi être enseigné par domaine.

Temps d'enseignement par module

Le nombre d'heures d'enseignement par module est indiqué sur la première page de chaque module. Le nombre d'heures suggéré inclut le temps consacré aux activités d'évaluation et de révision. Les durées suggérées au début de chaque module existent pour aider l'enseignant dans sa planification. Il n'est pas obligatoire de suivre ces durées. Cependant, pendant l'année scolaire l'enseignement de tous les résultats d'apprentissage est obligatoire et une planification à long terme est conseillée. L'enseignement des résultats d'apprentissage a lieu au cours de l'année et l'enseignant peut les revoir au besoin.

Ressources

Les ressources sélectionnées et autorisées par la province Terre-Neuve-et-Labrador pour les élèves et les enseignants sont *Principes mathématiques 12 (Modulo, 2012)* et *Fondements mathématiques 12 (Modulo, 2012)*. C'est pour cette raison que la quatrième colonne du programme d'études fait référence à ces ressources.

Les enseignants peuvent utiliser d'autres ressources ou combinaison de ressources pour obtenir les résultats spécifiques visés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES

RÉSULTATS GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES AVEC INDICATEURS DE RENDEMENT (pages 19 à 228)

Cette section présente les résultats généraux et spécifiques avec les indicateurs de rendement correspondants; elle est organisée par module. La liste d'indicateurs contenue dans cette section ne se veut pas exhaustive. Elle a plutôt pour but de fournir aux enseignants des exemples de preuve de compréhension qui peuvent être utilisés pour déterminer si les élèves ont atteint, ou non, un résultat d'apprentissage spécifique donné. Les enseignants peuvent utiliser autant d'indicateurs de rendement qu'ils le désirent ou ajouter d'autres indicateurs comme preuve de l'apprentissage recherché. Les indicateurs de rendement devraient aussi aider les enseignants à se former une image claire de l'intention et de la portée de chacun des résultats d'apprentissage spécifiques.

Le cours de Mathématiques académiques 3231 est organisé en neuf modules:

- Théorie des ensembles
- Procédés de dénombrement
- Probabilité
- Expressions et équations rationnelles
- Fonctions polynomiales
- Fonctions exponentielles
- Fonctions logarithmiques
- Fonctions sinusoïdales
- Mathématiques financières

Théorie des ensembles

Durée suggérée : 10 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Les élèves verront les rudiments de la notation, de la terminologie et des concepts liés aux diagrammes de Venn ainsi que de la notation ensembliste. Les diagrammes de Venn sont couramment utilisés pour illustrer les intersections, les réunions, les complémentaires et les sous-ensembles. Les élèves détermineront le nombre d'éléments dans chaque région et, ensuite, appliqueront une formule ou utiliseront un diagramme de Venn pour déterminer le nombre d'éléments dans la réunion de deux ou trois ensembles.

Les élèves découvriront des applications pratiques de la théorie des ensembles, comme les recherches sur Internet et la résolution de casse-tête.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement logique.

RAS RL1

Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

RAS RL2

Résoudre des problèmes comportant des applications de la théorie des ensembles.

Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Algèbre et nombre	Nombre et logique	Raisonnement logique
AN2 Démontrer une compréhension de nombres irrationnels en : • représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels; • ordonnant des nombres irrationnels. [CE, L, R, V]	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP] RL2 Résoudre des problèmes comportant des applications de la théorie des ensembles. [L, R, RP, V]

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Résoudre des problèmes comportant des applications de la théorie des ensembles.

[L, R, RP, V]

Indicateur de rendement

RL2.1 *Fournir des exemples contextualisés de l'ensemble vide, d'ensembles disjoints, de sous-ensembles et d'ensembles universels et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le présent module, les élèves organiseront des informations dans des ensembles et des sous-ensembles. Ils utiliseront des diagrammes de Venn pour illustrer les relations entre les ensembles et les sous-ensembles, et utiliseront la notation ensembliste pour décrire les ensembles. Les élèves détermineront le nombre d'éléments dans chaque région d'un diagramme de Venn et détermineront ensuite le nombre d'éléments dans la réunion de deux ou trois ensembles.

Les ensembles sont une façon mathématique de représenter un groupe d'objets appelés éléments. Les élèves se retrouvent souvent avec une série de livres, par exemple, ou une collection des cartes de hockey. La notation du nombre d'éléments d'un ensemble A est n(A).

Dans le cours Mathématiques 1231, les élèves ont exprimé le domaine et l'image d'une fonction à l'aide de la notation ensembliste et la notation des intervalles (RF1). Dans certaines situations, les élèves utiliseront des expressions algébriques pour décrire des ensembles. Remettez aux élèves une description écrite qui pourrait se lire comme suit : « l'ensemble M est constitué des multiples de 3, de 1 à 100 ». Demandez aux élèves de dresser la liste des éléments de l'ensemble et de la traduire ensuite en expression algébrique.

M={3, 6, 9, ..., 93, 96, 99}.

M = $3x$, $\{x \mid 1 \leq x \leq 33,\ x \in N\}$.

Pour susciter la discussion, demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes:

- Est-ce qu'une forme est plus efficace que l'autre?
- Que représente $1 \leq x \leq 33$?
- Pourquoi est il important de préciser que x fait partie des nombres naturels?

Les élèves doivent apprendre les types d'ensembles suivants : ensemble universel, sous-ensemble, ensemble vide, complément et ensembles disjoints. Présentez aux élèves un exemple semblable à celui-ci.

> L'ensemble universel est défini comme A, l'ensemble des nombres naturels, et B est l'ensemble des nombres naturels de 1 à 5.

Posez les questions suivantes aux élèves pour amorcer la discussion sur les types d'ensembles:

- Est-il possible de dresser la liste complète des éléments des deux ensembles?
- Quel ensemble est fini et quel ensemble est infini?
- Un ensemble est-il le sous-ensemble de l'autre?
- Quels éléments de l'ensemble universel ne font pas partie du sous-ensemble?
- Quel est le complément de l'ensemble B, défini comme B'?

Les élèves doivent conclure que l'ensemble B est un sous-ensemble de l'ensemble A, c'est-à-dire $B \subset A$. Le complément B' est constitué des nombres naturels plus grands que 5.

Donnez aux élèves des exemples d'ensemble vide, comme l'ensemble des mois de 32 jours ou l'ensemble des carrés de cinq côtés. Demandez-leur de créer leurs propres ensembles vides et de partager leurs réponses à la classe.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Entrevue • Demander aux élèves de dire si un ensemble peut être considéré comme un sous-ensemble de lui même et d'expliquer leur réponse. (RL2.1)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12***
• Marie a créé les ensembles P = {1, 3, 4} et Q = {2, 3, 4, 5, 6}. Jean a affirmé que $P \subset Q$ puisque les éléments 3 et 4 se trouvent dans les deux ensembles. Demander aux élèves de dire s'ils sont du même avis que Jean ou non et d'expliquer pourquoi. (RL2.1)	**1.1 Sortes d'ensembles et notation ensembliste** Manuel de l'élève (MÉ): p. 6-18 Guide d'enseignement (GE): p. 7-14
Papier et crayon • Demander aux élèves d'énumérer les éléments des ensembles suivants: (i) $S = \{x \mid 1 \le x \le 10, x \in N\}$ (ii) $T = 2y, \{y \mid -3 \le y \le 6, y \in Z\}$ (RL2.1)	
• Soit : A = {tous les nombres naturels} et B = {2, 4, 6, 8} Demander aux élèves: (i) Quel ensemble est fini? (ii) Quel ensemble est infini? (iii) Est-ce que $A \subset B$ ou $B \subset A$? (RL2.1)	

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

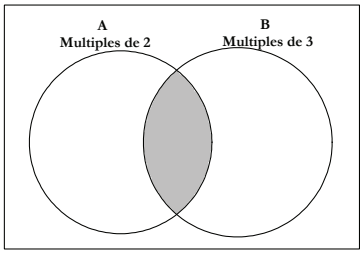
Indicateurs de rendement

RL2.2 *Organiser de l'information telle que des données recueillies et des propriétés des nombres à l'aide d'organisateurs graphiques et expliquer le raisonnement.*

RL2.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

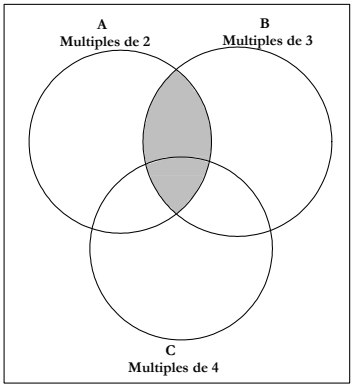
Dans le cours Mathématiques 1231, les élèves ont vu les diagrammes de Venn pour organiser les divers sous-ensembles des nombres réels (AN2). Dans le présent module, les élèves continueront d'organiser des informations dans des ensembles et des sous-ensembles à l'aide de diagrammes de Venn et exploreront ce que représentent les diverses régions de ces diagrammes. Donnez aux élèves un ensemble comme S = {4, 5, 6, 8, 9, 11, 15, 17, 20, 24, 30, 32} et les catégories de ses diagrammes de Venn connexes.



En plaçant les nombres à l'endroit approprié, ils doivent penser :

- à l'ensemble universel et au nombre d'éléments qui en font partie;
- aux éléments de chaque sous-ensemble;
- à la raison pour laquelle les deux cercles se recoupent;
- aux éléments communs aux ensembles A et B;
- à la raison pour laquelle certains nombres ne se trouvent dans ni l'un ni l'autre des ensembles.

Demandez aux élèves d'ajouter un autre cercle au diagramme de Venn pour représenter les multiples de 4. Ils doivent se demander où ils mettront le cercle et si les trois cercles doivent se recouper.



Dites aux élèves que dans certaines situations, il se peut que deux ensembles (ou plus) n'aient aucun élément en commun. Ce sont des ensembles disjoints. Demandez aux élèves de dessiner un diagramme de Venn, par exemple, des multiples de 3 et des facteurs de 8. Informez les élèves qu'on dit de ces deux ensembles qu'ils s'excluent mutuellement.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Prenons les ensembles suivants :

  U est l'ensemble universel des 52 cartes d'un jeu de cartes normal;
  P est l'ensemble des 13 piques;
  N est l'ensemble des 26 cartes noires (piques et trèfles);
  C est l'ensemble des 13 carreaux.

  Demander aux élèves ce qui suit:

  (i) Quels ensembles sont des sous-ensembles d'autres ensembles?

  (ii) Faites la liste des ensembles disjoints, le cas échéant.

  (iii) Représentez les ensembles à l'aide de diagrammes de Venn.

  (RL2.1, RL2.2)

- Demander aux élèves de créer leurs propres ensembles disjoints et sous-ensembles. Ils doivent représenter chaque situation à l'aide d'un diagramme de Venn. Voici quelques exemples d'ensembles.

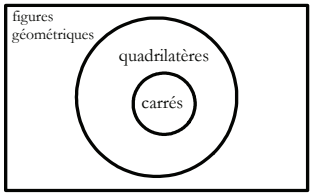
  (i) C = ensemble des consonnes de l'alphabet;
  V = ensemble des voyelles de l'alphabet.

  (ii) D = ensemble des diviseurs premiers de 34;
  E = {2, 17}

  (RL2.1, RL2.2)

Entrevue

- Donner à chaque groupe un diagramme de Venn dans lequel se trouvent divers ensembles. Leur demander d'expliquer les différentes régions du diagramme de Venn à l'aide des termes « ensemble », « sous-ensemble » et « disjoint ». Voici un exemple.



  L'enseignant devrait observer les groupes et poser des questions comme :

  (i) Pourquoi est-ce que l'ensemble des carrés est un sous-ensemble de l'ensemble des quadrilatères? Existe-t-il d'autres sous-ensembles?

  (ii) Que représente la région à l'extérieur du cercle des quadrilatères?

  (RL2.1, RL2.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.1 Sortes d'ensembles et notation ensembliste

MÉ: p. 6-18

GE: p. 7-14

Note :

On devrait montrer aux élèves un jeu de cartes normal ou le décrire verbalement.

Voir le Manuel de l'élève, p. 70

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

Indicateurs de rendement

RL2.3 *Expliquer ce que représente une région particulière d'un diagramme de Venn à l'aide de connecteurs logiques (et, ou, non) ou de la notation ensembliste.*

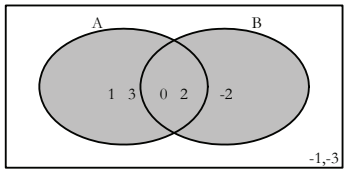
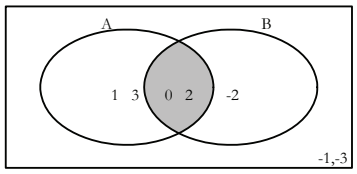
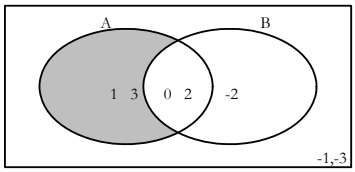
RL2.4 *Déterminer les éléments appartenant au complément, à l'intersection ou à l'union de deux ensembles.*

RL2.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent continuer d'explorer les différentes régions d'un diagramme de Venn et se faire présenter ce que sont l'intersection et la réunion des ensembles à l'aide de symboles et de mots.Vous pourriez donner aux élèves un tableau montrant les symboles de la théorie des ensembles et leur signification. Demandez-leur de dessiner un diagramme de Venn et d'écrire les éléments qui correspondent à la notation.

- L'ensemble universel est l'ensemble des nombres entiers de -3 à +3. L'ensemble A est celui des nombres entiers non négatifs et l'ensemble B, celui des nombres entiers divisibles par 2.

Notation ensembliste	Sens	Diagramme de Venn	Réponse
$A \cup B$ (A union B)	Tout élément se trouvant dans l'un ou l'autre des ensembles.		{-2, 0, 1, 2, 3}
$A \cap B$ (A inter B)	Seuls les éléments se trouvant à la fois dans A et dans B.		{0,2}
A\B (A moins B)	Les éléments se trouvant dans A, mais pas dans B.		{1,3}

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- R est l'ensemble des nombres impairs positifs inférieurs à 10. S est l'ensemble des multiples de 3 entre 4 et 20. T est l'ensemble des nombres premiers inférieurs à 12. Demander aux élèves ce qui suit.

  (i) Faites la liste des éléments de :

  (a) $R \bigcup S$

  (b) $R \bigcap S$

  (ii) Que signifie $x \in (R \bigcap T)$? Donnez toutes les valeurs possibles de x.

  (iii) Est-ce que $S \bigcap T$ est l'ensemble vide? Expliquez.

  (RL2.2, RL2.3, RL2.4)

- Demander aux élèves de créer un tableau graphique avec des zones grisées montrant les régions suivantes :

  $$A, B, A', B' \; A \cup B, A \cap B, (A \cup B)', (A \cap B)', A \setminus B, B \setminus A$$

  On peut adapter ce tableau graphique avec trois ensembles en inter section.

  (RL2.1, RL2.3, RL2.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.2 Exploration des relations entre des ensembles

MÉ: p. 19 - 21

GE: p. 15 - 18

1.3 Intersection et union de deux ensembles

MÉ: p. 22-35

GE: p. 19-28

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

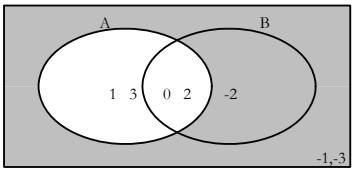
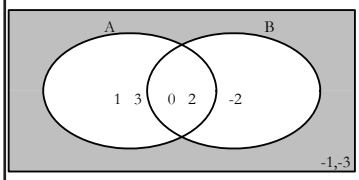
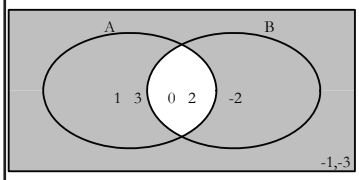
L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

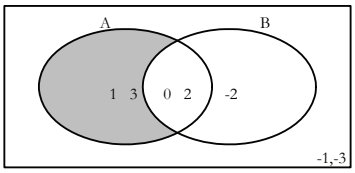
Indicateurs de rendement

RL2.2, RL2.3, RL2.4
Suite

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Notation ensembliste	Sens	Diagramme de Venn	Réponse
A' (complément de A)	Tous les éléments de l'ensemble universel à l'extérieur de A.		{-3, -2, -1}
$(A \cup B)'$ (complément de A union B)	Les éléments à l'extérieur de A et B.		{-3, -1}
$(A \cap B)'$ (complément de A inter B)	Les éléments à l'extérieur de l'intersection de A et B.		{-3, -2, -1, 1, 3}

Les diagrammes de Venn peuvent aider les élèves à trouver des formules pour déterminer le nombre d'éléments de certains ensembles. Demandez aux élèves de trouver une formule pour $n(A \backslash B)$, soit le nombre d'éléments de l'ensemble A qui ne se trouvent pas dans l'ensemble B.



Certains élèves pourront remarquer qu'ils peuvent déterminer le nombre d'éléments de l'ensemble A et soustraire les éléments de l'intersection, $n(A \backslash B) = n(A) - n(A \cap B)$. D'autres pourraient déterminer le nombre d'éléments des deux ensembles et soustraire les éléments de l'ensemble B, $n(A \backslash B) = n(A \cup B) - n(B)$. Demandez aux élèves si leur formule convient aux ensembles disjoints. Les élèves pourraient choisir de résoudre le problème à l'aide d'une formule ou d'un diagramme de Venn pour organiser l'information.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer à l'activité *Trouvez votre partenaire*. La moitié des élèves se font remettre une carte où figure une description et l'autre moitié, une carte où figure un diagramme de Venn. Les élèves doivent se déplacer dans la classe afin d'apparier la description au bon diagramme de Venn. Ils doivent ensuite présenter leurs résultats à la classe.

  Voici quelques exemples.

  (a) Les diagrammes ci-dessous représentent les activités choisies par les membres d'un club jeunesse. Ils peuvent choisir de jouer au tennis (T), de jouer au baseball (B) ou de faire de la natation (N). Dites quel diagramme affiche la zone grisée qui correspond aux descriptions suivantes :

  (i) ceux qui pratiquent les trois sports;

  (ii) ceux qui jouent au tennis et au baseball, mais ne pratiquent pas la natation;

  (iii) ceux qui jouent uniquement au tennis.

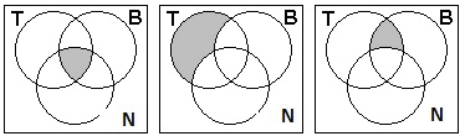


Figure A Figure B Figure C

  b) Les diagrammes ci-dessous représentent une classe d'enfants. F est l'ensemble des filles et E est l'ensemble des enfants qui aiment l'escrime. Dites quel diagramme affiche la zone grisée qui correspond aux descriptions suivantes :

  (i) les filles qui aiment l'escrime;

  (ii) les filles qui n'aiment pas l'escrime;

  (iii) les garçons qui aiment l'escrime;

  (iv) les garçons qui n'aiment pas l'escrime.

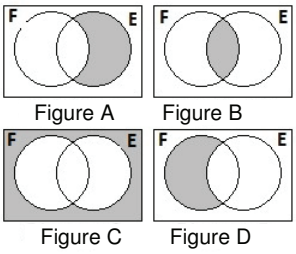


Figure A Figure B
Figure C Figure D

(RL2.2, RL2.3, RL2.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.2 Exploration des relations entre des ensembles

MÉ: p. 19-21

GE: p. 15-18

1.3 Intersection et union de deux ensembles

MÉ: p. 22-35
GE: p. 19-28

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

Indicateur de rendement

RL2.5 *Résoudre un problème contextualisé comportant des ensembles et représenter la solution à l'aide de la notation ensembliste.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent déterminer le nombre d'éléments dans la réunion de deux ensembles $n(A \cup B)$. Donnez aux élèves les ensembles suivants et demandez leur de prédire le nombre d'éléments dans la réunion des ensembles A et B.

L'ensemble A contient les éléments {2, 3, 6, 8 ,9}.

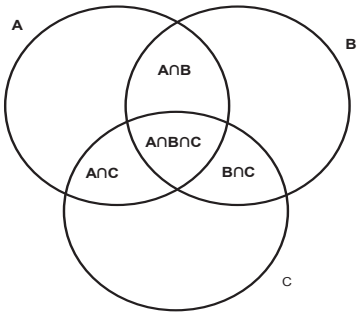
L'ensemble B contient les éléments {4, 5, 6, 7, 9}.

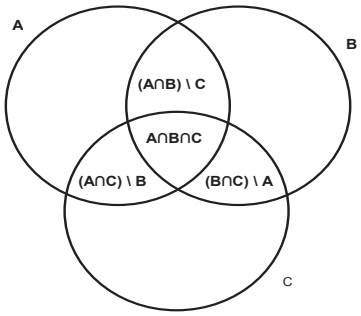
Les élèves pourraient supposer au départ que, puisque $n(A) = 5$ et $n(B) = 5$, l'union des ensembles A et B comportera dix éléments. Une représentation visuelle, comme un diagramme de Venn, devrait les aider à se rendre compte que $n(A \cup B) = 8$. Guidez les élèves avec les indices suivants pour les aider à trouver une formule pour $n(A \cup B)$:

- Quels éléments ont été comptés deux fois lorsque vous avez additionné $n(A)$ et $n(B)$?
- Comment pouvez-vous éviter ce double compte?
- Trouver une formule pour $n(A \cup B)$ à l'aide de $n(A)$, $n(B)$ et $n(A \cap B)$.
- Quand l'équivalence $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ sera-t-elle vraie?

Au moment de calculer le nombre d'éléments dans la réunion de deux ensembles, les élèves doivent conclure que $n(A \cup B)= n(A)+n(B)-n(A \cap B)$. Il s'agit du *principe d'inclusion-exclusion*. Demandez aux élèves de trouver la valeur de $n(A \cap B)$ si les ensembles sont disjoints. Ce principe mathématique guide les élèves sur ce qu'ils doivent surveiller au moment d'additionner et de soustraire. Il est important de donner le choix aux élèves d'utiliser un diagramme de Venn ou la formule pour résoudre les problèmes portant sur les réunions et les intersections.

Les élèves doivent analyser trois ensembles ayant une intersection commune. Une erreur fréquente faite par les élèves qui veulent analyser les intersections des trois ensembles d'événements est illustrée dans le graphique de gauche.





Le graphique exact est montré à droite. Les élèves devraient noter l'existence d'une région où les trois ensembles se recoupent. Il existe deux régions dans lesquelles exactement deux des trois ensembles se recoupent.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Trente élèves sont interrogés pour savoir lesquels des sports suivants ils pratiquent : le soccer (S), le basketball (B) ou le volleyball (V). Voici les résultats.

  3 élèves ne pratiquent aucun de ces sports.

  2 élèves pratiquent les trois sports.

  6 élèves jouent au volleyball et au basketball.

  3 élèves jouent au soccer et au basketball.

  6 élèves jouent au soccer et au volleyball.

  16 élèves jouent au basketball.

  12 élèves jouent au volleyball.

  Demander aux élèves :

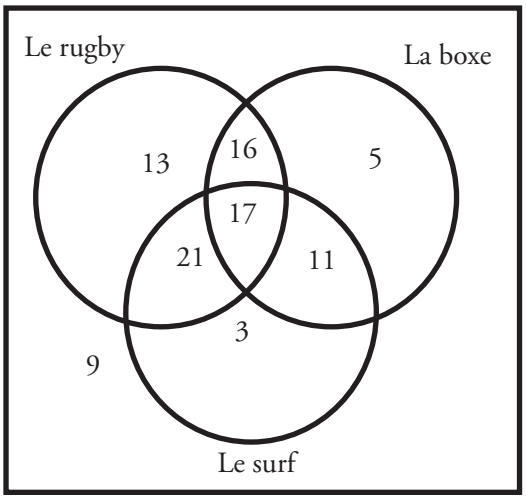
  (i) Combien d'élèves jouent uniquement au soccer?

  (ii) Combien d'élèves jouent au soccer, mais pas au basketball?

  (iii) Combien d'élèves jouent au volleyball, mais pas au basketball?

  (RL2.5)

- Les élèves devraient répondre aux questions suivantes à l'aide du diagramme de Venn ci-dessous :



  (i) Combien d'élèves aiment le rugby ou la boxe, mais non le surf?
  (ii) Combien d'élèves n'aiment que le surf?
  (iii) Combien d'élèves aiment à la fois la boxe et le surf, mais non le rugby?
  (iv) Combien d'élèves n'aiment que le rugby?
  (vi) Combien d'élèves aiment à la fois le rugby et la boxe, mais non le surf?
  (vii) Combien d'élèves n'aiment ni le rugby ni la boxe?

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.3 Intersection et union de deux ensembles

MÉ: p. 22-35

GE: p. 19-28

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

Indicateur de rendement

RL2.5 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsqu'ils travaillent avec trois ensembles en intersection, les élèves continuent à utiliser le principe d'inclusion et d'exclusion pour déterminer le nombre d'éléments dans des ensembles différents. On pourrait utiliser une formule pour déterminer $n(A \cup B \cup C)$. Étant donné la complexité de la formule, il est plus probable que les élèves fassent des erreurs, ainsi le diagramme de Venn est pour eux une stratégie plus efficace.

Un diagramme de Venn permet aux élèves de voir le résultat et de facilement tenir compte des éléments communs. Lorsque les élèves se mettent à remplir un diagramme de Venn de trois ensembles, encouragez-les à commencer par le centre et à suivre avec les intersections de deux ensembles avant de remplir le reste de chaque ensemble.

Les élèves doivent résoudre des problèmes semblables à celui-ci.

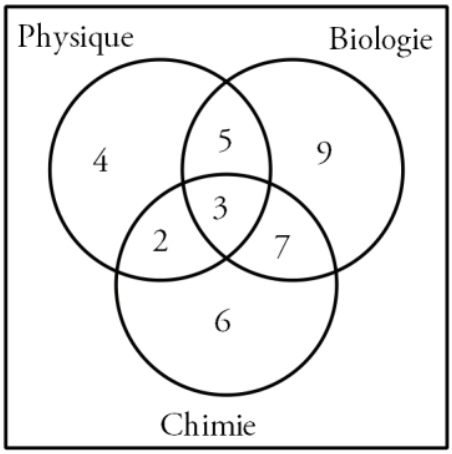
Il y a 36 élèves qui suivent des cours de sciences : 14 font de la physique; 18, la chimie; 24, la biologie; 5, la physique et la chimie; 8, la physique et la biologie; 10, la biologie et la chimie; 3, les trois matières.

(i) Déterminez le nombre d'élèves qui font seulement physique et biologie.

(ii) Déterminez le nombre d'élèves qui font au moins deux matières.

(iii) Déterminez le nombre d'élèves qui font seulement la biologie.

Les relations entre les ensembles peuvent être explorées à l'aide de raisonnement et d'un diagramme de Venn.



Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Un sondage effectué auprès des employés d'un atelier d'usinage a révélé ce qui suit : 44 employés peuvent faire fonctionner une tour; 49, une fraiseuse; 56, une poinçonneuse; 27, une tour et une fraiseuse; 19, une fraiseuse et une poinçonneuse; 24 une tour et une poinçonneuse; 10 peuvent faire fonctionner les trois machines et 9 ne peuvent en faire fonctionner aucune. Demander aux élèves de déterminer le nombre d'employés de l'atelier d'usinage.

  (RL2.5)

- Une vétérinaire fait un sondage parmi 26 de ses clients. Elle découvre que 14 d'entre eux ont des chiens, 10 des chats et 5 des poissons. Quatre clients n'ont que des chiens et des chats, trois ont des chiens et des poissons et deux des chats et de poissons. Si seulement une personne possède ces trois types d'animaux, combien de clients ne possèdent aucun animal de ces types?

  (RL2.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.3 Intersection et union de deux ensembles

MÉ: p. 22-35

GE: p. 19-28

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

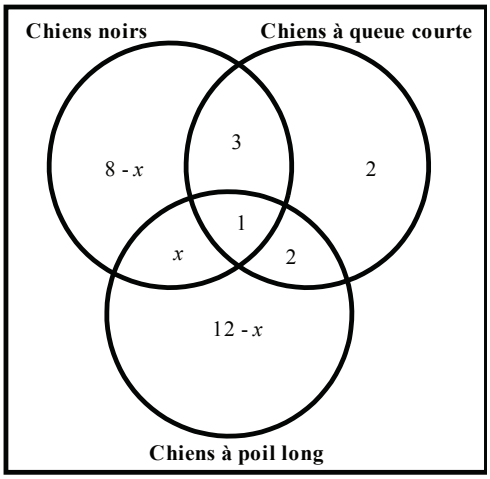
Indicateur de rendement

RL2.5 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent utiliser une équation pour résoudre certains problèmes. Ils doivent utiliser les indices ou l'information fournis pour définir les ensembles, déterminer les régions du diagramme de Venn et déterminer le nombre d'éléments dans la région d'intérêt à l'aide d'une variable. Demandez aux élèves de résoudre un problème semblable à celui-ci.

- Vingt-cinq chiens participent à un concours canin. Douze des chiens sont noirs, huit ont une queue courte et quinze sont à poil long. Un seul chien à queue courte est noir et à poil long. Trois chiens à queue courte sont noirs, mais pas à poil long. Deux chiens à queue courte sont à poil long, mais pas noirs. Si tous les chiens du concours ont au moins une des caractéristiques mentionnées, combien de chiens sont noirs et à poil long, mais n'ont pas une queue courte?



Les élèves devraient résoudre l'équation
$(8 - x) + (x) + (4) + (4) + (12 - x) = 25$,
et trouver qu'il y a 3 chiens noirs à poil long qui n'ont pas une queue courte.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Un sondage effectué auprès de 40 membres d'un club sportif a révélé ce qui suit. 2 membres pratiquent les trois sports. 23 jouent au hockey-balle. 24 jouent au tennis. 18 jouent au golf. 14 jouent au tennis et au hockey-balle. 8 jouent au tennis et au golf. 1 membre prépare les rafraîchissements et ne pratique aucun sport. Demander aux élèves de déterminer le nombre de membres qui jouent au hockey-balle et au golf. (RL2.5) • Un sondage a été effectué auprès de 55 personnes et les résultats sont les suivants. 13 personnes aiment la pizza hawaïenne. 19 aiment la pizza au pepperoni. 26 aiment la pizza au fromage. 15 n'aiment pas la pizza. 5 aiment la pizza hawaïenne et la pizza au pepperoni, mais pas la pizza au fromage. 2 aiment toutes les sortes de pizza. 2 aiment la pizza hawaïenne et la pizza au fromage, mais pas la pizza au pepperoni. Demander aux élèves de déterminer le nombre de personnes qui aiment uniquement la pizza au fromage. Il peut être utile de représenter visuellement l'information à l'aide d'un diagramme de Venn. (RL2.5)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **1.3 Intersection et union de deux ensembles** MÉ: p. 22-35 GE: p. 19-28

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL2 Suite...

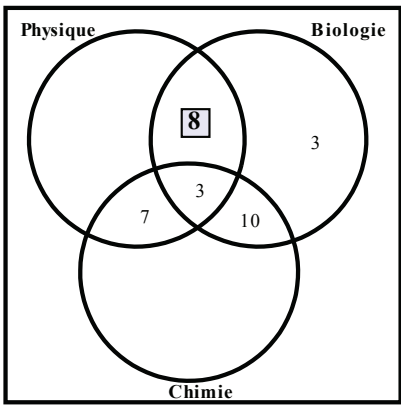
Indicateurs de rendement

RL2.6 *Identifier et corriger toute erreur dans la solution d'un problème comportant des ensembles.*

RL2.7 *Expliquer comment la théorie des ensembles est utilisée dans des applications telles que des interrogations à Internet ou des bases de données, l'analyse de données, des jeux et des casse-tête.* (suite)

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Une erreur que font souvent les élèves est de ne pas tenir compte de l'intersection des trois ensembles. Par exemple, pour ce qui est des 8 personnes qui font de la physique et de la biologie, les élèves écrivent parfois 8 au lieu de 5 en oubliant que 3 personnes font les trois matières. Les élèves pourraient dessiner un diagramme de Venn erroné comme celui-ci.



Demandez aux élèves, lorsqu'ils font un diagramme de Venn, de déterminer comment les ensembles se recoupent ainsi que la région qui ne correspond à aucun des ensembles. Lorsque ces régions sont dessinées, il pourrait être plus facile pour les élèves de déterminer ce que devrait être le total de chaque cercle. Rappelez aux élèves que la somme du nombre d'éléments dans toutes les régions équivaut au nombre d'éléments de l'ensemble universel.

On utilise souvent Internet pour trouver de l'information. La façon dont certains moteurs de recherche traitent les recherches pourrait être un exemple de l'utilisation des liens entre les ensembles. Disons que les élèves font une recherche sur des sujets qui les intéressent et qu'ils trouvent des façons de préciser leur recherche. Ils lieront les mots et les phrases avec « ET » pour trouver des sites qui contiennent les deux. Les élèves peuvent, par exemple, chercher dans un moteur de recherche chats ET souris, ce qui affichera tous les sites où figurent les mots chats et souris, dont la notation est $C \cap S$. S'ils cherchent chats OU souris, le moteur de recherche affichera toutes les pages contenant soit le mot chats, soit le mot souris, soit les deux mots. La notation est $C \cup S$. Demandez aux élèves quelle recherche donnera le plus grand nombre de résultats. Demandez aux élèves ce que donnerait comme résultats une recherche des mots chats - souris et ce que serait la notation de cette recherche. Cette application renforce l'utilisation du modèle mathématique d'un diagramme de Venn au moment d'effectuer leurs recherches.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Une entreprise fabrique trois sortes de shampooing : Chevelustre, Bubulles, Gloiréclatante. Voici les résultats d'un sondage auprès de 1 000 familles présentés dans une publicité.

  843 utilisent Chevelustre.

  673 utilisent Bubulles.

  585 utilisent Gloiréclatante.

  600 utilisent Chevelustre et Bubulles.

  423 utilisent Chevelustre et Gloiréclatante.

  322 utilisent Bubulles et Gloiréclatante.

  265 utilisent les trois sortes de shampooing.

  Demander aux élèves où se trouve l'erreur dans la publicité. Il peut être utile de recourir à un diagramme de Venn pour représenter visuellement l'information.

  (RL2.5)

Performance

- Lorsqu'on effectue une recherche sur le Web, on définit un ensemble de sites Web qui possèdent une certaine caractéristique commune d'intérêt. Trois opérateurs logiques, ET, OU et le signe « - » (signifie SAUF) aident à préciser la recherche et à obtenir un nombre gérable de sites qui pourraient être utiles dans le cas d'un projet particulier. Demander ce qui suit aux élèves.

  (i) Que savez-vous des méthodes de recherche efficaces pour trouver de l'information sur Internet? Quel est le rapport avec la théorie des ensembles?

  (ii) Mettez-vous deux par deux et effectuez une recherche sur Internet sur un sujet de votre choix. Notez chaque recherche et incluez le nombre de résultats obtenu. (Mettre les élèves au défi d'obtenir 100 résultats ou moins. Afficher les résultats des élèves aux murs de la classe.)

  (RL2.5, RL2.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[C, CE, L, R, RP]

Indicateurs de rendement

RL1.1 *Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie, telle que :*

- *deviner et vérifier;*
- *rechercher une régularité;*
- *établir une liste systématique;*
- *dessiner ou élaborer un modèle;*
- *éliminer des possibilités;*
- *simplifier le problème initial;*
- *travailler à rebours;*
- *élaborer des approches différentes;*

pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.

RL1.2 *Identifier et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un casse-tête ou dans une stratégie pour gagner à un jeu.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours Mathématiques 2231, les élèves ont appliqué des stratégies de résolution de problèmes pour analyser des casse-tête et des jeux faisant appel au raisonnement spatial. Dans le cours de Mathématiques 3231, il est aussi prévu que ce résultat d'apprentissage soit intégré tout au long du cours à l'aide de casse-tête et de jeux faisant intervenir le raisonnement numérique et le raisonnement logique.

Il faut donner du temps aux élèves pour jouer au jeu et s'amuser avant de commencer à l'analyser. Ils peuvent alors discuter du jeu, déterminer les stratégies gagnantes et démontrer ou expliquer de vive voix ou par écrit ces stratégies.

On peut proposer divers casse-tête et jeux, comme des jeux de société et des jeux et casse-tête en ligne, des jeux appropriés pour consoles de jeux et des jeux papier-crayon. Il n'est pas prévu que les activités soient enseignées dans une période en particulier, mais plutôt régulièrement au fil de l'année. L'enseignant doit planifier ce résultat d'apprentissage de façon à le répartir ici et là dans le cours. Ainsi, les élèves peuvent être exposés à trois ou quatre jeux à des moments différents, que ce soit au début ou à la fin de chaque module, ou encore lors d'une « journée consacrée aux jeux » préétablie. Les élèves pourraient jouer à un jeu lorsqu'ils ont terminé d'autres travaux. À mesure que les élèves essaient de gagner au jeu ou de résoudre le casse-tête, ils commenceront à établir des stratégies efficaces pour y arriver.

Les jeux aident à réduire la crainte des élèves d'échouer ou de faire des erreurs et leur permettent de renforcer leur image de soi, d'améliorer leur capacité de raisonnement et leur aptitude à prendre des décisions ainsi que de développer une attitude positive à l'égard des mathématiques. Comparativement aux activités d'apprentissage plus formelles, les jeux donnent aux élèves la possibilité d'apprendre grâce aux interactions accrues entre eux pour explorer des idées intuitives et des stratégies de résolution de problèmes. La pensée de l'élève se manifeste souvent clairement au fil des gestes qu'il pose et des décisions qu'il prend au cours d'un jeu, ce qui permet à l'enseignant d'évaluer, sur le plan formatif, l'apprentissage dans une situation non-intimidante.

Les stratégies de résolution de problèmes varieront selon le casse-tête ou le jeu. Certains élèves expliqueront leur stratégie en travaillant à rebours, en cherchant une régularité, par tâtonnements, ou par élimination, alors que d'autres expliqueront leur stratégie en essayant d'anticiper les gestes de leurs opposants. Lorsque les élèves jouent à des jeux et analysent des stratégies, ils ont des idées mathématiques et comparent diverses stratégies à des fins d'efficacité.

Dans certaines situations, les élèves sont capables de jouer au jeu et de résoudre des problèmes, mais pas de déterminer une stratégie gagnante. L'enseignant pourrait participer avec le groupe et penser à haute voix aux stratégies de sorte que les élèves entendent les raisons justifiant certains choix de jeu. Demandez au groupe ce qu'il pense de ces choix de jeu et facilitez la discussion à propos des choix de jeu et des stratégies des autres joueurs.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Les jeux favorisent le dialogue et permettent l'évaluation indirecte. Des postes pourraient être installés, au centre desquels se trouveraient un ou deux jeux. L'enseignant devrait circuler parmi les groupes et évaluer la compréhension de chaque élève. Voici des exemples de casse-tête et de jeux faisant intervenir le raisonnement numérique et le raisonnement logique.

  (i) Échecs (ii) Sudoku™ (iii) Kakuro™ (iv) Cribbage

  (v) Nim™ (vi) Yahtzee™ (vii) Carrés magiques

  Les élèves peuvent tenter de résoudre les casse-tête, seuls ou avec un partenaire. Ils pourraient consigner leur progrès dans un tableau comme celui-ci.

Casse-tête	Résolu	Stratégie	Commentaires/ indices

(RL1.1)

Journal

- Demander aux élèves de dire les jeux et casse-tête qu'ils ont trouvés intéressants et pourquoi.

(RL1.1)

Performance

- Demander aux élèves de mettre par écrit leur propre description d'un jeu ou d'un casse-tête de leur choix, les règles et des indices utiles. Ils doivent donner l'information à un autre élève pendant qu'ils jouent au jeu ou essaient de résoudre le casse-tête.

- Les élèves peuvent jouer à *Calcule vite*. Les joueurs se font remettre cinq cartes d'un jeu de cartes normal. Une dernière carte est tournée pour révéler le nombre ciblé. Les joueurs tentent le plus vite possible d'utiliser leurs cinq cartes et n'importe quel des quatre opérateurs (+, -, x, ÷) pour formuler une équation qui aura comme résultat le nombre ciblé. Le premier joueur à y parvenir marque un point. Si personne n'arrive à trouver une solution après trois minutes, les joueurs montrent leur main pour voir, ensuite les cartes sont brassées et le jeu continue.

(RL1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL1 Suite...

Indicateurs de rendement

RL1.1, RL1.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Voici certains conseils quant à l'utilisation de jeux dans la classe de mathématiques.

- Utilisez les jeux dans un but précis.
- Restreignez le nombre de joueurs à un maximum de quatre de façon que les autres élèves puissent rapidement jouer à leur tour.
- Dites aux élèves quel est le but du jeu.
- Faites participer les élèves à une discussion après le jeu.

Pendant que les élèves jouent, il est important de poser des questions et de les faire participer à des discussions sur les stratégies qu'ils adoptent.

Lorsque vous présentez des jeux, il faut vous assurer que les élèves en comprennent les règles. Voici quelques conseils:

- Présentez le jeu à un groupe d'élèves pendant que les autres travaillent individuellement. Divisez alors la classe en groupes où se trouvera dans chacun d'eux un élève du premier groupe, qui montrera aux autres comment jouer.
- Choisissez des élèves qui joueront au jeu à titre de démonstration, peut-être avec l'aide de toute la classe pour la prise de décisions.
- Divisez la classe en groupes. Jouez au jeu avec toute la classe, chaque groupe jouant comme un seul joueur.

Lorsqu'il est question d'utiliser des casse-tête et des jeux, l'enseignant pourrait installer des centres d'apprentissage. Voici quelques conseils à cet égard:

- Selon la nature du jeu, certains centres pourraient avoir plusieurs jeux, tandis que d'autres postes pourraient n'en avoir qu'un seul qui prend plus de temps à jouer.
- Formez plusieurs groupes d'élèves. Faites changer les élèves de centre à intervalles réguliers.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Discussion

- Pendant que les élèves jouent aux jeux ou essaient de résoudre les casse-tête, leur poser des questions d'approfondissement et écouter leurs réponses. Consigner les différentes stratégies et les utiliser pour entamer une discussion en classe. Voici quelques amorces de discussion possibles.
  - (i) Pouces en l'air si vous avez aimé le jeu, pouces de côté si vous l'avez trouvé ordinaire et pouces vers le bas si vous ne l'avez pas aimé. Qu'est-ce que vous avez aimé dans le jeu? Pourquoi?
  - (ii) Qu'avez-vous remarqué en jouant?
  - (iii) Avez-vous fait des choix en jouant?
  - (iv) Quelqu'un est-il arrivé à trouver rapidement la solution?

(RL1.1)

Performance

- Au jeu *Six dés jetés*, les élèves jettent six dés et utilisent cinq des chiffres avec n'importe quel des quatre opérateurs de base pour formuler une équation qui aura comme résultat le dernier chiffre. Des points sont accordés aux bonnes équations.

(RL1.1)

Observation

- Demander aux élèves de prendre un nombre quelconque de trois chiffres différents, d'ordonner les chiffres par ordre décroissant, puis de les ordonner par ordre croissant et enfin de soustraire ces deux derniers nombres de trois chiffres. On répète le processus avec le nombre résultant. Si le résultat donne un nombre de deux chiffres, on met un zéro si nécessaire. Voici un exemple avec les chiffres 2, 7 et 9.

$$\begin{array}{r} 972 \\ -\ 279 \\ \hline 693 \end{array} \quad \begin{array}{r} 963 \\ -\ 369 \\ \hline 594 \end{array} \quad \begin{array}{r} 954 \\ -\ 459 \\ \hline 495 \end{array} \quad \begin{array}{r} 954 \\ -459 \\ \hline 495 \end{array}$$

  Ce processus donnera le nombre 495, appelé la constante de Kaprekar.

  - i) Après avoir formé des groupes de 2 ou 3 élèves, leur demander d'utiliser l'algorithme de Kaprekar avec un nombre de deux chiffres différents (c. à d. 9 est écrit 09). Les élèves doivent comparer leur résultat à celui de leurs camarades et discuter de ce qu'ils remarquent.
  - ii) Demander aux élèves de répéter le processus avec un nombre de quatre chiffres. Ils doivent comparer leur résultat à celui de leurs camarades et formuler une conjecture sur le nombre résultant.

(LR1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL1 Suite...

Indicateurs de rendement

RL1.1, RL1.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pendant que les élèves jouent aux jeux et tentent de résoudre les casse-tête, les enseignants doivent garder une liste de vérification des jeux et des casse-tête que fait chacun des élèves. Il s'agirait-là d'une bonne occasion pour les élèves de travailler en groupes formés d'élèves exposés à un jeu ou un casse-tête différent. Demandez aux groupes d'élèves d'expliquer:

- avec leurs propres mots, les règles du jeu aux autres élèves en donnant une brève démonstration.
- la stratégie utilisée pour résoudre le problème ou jouer le jeu.
- la stratégie que vous avez utilisée pour résoudre le casse-tête ou gagner la partie.
- les conseils généraux qu'ils donneraient à d'autres élèves qui veulent résoudre le problème ou jouer au jeu.
- ce qu'ils ont fait lorsqu'ils ont rencontré une difficulté.

Invitez les élèves à apporter leurs propres jeux et casse-tête qui font intervenir le raisonnement spatial et qui n'ont pas déjà été faits en classe. Cela veut dire qu'il leur faudrait apporter ce type de jeux ou de casse-tête de chez-eux, d'en trouver sur Internet ou de jouer en ligne directement. Demandez ce qui suit aux élèves, par exemple, pour les aider à informer leurs camarades sur le jeu ou le casse-tête.

- Quel est le casse-tête ou le jeu et où l'avez-vous trouvé?
- Décrivez-nous le casse-tête ou le jeu. Pourquoi l'avez-vous choisi?
- Quels sont le but et les règles du jeu?
- Quelle stratégie a permis de résoudre le casse-tête ou de gagner la partie?

Bon nombre de casse-tête logiques sont basés sur des énoncés donnant des indices sur la solution. Ces indices peuvent être positifs ou négatifs (c. à d. qu'ils peuvent indiquer une partie de la réponse ou ce que la réponse n'est pas). Discutez avec les élèves du fait qu'il est tout aussi important de savoir ce qui peut être éliminé que ce qui peut être gardé pour trouver la réponse exacte. Pour noter ces possibilités (et ces non possibilités), les élèves pourraient utiliser des tableaux, des listes ou des diagrammes de Venn, selon ce qui conviendra le mieux en fonction du type de casse-tête qu'ils tentent de résoudre.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Dire aux élèves d'écrire les chiffres de 1 à 25 dans une grille de 5 lignes et 5 colonnes, de gauche à droite, de haut en bas. Il leur faut suivre les instructions et répondre aux questions suivantes.

  (i) Choisissez n'importe quel nombre de la première ligne et encerclez-le. Biffez ensuite tous les autres nombres de la même colonne sous celui qui est encerclé.

  (ii) Encerclez n'importe quel nombre qui reste sur la deuxième ligne. Biffez ensuite tous les autres nombres de la même colonne au-dessus et en-dessous de celui qui est encerclé.

  (iii) Procédez de la même manière à la troisième et à la quatrième ligne.

  (iv) Encerclez le dernier nombre de la cinquième ligne et biffez ensuite tous les autres nombres de la même colonne au-dessus de celui qui est encerclé. Quelle est la somme des nombres encerclés?

  (v) Refaites les étapes (i) à (iv) en encerclant un autre nombre sur la première ligne. Comparez la somme des nombres encerclés à la somme trouvée précédemment.

  (vi) Quelle est la somme des nombres encerclés d'une grille de 3 lignes et 3 colonnes? De 4 lignes et 4 colonnes?

  (vii) Choisissez une grille de votre choix et expliquez pourquoi la somme des nombres encerclés est toujours la même.

(RL1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Lien Internet

On peut trouver des casse-tête logiques interactifs à l'adresse suivante :
http://www.conceptispuzzles.com

[en anglais seulement]

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL1 Suite...

Indicateurs de rendement

RL1.1, RL1.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Demander aux élèves de considérer les indices pour résoudre un problème comme le celui-ci :

- On prétend que plusieurs maisons de la municipalité de Fantômeville seraient hantées. Arsène les a toutes visitées l'an dernier. En n'utilisant que les indices suivants, placez chaque maison dans sa rue et déduisez à quel mois Arsène les a visitées.
  1. La maison de la Grand-Place a été examinée un mois avant la Baronnie.
  2. Le Manoir a été visité deux mois après la maison de la place Grant.
  3. La Tanière est sur la rue de l'Aigle.
  4. L'immeuble visité par Arsène en mars est érigé sur la promenade du Cirque.
  5. L'immeuble de la rue de l'Aigle était ou la maison visitée par Arsène en janvier ou la Tanière.

Encouragez les élèves à dessiner un tableau semblable à celui-ci pour organiser l'information.

		Maisons				Rues			
		La Baronnie	Le Terrier	Le Manoir	La Tanière	avenue du Cirque	Rue de l'Aigle	Grand-Place	Carré Hallé
Mois	janvier								
	février								
	mars								
	avril								
Rues	avenue du Cirque								
	Rue de l'Aigle								
	Grand-Place								
	Carré Hallé								

Tracer un X dans une case si l'on peut éliminer une possibilité et un O, si vous savez qu'elle est correcte. Les élèves peuvent alors dessiner un tableau de résolution du problème :

Mois	Maisons	Rues
janvier		
février		
mars		
avril		

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de suivre les indices pour résoudre le casse-tête suivants.

  (i) Aline, Karine, Alexandrine et Sabine possèdent chacune une voiture de couleur différente : rouge, bleue, blanche et noire.

  Indice nº 1: La voiture d'Aline n'est ni rouge ni blanche.

  Indice nº 2: La voiture de Karine n'est ni bleue ni blanche.

  Indice nº 3: La voiture d'Alexandrine n'est ni noire ni bleue.

  Indice nº 4: La voiture de Sabine est rouge.

  Quelle est la couleur de la voiture de chacune de ces personnes?

  (RL1.1)

- La capacité de trois contenants est respectivement de 19 L, 13 L et 7 L. Le contenant de 19 L est vide. Les deux autres sont remplis d'eau. Demander aux élèves comment ils peuvent mesurer 8 l d'eau avec ces seuls contenants et sans autre eau.

  (RL1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Raisonnement logique

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RL1 Suite...

Indicateur de rendement

RL1.3 *Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou pour gagner au jeu.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

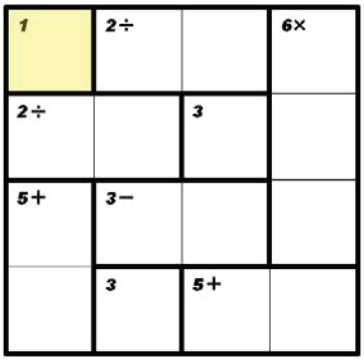
Les élèves pourraient aussi vouloir présenter à leurs camarades de classe un jeu ou un casse-tête dont ils ont eu l'idée. Pour créer un jeu, ils pourraient se fonder sur un jeu existant et en garder les règles, mais y changer des éléments ou en ajouter. Ils pourraient aussi s'inspirer d'un jeu et en changer les règles. Il est aussi possible d'ajouter des problèmes de mathématiques à un jeu de société. Dans ce cas, plutôt que d'écrire les problèmes directement sur le plateau, les élèves peuvent y apposer des autocollants de couleur à certains endroits et fabriquer des cartes de questions avec un code de couleur connexe. Le jeu *Serpents et échelles* MD, par exemple, peut devenir le jeu « Serpents, échelles et opérations mathématiques ». On utilise deux dés dans ce cas. À chaque tour, pour déterminer le nombre de cases qu'il avancera, le joueur a le choix de multiplier, diviser, additionner ou soustraire les deux chiffres, le nombre maximal étant de 20.

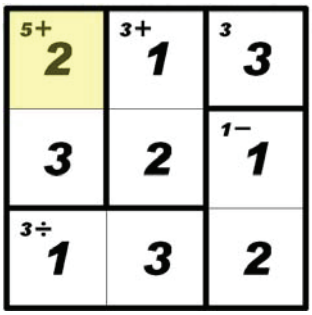
Voici des questions qui pourraient aider les élèves à évaluer leur jeu.

- Peut-on finir le jeu rapidement?
- La chance a-t-elle un rôle à jouer?
- Est-il possible de développer des stratégies pour améliorer ses chances de gagner?

Dans le cas des casse-tête KenKen, par exemple, les élèves pourraient créer leurs propres casse-tête, les échanger avec un partenaire, les résoudre et discuter de la solution. Voici certaines indications.

- Choisissez la taille de la grille.
- Remplissez la grille avec des chiffres, de 1 à la valeur de la taille de la grille.
- Il ne faut pas avoir deux fois le même nombre dans la même colonne ou sur la même ligne.
- Les nombres se trouvant dans les cases délimitées par un épais trait noir (appelées blocs) doivent se combiner (dans n'importe quel ordre) pour donner le nombre précisé dans le coin supérieur à l'aide de l'opérateur indiqué.
- On écrit dans les blocs ne comptant qu'une seule case le nombre précisé dans le coin supérieur.
- On peut répéter un nombre dans un bloc à condition qu'il ne se trouve pas sur la même ligne ou dans la même colonne.





Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement logique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Dans un carré magique, la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est la même. Demander aux élèves de placer les chiffres 1 à 9 dans une grille de tic tac toe de sorte que la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale est de 15.

  Note : les réponses peuvent varier selon que les chiffres se répètent ou ne se répètent pas.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

1	9	5
9	5	1
5	1	9

(RL1.3)

Papier et crayon

- Jeanne résout un problème de Sudoku. Demander aux élèves de l'aider à trouver quel chiffre va dans la case marquée d'un « • ».

				9				4
4	1				3			
8		7	6		4	2	1	
		1			7			2
	6			4			9	
2		•	5			7		
	4	8	3		6	9		7
			4				2	1
6				1				

(LR1.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

1.4 Applications de la théorie des ensembles

MÉ: p. 39-54

GE: p. 30-44

Lien Internet

On peut trouver des casse-tête ken-ken à l'adresse suivante : *www.kenken.com*.

[en anglais seulement]

Procédés de dénombrement

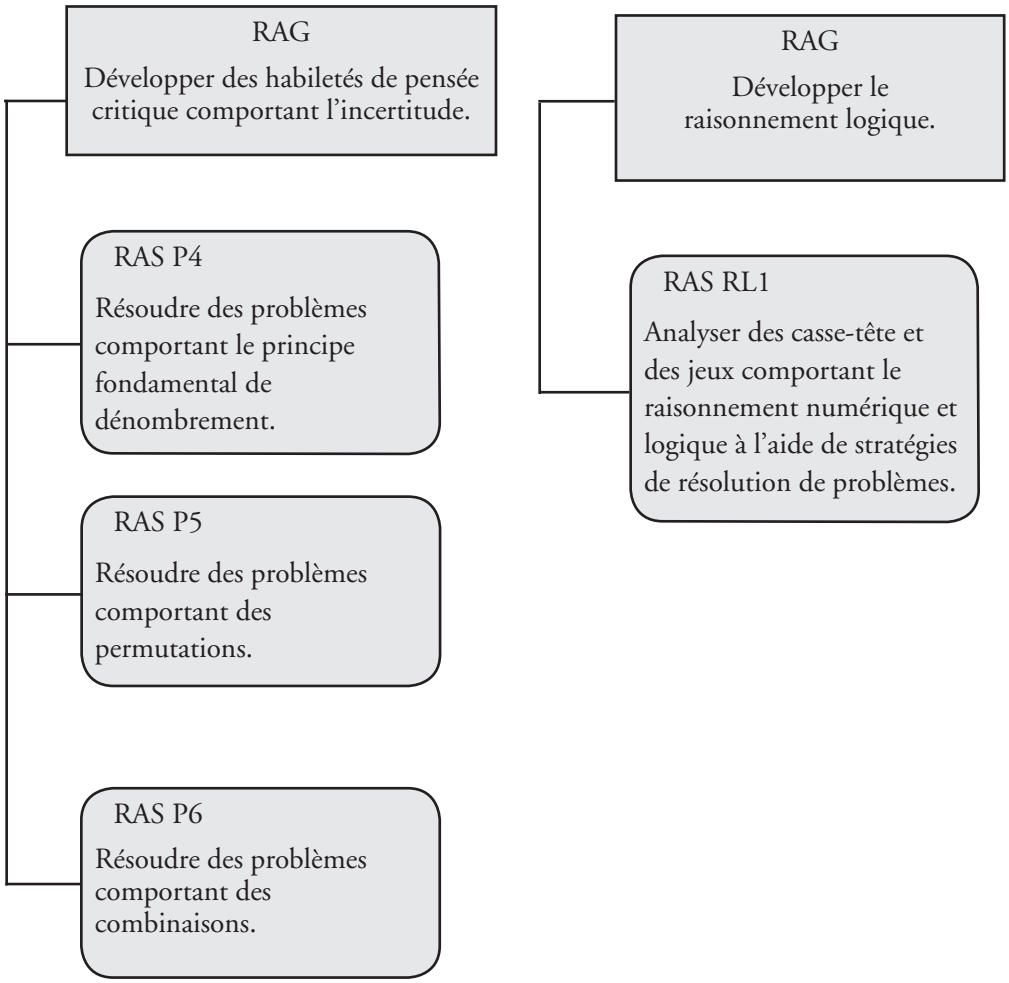
Durée suggérée : 14 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans le cadre du présent module, les élèves résoudront des problèmes de dénombrement faisant appel au principe fondamental de dénombrement, aux permutations et aux combinaisons. Dans le cas des permutations, les élèves établiront un lien avec la notation factorielle en se fondant sur le principe fondamental de dénombrement. Ils choisiront la méthode à employer pour résoudre un problème de dénombrement en déterminant si l'ordre joue un rôle important. Les élèves tiendront également compte des conditions, de la répétition et du fait qu'un problème comporte plusieurs calculs ou non.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**] Communication	[**CE**] Calcul mental et estimation
[**L**] Liens	[**R**] Raisonnement
[**RP**] Résolution de problèmes	[**T**] Technologie
[**V**] Visualisation	

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
non traité	non traité	Probabilité
		P4 Résoudre des problèmes comportant le principe fondamental de dénombrement. [R, RP, V] P5 Résoudre des problèmes comportant des permutations. [CE, R, RP, T, V] P6 Résoudre des problèmes comportant des combinaisons. [CE, R, RP, T, V]
	Nombre et logique	Raisonnement logique
	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]0

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P4 Résoudre des problèmes comportant le principe fondamental de dénombrement.

[R, RP, V]

Indicateurs de rendement

P4.1 *Représenter et résoudre un problème de dénombrement en utilisant un organisateur graphique.*

P4.2 *Généraliser, à l'aide du raisonnement inductif, le principe fondamental du dénombrement.*

P4.3 *Identifier et expliquer les hypothèses sur lesquelles repose la solution d'un problème de dénombrement.*

P4.4 *Résoudre un problème de dénombrement contextualisé comportant le principe fondamental de dénombrement et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le principe fondamental de dénombrement définit un moyen de trouver le nombre de façons d'effectuer conjointement deux opérations ou plus. Les élèves doivent comprendre l'application du principe, les situations dans lesquelles ils peuvent y avoir recours ainsi que les avantages et les inconvénients de ce principe par rapport aux méthodes de dénombrement direct dans le contexte de la résolution de problèmes de dénombrement. Par la suite, le principe fondamental de dénombrement sera appliqué dans le cadre d'exercices portant sur les permutations et les combinaisons.

Le diagramme en arbre a été utilisé en 7e année (7SP5 et 7SP6) et en 8e année (8SP2) pour établir le nombre de résultats possibles dans le cadre de problèmes de probabilité. Le principe de dénombrement repose sur les choix que font les élèves en présence de nombreuses possibilités. L'exemple suivant pourrait servir à rafraîchir les connaissances des élèves.

- La cafétéria de l'école offre un « combo midi » à 6 $, lequel comporte un choix de sandwich (poulet, dinde, fromage grillé), un choix d'accompagnement (fruit, yogourt, soupe) et une boisson (jus, lait).

Demandez aux élèves de dessiner un diagramme en arbre ou de créer un tableau afin d'établir les possibilités.

Vous pouvez modifier cet exemple en ajoutant une quatrième catégorie ou un plus grand nombre d'options dans l'une des catégories pour illustrer les limites sur le plan pratique du recours aux organisateurs graphiques pour les problèmes de dénombrement. Il s'agit-là d'une bonne entrée en matière en ce qui concerne le principe fondamental de dénombrement. Lorsque l'espace échantillon est très grand, il devient irréaliste de dénombrer tous les résultats possibles d'une situation donnée. Le principe fondamental de dénombrement permet aux élèves de trouver le nombre de résultats sans avoir à énumérer et à dénombrer chacun de ceux-ci.

Dans l'exemple précédent, il y a **trois** choix de sandwichs. À chacun de ces choix sont associés **trois** choix d'accompagnements, auxquels sont associés dans chaque cas **deux** choix de boissons. En multipliant le nombre d'options de chaque catégorie, on obtient le nombre de choix de repas possibles. Ce nombre devrait concorder avec les résultats que les élèves ont obtenus au moyen du diagramme en arbre. Cet exemple illustre le principe fondamental de dénombrement qui s'établit comme suit : s'il y a r façons d'effectuer une tâche, s façons d'effectuer une deuxième tâche, t façons d'effectuer une troisième tâche, etc., alors le nombre de façons possibles d'effectuer toutes les tâches ensemble se calcule comme suit : $r \times s \times t$ ...

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Observation • Demander aux élèves de former des groupes de deux ou de trois et de discuter des avantages et des inconvénients de recourir aux organisateurs graphiques plutôt qu'au principe fondamental de dénombrement pour déterminer l'espace échantillon. L'enseignant observe les groupes et pose des questions. Par exemple : (i) Quelle solution préférez-vous? (ii) Pourquoi préférez-vous cette solution? (P4.1, P4.2)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 12*
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes : (i) Combien de variations de coupes glacées peut-on faire si les choix de saveurs de crème-glacée sont vanille et chocolat, les choix de garnitures sont noix et morceaux de bonbons, et les choix de sauces sont chocolat, fudge et fraise? Chaque coupe glacée doit être constituée d'une saveur de crème-glacée, d'une garniture et d'une sauce. Les élèves doivent dessiner un diagramme en arbre pour illustrer le nombre de variations de coupes glacées possibles et ensuite vérifier leur réponse à l'aide du principe fondamental de dénombrement. (P4.1, P4.3, P4.4) (ii) À Terre-Neuve-et-Labrador, les plaques d'immatriculation se présentent comme suit : lettre-lettre-lettre chiffre-chiffre-chiffre (p. ex. : CXT 132). (a) Combien de combinaisons de lettres et de chiffres peut-il y avoir? (b) Combien de combinaisons de lettres et de chiffres peut-il y avoir si on ne peut répéter aucune lettre ni aucun chiffre? (c) Combien de combinaisons sont possibles si les plaques ne peuvent contenir aucune voyelle (a, e, i, o, u)? (P4.3, P4.4) (iii) Au Canada, les codes postaux s'écrivent comme suit : lettre-chiffre-lettre chiffre-lettre-chiffre. (a) Combien y a-t-il de codes possibles? Comment ce nombre se compare-t-il au nombre de plaques d'immatriculation dans la province de Terre-Neuve-et-Labrador? (b) À Terre-Neuve-et-Labrador tous les codes postaux débutent par la lettre « A ». Combien de codes postaux peut-on dénombrer au total? (P4.3, P4.4)	**2.1 Principes de dénombrement** Manuel de l'élève (MÉ): p. 66-75 Guide d'enseignement (GE): p. 72-78

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P4 Suite...

Indicateurs de rendement

P4.1, P4.3, P4.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont calculé le nombre de possibilités lorsqu'il s'agit de choisir un sandwich, un accompagnement et une boisson. Il est également important que les élèves fassent la distinction, au fil des exemples, entre les mots « et » et « ou ». Pour les aider à établir cette distinction, demandez aux élèves de calculer le nombre de possibilités lorsqu'il faut choisir un sandwich ou un accompagnement ou une boisson. Demandez-leur quelle incidence le mot « ou » a eu sur leur réponse.

Les élèves doivent en venir à la conclusion suivante : lorsqu'il faut choisir un sandwich et un accompagnement et une boisson, le mot « et » indique que ces trois choix (opérations) doivent être pris en compte ensemble. On multiplie donc le nombre de possibilités différentes associées à chaque choix. Si, au contraire, il faut choisir un sandwich ou un accompagnement ou une boisson, les élèves doivent conclure qu'il y a huit possibilités au total (trois choix de sandwichs + trois choix d'accompagnements + deux choix de boissons).

Cette discussion se veut pédagogique et a pour but d'aider les élèves à comprendre pourquoi, dans le contexte du principe fondamental de dénombrement, il faut multiplier plutôt qu'additionner les opérations individuelles.

Il faut recourir à des exemples qui sont pertinents pour les élèves. Vous pouvez, par exemple, demander aux élèves de déterminer le nombre total de façons de remplir les six espaces d'une plaque d'immatriculation en réservant les trois premiers espaces à des lettres et les trois derniers à des chiffres. En s'appuyant sur le principe fondamental de dénombrement, les élèves doivent conclure qu'il y a 17 576 000 possibilités ($26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$). Vous pouvez alors demander aux élèves ce qu'il adviendrait de la réponse s'il n'était pas permis de répéter une lettre. Suscitez une discussion en leur demandant comment une province pourrait accroître le nombre total de plaques d'immatriculation possibles. Au nombre des réponses figure celle de créer des plaques comportant quatre lettres et deux chiffres (45 697 600 possibilités).

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Journal • Demander aux élèves de répondre à ce qui suit. Greg tente de choisir un nouveau téléphone cellulaire en fonction des critères suivants. Marques : Ace, Best, Cutest Couleur : vert lime, magenta, bleu-marine, orange Forfaits : messages textes, appels illimités Expliquez, à l'aide d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'une liste organisée, pourquoi il est logique de multiplier les options associées à chaque critère pour calculer le nombre de possibilités qui s'offrent à Greg pour le choix de son nouveau téléphone cellulaire. (P4.1, P4.2, P4.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.1 Principes de dénombrement** MÉ: p. 66-75 GE: p. 72-78
Présentation • Demander aux élèves de faire des recherches sur le format des plaques d'immatriculation et les restrictions connexes dans la province ou le pays de leur choix (p. ex. certaines lettres qui ne sont pas utilisées, comme I, O ou Q pour éviter la confusion avec les chiffres 1 et 0). Ils devront calculer le nombre de possibilités et présenter leur réponse au reste de la classe. Les élèves pourraient tenter de convaincre leurs camarades de classe que leur méthode est la meilleure. Les élèves pourraient débattre des avantages de chaque méthode présentée. (P4.3, P4.4)	
Papier et crayon • Les élèves réunis en groupe de trois pourraient participer à l'activité suivante : Le premier élève crée des restrictions pour une plaque d'immatriculation. Le deuxième calcule le nombre de façons de remplir les espaces de la plaque. Le troisième vérifie la solution. (P4.4)	

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P4 Suite...

Indicateurs de rendement

P4.1, P4.3, P4.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Donnez les exemples suivants aux élèves afin de les aider à différencier le principe fondamental de dénombrement du principe d'inclusion-exclusion (RL2). Ils doivent comprendre le sens mathématique des mots « et » et « ou » de même que la stratégie qu'ils adopteront pour résoudre les problèmes qui comportent ces termes.

- Combien y a-t-il de résultats possibles si on tire d'abord à pile ou face puis on lance un dé?
- Combien y a-t-il de résultats possibles si on tire à pile ou face OU on lance un dé?
- Déterminez le nombre de possibilités d'obtenir un chiffre impair ou supérieur à 4 en lançant un seul dé?
- Dans un buffet, on trouve 5 salades différentes, 10 plats principaux différents, 8 desserts différents et 6 boissons différentes. Combien de repas différents peut on-composer en choisissant une salade, un plat principal, un dessert et une boisson?

Les élèves doivent reconnaître que le mot « et » implique une multiplication ainsi que le recours au principe fondamental de dénombrement. Quant au mot « ou », il implique une addition et le recours au principe d'inclusion-exclusion, selon que les tâches sont mutuellement exclusives ou pas.

Les problèmes qui font appel au principe fondamental de dénombrement comportent parfois des restrictions. Il se peut, par exemple, qu'un objet en particulier doive occuper une position particulière dans l'arrangement des objets. Il faut présenter aux élèves des exemples qui comportent des restrictions. En voici un :

- Un enseignant doit asseoir cinq garçons et trois filles dans une rangée de huit sièges. Il doit absolument y avoir une fille à chaque extrémité de la rangée. Combien de possibilités s'offrent à l'enseignant?

L'enseignant doit poser les questions suivantes pour guider les élèves dans la résolution du problème donné en exemple.

(i) Y a-t-il des restrictions quant à la façon de placer les garçons et les filles?

(ii) Pourquoi devriez-vous asseoir les filles en premier?

(iii) Combien de possibilités sont associées à la 1ère place s'il faut absolument qu'une fille s'y trouve?

(iv) Combien de filles reste-t-il pour prendre la 8e place?

(v) Combien de possibilités reste-t-il pour ce qui est d'asseoir les garçons et les filles à chacune des autres places (de la 2e à la 7e)?

(vi) Quelle opération mathématique devriez-vous employer pour calculer le nombre total d'arrangements?

Sur la base du principe fondamental de dénombrement, les élèves doivent en venir à la conclusion que l'enseignant peut asseoir les garçons et les filles de 4 320 façons différentes ($3 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2$).

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Combien de nombres à trois chiffres peut-on créer avec les chiffres 1, 2, 3, 4 et 5 sans répéter un chiffre? (ii) Dans quelle mesure l'application du principe fondamental de dénombrement change si la répétition des chiffres est permise? Calculez combien de nombres à trois chiffres il est possible de créer lorsque la répétition est permise. (iii) De combien de façons peut-on réorganiser les lettres du mot PATIN si le mot doit commencer par une consonne et se terminer par une voyelle? (P4.3, P4.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.1 Principes de dénombrement** MÉ: p. 66 - 75 GE: p. 72 - 78
Présentation • Demander aux élèves de créer et de résoudre leurs propres problèmes faisant appel au principe fondamental de dénombrement. Leur demander d'échanger leurs problèmes et de comparer leurs solutions. (P4.4)	

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Résoudre des problèmes comportant des permutations. [CE, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement

P5.1 *Représenter le nombre d'arrangements de n éléments pris n à la fois à l'aide de la notation factorielle.*

P5.2 *Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, la valeur d'une factorielle.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves découvriront la notation factorielle et son rapport avec le concept des permutations. Une formule sera établie et appliquée dans les exercices de résolution de problèmes, y compris ceux qui comportent des permutations avec conditions. Il faut d'abord apprendre aux élèves les permutations de n éléments différents pris n à la fois. Ensuite, les élèves travailleront avec les permutations de n éléments différents pris r à la fois.

Une permutation est un arrangement ordonné d'une partie ou de tous les éléments d'un ensemble. Demandez aux élèves de penser à des situations où les chiffres sont disposés dans une séquence particulière (l'ordre des nombres est important). Une suggestion est la combinaison du cadenas des élèves qui comporte souvent trois chiffres. Demander aux élèves de calculer toutes les permutations des lettres A, B et C. Ils pourraient les énumérer : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Il importe que les élèves faisant le lien entre les permutations, le principe fondamental de dénombrement et la notation factorielle $n!$. Dans l'exemple précédent, l'arrangement comptait trois lettres (A, B et C). Les élèves doivent constater qu'en ce qui concerne la première lettre, trois options s'offrent à eux étant donné que n'importe laquelle des trois lettres peut être choisie. Chaque fois qu'une lettre est placée, le nombre d'options est réduit d'autant. En écrivant le produit des nombres ($3 \times 2 \times 1 = 6$), ils doivent s'apercevoir que cette démarche s'apparente au principe fondamental de dénombrement. Présentez ce produit sous sa forme abrégée, 3!.

Donnez d'autres exemples où les élèves doivent calculer le nombre de façons d'arranger n objets distincts. Demandez aux élèves de déterminer le nombre de façons d'arranger ou de permuter un groupe de cinq personnes qui attendent en ligne. Pour ce faire, ils doivent remplir le tableau fourni.

1ère personne	2e personne	3e personne	4e personne	5e personne
5 options	4 options restantes	3 options restantes	2 options restantes	1 option restante

Selon le principe fondamental de dénombrement, le nombre de façons s'établit comme suit : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ou 120 façons ou 5!. Ainsi, les élèves devraient déduire que le nombre de permutations est $n!$.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Entrevue • Demander aux élèves d'imaginer un problème de permutation qui peut se résoudre par le calcul de 8!. Les faire échanger avec un camarade de classe en vue de discuter des similitudes et des différences entre leurs problèmes. (P5.1, P5.2) *Papier et crayon* • De combien de façons différentes peut-on arranger un ensemble de 5 livres sur une tablette? • De combien de façons différentes peuvent-être ordonnées 15 personnes qui attendent en ligne? (P5.1, P5.2)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 12* **2.2 Introduction des permutations et de la notation factorielle** MÉ: p. 76 - 83 GE: p. 79 - 83

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.1, P5.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez la notation factorielle comme un moyen plus concis de représenter le produit de nombres naturels consécutifs décroissants. De manière générale, $n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3) \ldots (2)(1)$ où $n \varepsilon N$. Il est à noter qu'il sera question de 0! dans le contexte des permutations après que la formule associée à ${}_nP_r$ aura été présentée.

Demandez aux élèves de remplir le tableau suivant et de commenter toute tendance qu'ils décèlent.

n	$n!$	$n(n - 1)!$
1	1	1
2	2 x 1	2 x 1! = 2
3	3 x 2 x 1	3 x 2! = 6
4	4 x 3 x 2 x 1	4 x 3! = 24
5	5 x 4 x 3 x 2 x 1	5 x 4! = 120

Ils doivent constater que $n! = n(n - 1)!$ Demandez aux élèves de se servir de la valeur de 5!, par exemple, pour déterminer la valeur de 6!.

P5.3 *Simplifier une fraction numérique ou algébrique contenant une factorielle au numérateur et au dénominateur.*

En vue de les préparer à travailler avec des formules impliquant des permutations, vous devez donner aux élèves des occasions de simplifier des expressions factorielles. Demandez aux élèves de simplifier une expression comme $\frac{9!}{6!}$. D'abord, les élèves réécriront peut-être chaque factorielle sous sa forme développée pour ensuite éliminer les facteurs communs en vue d'obtenir la réponse finale. Demandez-leur de penser à une façon plus efficace de réécrire le numérateur pour ne pas avoir à écrire le dénominateur au long. Les élèves font parfois l'erreur de réduire la formule ainsi : $\frac{9!}{6!} = \frac{3!}{2!}$. Encouragez-les à utiliser la forme développée pour qu'ils puissent trouver leur erreur.

Les élèves devraient simplifier des expressions comme $(n+1)(n)!$ dont le produit peut être exprimée comme une factorielle simple et $\frac{n!}{(n-2)!}$ qui peuvent être récrites comme le produit de deux binômes.

P5.4 *Résoudre une équation comprenant des factorielles.*

Les élèves doivent également résoudre des équations algébriques qui impliquent la notation factorielle. Dans certains cas, ils obtiendront des racines étrangères de par la définition même de la notation factorielle. Lorsque les élèves tentent de résoudre l'équation suivante, par exemple, $\frac{(n)!}{(n-2)!} = 20$, demandez-leur si les deux solutions $n = 5$ et $n = -4$ sont correctes et demandez-leur d'expliquer pourquoi elles le sont ou pourquoi elles ne le sont pas. Comme la notation factorielle n'est valide que pour les nombres naturels, les élèves doivent comprendre que $n = -4$ est une racine étrangère. Limitez les exemples aux situations où l'équation résultante est le produit de deux binômes donnant une équation quadratique. Les élèves doivent résoudre les problèmes puis vérifier leurs solutions.

On ne s'attend pas à ce qu'ils résolvent des équations du type $\frac{(n)!}{(n-3)!} = 1716$ où l'équation résultante, $n(n-1)(n-2) = 1716$, est cubique. Ils ont uniquement appris à résoudre des équations quadratiques.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Sophie tente de simplifier l'expression $\frac{640!}{638!4!}$. Voici les étapes de sa démarche :

$$\frac{640!}{638!4!}$$

$$\frac{640\times 639\times 638!}{638!4!}$$

$$\frac{640\times 639}{4!}$$

$$160\,\cancel{\frac{640\times 639}{4!}}$$

$$102\ 240$$

Demander aux élèves d'expliquer la stratégie employée à la deuxième étape de la solution. Les élèves devront ensuite cerner et expliquer toute erreur dans la démarche. Demander aux élèves d'écrire la bonne solution.

(P5.3)

- Demander aux élèves de résoudre les équations suivantes en fonction de n.

(i) $\frac{(n+2)!}{(n+1)!}=10$

(ii) $\frac{(n+5)!}{(n+3)!}=56$

(iii) $\frac{(n)!}{(n-2)!}=182$

(iv) $\frac{2(n+3)!}{(n+1)!}=180$

(P5.3, P5.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

2.2 Introduction des permutations et de la notation factorielle
MÉ: p. 76 - 83
GE: p. 79 - 83

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.5 *Déterminer le nombre de permutations de n éléments pris r à la fois.*

P5.6 *Formuler des stratégies générales pour déterminer le nombre de permutations de n éléments pris r à la fois.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent également travailler à résoudre des problèmes où seulement une partie des objets sont utilisés dans chaque arrangement (c. à d. arranger un sous-groupe d'objets). Les élèves peuvent se fonder sur le principe fondamental de dénombrement pour comprendre le concept de permutation de n éléments pris r à la fois, ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$, $0 \leq r \leq n$. Cette formule sera clarifiée lorsque les élèves comprendront qu'elle découle du travail qu'ils ont déjà accompli avec les factorielles. Les élèves peuvent se baser sur l'exemple suivant pour mieux comprendre le calcul.

- Il y a cinq élèves et trois postes à combler, soit ceux de président, vice-président et secrétaire. Combien d'arrangements peut-on faire?

En se fondant sur le principe fondamental de dénombrement, les élèves devraient écrire 5 × 4 × 3. Comme les élèves se sont déjà familiarisés avec la simplification des expressions factorielles, ils devraient constater que cette expression peut être réécrite de la façon suivante : $\frac{5!}{2!}$. Aidez les élèves à faire le lien entre cette valeur et la formule qui suit : $\frac{5!}{(5-3)!} = {}_5P_3$.

Lorsque les élèves travaillent avec la formule de permutation, il est important qu'ils emploient la notation factorielle et qu'ils éliminent les facteurs communs. À l'aide de la formule pour évaluer ${}_6P_4$, par exemple, incitez les élèves à recourir au calcul mental pour simplifier ce qui suit : $\frac{6!}{2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2!}{2!}$. Lorsque les valeurs de n et de r sont élevées, il est toutefois plus pratique d'utiliser la formule avec une calculatrice.

Insistez sur le fait que dans la ${}_nP_r$, n représente le nombre d'éléments d'un ensemble et r correspond au nombre d'éléments à sélectionner à un moment donné. Demandez aux élèves si la valeur de r peut être supérieure à la valeur de n. Demandez-leur s'il est possible de choisir plus d'éléments qu'en contient réellement l'ensemble. Si, dans la formule ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$, la valeur de r est supérieure à la valeur de n, le dénominateur contiendra une factorielle d'un nombre négatif, laquelle est non définie. C'est la conclusion à laquelle les élèves doivent arriver.

Les élèves devraient aussi étudier comment la formule change si on utilise tous les objets dans l'arrangement. Si l'on pose $n = r$, on a ${}_nP_n$ ce qui correspond à $n!$. Demandez aux élèves d'illustrer, à l'aide de la formule de permutation, le cas où le nombre de permutations de six personnes en ligne est 6!. Ils devraient être en mesure d'expliquer que cet exemple correspond à une permutation de six objets issus d'un ensemble de six. Ainsi, en appliquant la formule ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$, on obtient le résultat suivant : ${}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!}$. Autrement dit, $6! = \frac{6!}{0!}$, et la seule valeur logique de 0! est 0! = 1.

Calculer la valeur de 0! revient à déterminer le nombre de façons de dénombrer un ensemble vide. Comme il n'y a rien à compter, demandez aux élèves ce qui suit : *De combien de façons peut-on dénombrer un ensemble vide (rien)?* La réponse mathématique à cette question est 1.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves combien on peut faire d'arrangements de blocs de deux couleurs, à partir d'un ensemble d'un bloc rouge, un noir, un jaune et un vert. Pour vérifier leur résultat, ils devraient énoncer explicitement toutes les hypothèses qu'ils posent, et ensuite calculer le nombre de configurations.

(P5.5)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes.
  - (i) Dix films sont à l'affiche au cinéma, et vous voulez voir deux films de suite. Combien de possibilités s'offrent à vous?
  - (ii) Une ligue de soccer compte 12 équipes. Toutes les équipes s'affrontent deux fois, soit une fois à domicile et une fois à l'étranger. Combien de parties sont prévues au calendrier?

(P5.5)

- Demander aux élèves d'émettre une hypothèse sur la valeur de 0! en se fondant sur le tableau suivant :

4!= 24	$4! = \frac{5!}{5}$
3! =6	$3! = \frac{4!}{4}$
2!=2	$2! = \frac{3!}{3}$
1!=1	$1! = \frac{2!}{2}$
0!=?	$0! = \frac{?!}{?}$

(P5.5)

Journal

- Un code est constitué de trois lettres (de A à Z) et de trois chiffres (de 0 à 9). Aucune lettre ni aucun chiffre ne peut être répété. Les élèves doivent expliquer pourquoi l'expression ${}_{26}P_3 \times {}_{10}P_3$ permet de trouver le nombre de codes possibles.

(P5.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

2.3 Permutations d'objets distincts
MÉ: p. 84 - 95
GE: p. 84 - 91

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.5, P5.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent résoudre des problèmes où des arrangements sont créés avec et sans répétition. Prenez l'exemple de l'arrangement d'un mot de passe composé de cinq chiffres où seuls les chiffres de 0 à 9 peuvent être employés. Posez les questions suivantes aux élèves.

- Est-ce que l'ordre des chiffres dans un mot de passe est important? Expliquez pourquoi.
- Combien d'arrangements peut-on créer si la répétition est permise? Le nombre de possibilités est-il le même ou est-il réduit?
- Combien d'arrangements peut-on créer si la répétition n'est pas permise? Le nombre de possibilités est-il le même ou est-il réduit?
- Dans quel cas y a-t-il un plus grand nombre de permutations possibles?

Les élèves doivent parvenir aux conclusions suivantes.

(i) Si la répétition est permise, le nombre d'arrangements s'établira comme suit : $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

(ii) Si la répétition n'est pas permise, le nombre de possibilités de mots de passe s'établira comme suit : $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = {}_{10}P_5$.

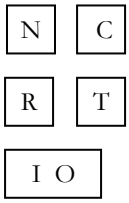
Pour trouver la bonne réponse, les élèves doivent lire le problème attentivement et choisir l'approche à adopter, à savoir le principe fondamental de dénombrement ou la formule de permutation. Demandez aux élèves de résoudre divers problèmes. Voici les questions qu'ils doivent se poser :

- Puis-je appliquer le principe fondamental de dénombrement?
- Est-ce possible d'utiliser la formule ${}_nP_r$?

Les problèmes de permutation comportent parfois des conditions. Dans certains cas, les objets peuvent être arrangés en ligne de manière à ce que deux objets ou plus soient placés ensemble ou que certains objets soient placés dans des positions déterminées.

- De combien de façons peut on arranger les lettres CITRON si les lettres « I » et « O » doivent toujours être ensemble?

Lorsque certains objets doivent demeurer ensemble, les élèves doivent considérer ces derniers comme un seul et même objet.



Expliquez aux élèves qu'il y a cinq groupes au total et que ceux-ci peuvent être arrangés de 5! façons. Les lettres « IO » peuvent être arrangées de 2! façons. Le nombre total d'arrangements s'établit donc comme suit : $5! \times 2! = 240$. C'est là une bonne occasion de demander aux élèves pourquoi ils ont appliqué le principe fondamental de dénombrement pour multiplier les deux conditions.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Le code d'un cadenas est constitué de trois chiffres choisis parmi les suivants : 0, 1, 2, 3. Aucun chiffre ne peut être répété. Par exemple, le code 3-0-2 serait accepté, mais pas le code 1-2-1. Déterminez, à l'aide de la formule de permutation, le nombre de codes possibles. (ii) Combien de nombres à deux chiffres peut-on former à l'aide des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 si la répétition est permise? (iii) Combien d'arrangements distincts de trois lettres peut-on former avec les lettres du mot « ORIGNAL »? (iv) Combien d'arrangements de trois lettres peut-on former à l'aide des lettres « M », « A » et « T » si la répétition est permise? (P5.5) • Jean, Kevin, Charles et Lorie doivent former une ligne allant de gauche à droite. (i) De combien de façons peut-on les placer? (ii) De combien de façons peut-on les placer si Jean et Lorie ne peuvent pas être côte à côte? (iii) De combien de façons peut-on les placer si Kevin et Charles doivent être côte à côte? (iv) De combien de façons peuvent-ils être placés si Jean doit se trouver à l'une des extrémités de la ligne? P(5.5)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 12* **2.3 Permutations d'objets distincts** MÉ: p. 84 - 95 GE: p. 84 - 91

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.5, P5.6 *Suite*

P5.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent résoudre des problèmes de dénombrement qui contiennent les expressions « au plus » ou « au moins ». Demandez aux élèves de résoudre un problème comme le suivant.

- Pour ouvrir la porte de son garage, Marie se sert d'un clavier qui comporte les chiffres de 0 à 9. Le code doit contenir au moins quatre chiffres et au plus six chiffres. Aucun chiffre ne peut être répété dans le code. Combien de codes différents peut-on créer?

Guidez les élèves pendant qu'ils calculent le nombre de permutations possibles des dix chiffres, où chaque arrangement contient 4, 5 ou 6 de ces chiffres. Ils doivent s'apercevoir qu'il y a trois éléments à prendre en considération (${}_{10}P_4 + {}_{10}P_5 + {}_{10}P_6$).Il est important d'insister sur « ou » comme une addition, par opposition à la multiplication pour le « et ».

La connaissance des permutations doit servir à résoudre des équations de la forme ${}_nP_r = k$. Les élèves doivent résoudre des équations en simplifiant l'expression de manière à ce qu'elle ne contienne plus de factorielles. Limitez les exemples aux situations où les élèves n'ont qu'à trouver la valeur de n dans une équation. On ne s'attend pas à ce qu'ils trouvent la valeur de r dans l'équation.

<u>Exemple 1</u> ${}_nP_2 = 30$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 30$$

$$n(n-1) = 30$$

Les élèves peuvent conclure qu'il faut deux nombres entiers consécutifs dont le produit est 30 pour résoudre l'équation. Étant donné que 6(6-1) = 30, $n = 6$. Ils devraient communiquer efficacement leur raisonnement plutôt que d'énoncer simplement la réponse finale. Les élèves peuvent également résoudre l'équation quadratique $n^2 - n - 30 = 0$. Les racines de cette équation sont 6 et –5. Comme n doit être positif, –5 est une racine étrangère.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de résoudre ce qui suit. (i) ${}_{n}P_{2} = 42$ (ii) ${}_{n+1}P_{2} = 20$ (P5.4) • Marie possède un ensemble d'affiches qu'elle souhaite placer sur le mur de sa chambre. Toutefois, elle peut disposer seulement deux affiches côte à côte. S'il y a 72 façons de choisir et d'arranger deux affiches, combien d'affiches Marie a-t-elle au total? (P5.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.3 Permutations d'objets distincts** MÉ: p. 84 - 95 GE: p. 84 - 91 **Note:** La question 16 à la page 94 du manuel de l'élève ne fait pas partie des attentes de ce cours.

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Exemple 2

$$_{n-1}P_2 = 12$$
$$\frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} = 12$$
$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 12$$
$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 12$$
$$(n-1)(n-2) = 12$$

Les élèves peuvent conclure que deux nombres entiers consécutifs ayant un produit de 12 permettront de résoudre cette équation. Ainsi, $n = 5$ puisque $(5 - 1)(5 - 2) = 12$. Ici encore, ils doivent expliquer clairement leur raisonnement. Ils peuvent également résoudre l'équation quadratique $n^2 - 3n + 2 = 12$ pour trouver la valeur de n, $n = 5$ (–2 étant une racine étrangère).

P5.7 *Déterminer le nombre de permutations de n éléments pris n à la fois où certains éléments ne sont pas distincts.*

P5.8 *Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet de deux ou de plus de deux éléments identiques sur le nombre total de permutations de n éléments.*

Une permutation de n éléments pris n à la fois ($_nP_n$ ou $n!$) est modifiée si au moins deux éléments de l'ensemble sont identiques. Prenons l'exemple d'un ensemble de 3 billes constitué de 2 billes vertes identiques et 1bille bleue. De prime abord, les élèves pourraient écrire le nombre d'arrangements comme 3!. Ils ne se rendront peut-être pas compte que l'ensemble {V1, V2, B} est identique à l'ensemble {V2, V1, B}. Cette configuration est considérée comme deux arrangements différents plutôt qu'un. Il faut donc soustraire un de ces arrangements du compte final. Les élèves peuvent éliminer les solutions étrangères en procédant à une division qui annulera les répétitions ($\frac{3!}{2!}$). Un ensemble de n objets renfermant a objets identiques d'une sorte et b objets identiques d'une autre sorte peut être arrangé d'un nombre de façons défini comme: $\frac{n!}{a!b!}$. En divisant $n!$ par $a!$ et $b!$, on élimine les arrangements identiques qui seraient autrement dénombrés plus d'une fois.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Il y a neuf biscuits en tout (quatre aux pépites de chocolat, trois à l'avoine et deux aux raisins). Dans combien d'ordres différents pouvez-vous manger tous les biscuits? (ii) De combien de façons peut-on ordonner les lettres du mot « ANANAS » si l'arrangement doit commencer par « AA » et si la troisième position ne peut être occupée par la lettre « A »? (iii) De combien de façon peut-on réarranger les lettres du mot POMME? (iv) Déterminez le nombre d'arrangements que l'on peut faire à partir des lettres du mot POMME. (Conseil : ces arrangements peuvent comporter deux, trois, quatre ou cinq lettres). (v) Démontrez qu'il est possible de créer 120 arrangements différents de cinq lettres avec le mot « GRAVE » et seulement 60 arrangements différents de cinq lettres avec le mot « GRÈVE ». (Considérez les lettres « È » et « E » comme étant les mêmes.) (vi) Combien d'arrangements différents peut-on former avec toutes les lettres du mot « STATISTIQUE »? (P5.7, P5.8)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.4 Permutations d'objets identiques** MÉ: p. 98 - 108 GE: p. 92 - 97
Journal • Calculez le nombre total d'arrangements que vous pouvez créer avec le mot « LIME ». Faites de même avec le mot « MIME ». Vos réponses sont-elles comparables? Expliquez la raison de cette relation. (P5.7, P5.8)	

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P6 Résoudre des problèmes comportant des combinaisons.

[CE, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement

P6.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi l'ordre est ou n'est pas important dans la résolution de problèmes comportant des permutations ou des combinaisons.*

P6.2 *Déterminer le nombre de combinaisons de n éléments pris r à la fois.*

P6.3 *Formuler des stratégies générales pour déterminer le nombre de combinaisons de n éléments pris r à la fois.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

À l'inverse des permutations, les combinaisons correspondent à un arrangement d'objets sans égard à l'ordre. Une formule sera établie et appliquée dans des situations de résolution de problèmes.

Pour que les élèves puissent établir la distinction entre une permutation et une combinaison, présentez-leur une situation propre à chaque concept où le nombre de possibilités peut être calculé à l'aide de méthodes simples de dénombrement. Présentez des problèmes aux élèves et demandez-leur d'indiquer s'il s'agit d'une permutation ou d'une combinaison. Voici quelques exemples.

- « Ma salade de fruits est une combinaison de pommes, de raisins et de fraises. » Qu'il s'agisse d'une combinaison « de fraises, de raisins et de pommes » ou d'une combinaison « de raisins, de pommes et de fraises », la salade de fruits demeure la même. C'est ce que les élèves doivent comprendre.
- « La combinaison du coffre fort est 4-7-2. » Dans ce cas, les élèves doivent comprendre que les combinaisons 7-2-4 et 2-4-7 ne fonctionneraient pas. Il faut absolument que l'ordre soit 4-7-2.

Il importe que les élèves fassent ressortir les différences entre les permutations et les combinaisons. Demandez-leur de réfléchir à l'exemple suivant.

- À la loterie, on choisit six chiffres de 1 à 49 (Lotto 6/49). Le billet gagnant doit contenir les six chiffres en question, mais dans n'importe quel ordre.

Posez les questions suivantes aux élèves.

- Déterminez le nombre de permutations dans le cas où l'ordre serait important. (${}_{49}P_6 = \frac{49!}{(49-6)!} = 10\ 068\ 347\ 520$).
- Si l'ordre n'a aucune importance, pourquoi est-il nécessaire de diviser la valeur par 6! (le nombre de façons d'arranger les six chiffres sélectionnés)? Le nombre de combinaisons s'établit comme suit :
  ${}_{49}C_6 = \frac{49!}{(49-6)!6!} = \frac{49\times48\times47\times46\times45\times44}{6!} = 13\ 983\ 816$.
- Demandez aux élèves pourquoi le nombre de combinaisons est inférieur au nombre de permutations.

Expliquez aux élèves que, de manière générale, en présence d'un ensemble donné de n objets pris *r* à la fois, le nombre de combinaisons possibles est ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$. Les élèves doivent établir le lien entre les permutations et les combinaisons (${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$). Vous pouvez utiliser l'exemple suivant et les questions ci-après pour étudier la formule de combinaison.

- Un travail comporte trois questions (A, B, C), et les élèves doivent tenter de répondre à deux d'entre elles. Le fait d'utiliser un arrangement contenant un petit nombre d'objets permettra aux élèves de se représenter les possibilités.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes.

(i) Au bar laitier du quartier, vous pouvez garnir votre coupe glacée de différentes façons. Vous avez un choix de trois sauces différentes (chocolat, fraise et caramel) et de quatre garnitures différentes (arachides « smarties », « M&M » et petits bonbons).

(ii) Combien de coupes glacées différentes pouvez vous-créer en hoisissant une sauce et une garniture?Une équipe de volleyball compte 12 joueurs.

(iii) De combien de façons l'entraîneur peut-il choisir sa formation partante de six joueurs?Un comité de huit participants doit être formé à partir d'un groupe de 13 personnes. Michel et Lisa doivent absolument faire partie du comité. Combien de sélections peut-on dénombrer?

(iv) Le Conseil des élèves décide de créer un sous-comité de cinq membres pour préparer une réunion. Le Conseil compte onze membres, soit cinq garçons et six filles.

(a) Combien y a-t-il de manières différentes de former le sous-comité, s'il doit absolument comporter au moins trois filles?

(a) De même, combien y a-t-il de manières différentes de former le sous-comité s'il doit absolument comporter au moins trois garçons?

(P6.2, P6.3)

Performance

- Demander aux élèves de participer à une activité de type « Quiz-quiz-trade ». Donner des cartes aux élèves sur lesquelles figurent un scénario qui constitue soit une permutation, soit une combinaison. L'élève 1 lit une carte à l'élève 2 qui décidera ensuite s'il s'agit d'une permutation ou d'une combinaison et expliquera la raison de son choix. Les élèves inversent ensuite leurs rôles puis échangent leurs cartes et trouvent un autre coéquipier.

(P6.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

2.5 Exploration des combinaisons
MÉ: p. 109 - 110
GE: p. 98 - 101

2.6 Combinaisons
MÉ: p. 111- 120
GE: p. 102 - 106

Note :
Les questions sur les sports peuvent être interprétées comme étant des permutations ou des combinaisons. Aux fins des évaluations, nous vous recommandons donc de préciser si les positions sont importantes.

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P6 Suite...

Indicateurs de rendement

P6.2, P6.3 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

- Calculez le nombre de permutations associées au fait de choisir deux des trois questions. (${}_3P_2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$)
- Écrivez le nombre d'arrangements afin de vérifier votre réponse (AB, BA, BC, CB, AC, CA).
- De combien de façons peut-on arranger les deux questions? (2!)
- Est-ce que l'ordre dans lequel les questions sont choisies est important? (La sélection AB est la même que la sélection BA.)
- Pourquoi est-il nécessaire de diviser ${}_3P_2$ par 2! pour déterminer le nombre de combinaisons?

Expliquez aux élèves que l'ordre dans lequel les questions sont choisies n'a pas d'importance. De ce fait, chaque groupe de deux permutations correspond à une seule combinaison. Le nombre de combinaisons de n éléments pris r à la fois est représenté comme suit : ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$. On pourrait le désigner de la façon suivante : $\binom{n}{r}$.

Suivant la logique de la section sur les permutations, l'enseignant doit fournir des problèmes portant sur les combinaisons dans le cadre desquels les élèves devront recourir au principe fondamental de dénombrement ou tenir compte de certaines conditions. La création de sous-comités est un bon exemple de problème pratique. Les exemples suivants illustrent les différentes manipulations algébriques que les élèves devront effectuer lorsqu'ils travailleront sur des problèmes de combinaisons.

- Le conseil étudiant décide de créer un sous-comité constitué de cinq membres en vue de préparer le concert de Noël. Au total, le conseil compte 11 membres (cinq garçons et six filles). Demandez aux élèves de déterminer de combien de façons différentes il est possible de former un sous-comité comprenant exactement trois filles.

  Il est important que les élèves comprennent qu'on demande de créer un sous-comité en choisissant trois filles sur six et deux garçons sur cinq. Étant donné que l'ordre des membres du sous-comité n'a aucune importance, les élèves recourront aux combinaisons pour résoudre ce problème, lesquelles sont représentées par la formule ${}_6C_3 \times {}_5C_2$
- Demandez aux élèves de déterminer de combien de façons différentes il est possible de former un sous-comité constitué d'au moins trois filles.

  Assurez vous que les élèves tentent de créer un sous-comité constitué de trois filles et de deux garçons, de quatre filles et d'un garçon ou de cinq filles et aucun garçon. Voici comment représenter cette situation : $({}_6C_3 \times {}_5C_2) + ({}_6C_4 \times {}_5C_1) + ({}_6C_5 \times {}_5C_0)$.
- Demandez aux élèves de déterminer de combien de façons différentes il est possible de former un sous-comité constitué d'au moins une fille.

  Les élèves doivent comprendre qu'il faut former un sous-comité constitué d'une fille et de quatre garçons, de deux filles et de trois garçons, de trois filles et de deux garçons, de quatre filles et d'un garçon ou de cinq filles. Ils peuvent également soustraire les possibilités de former un sous-comité composé de cinq garçons et de zéro fille du nombre total de combinaisons ${}_{11}C_5 - ({}_6C_0 \times {}_5C_5)$.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Observation • Demander aux élèves de créer un tableau ou un pliage qui leur permet de dresser la liste des combinaisons possibles associées à un scénario ou de dessiner celles-ci, puis de vérifier leur réponse à l'aide d'une formule de combinaison (p. ex. une pizzeria offre cinq choix de garnitures). Demander aux élèves combien de pizzas différentes à trois garnitures ils peuvent créer. (P6.2, P6.3) *Papier et crayon* • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Dans un paquet ordinaire de 52 cartes, combien de mains de cinq cartes contiennent : (a) au moins une carte rouge? (b) au moins une figure (valet, roi ou reine)? (c) au plus trois as? (d) aucune carte de la série « pique »? (ii) Une entraîneuse de volleyball décide de créer une formation partante constituée d'un serveur, de deux centres, de deux avants gauches et d'un avant droit. Elle choisit 14 joueurs pour l'équipe, à savoir : 3 serveurs, 4 centres, 4 avants gauches et 3 avants droits. Combien de formations partantes peut-elle créer? (P6.2, P6.3)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.5 Exploration des combinaisons** MÉ: p. 109 - 110 GE: p. 98 - 101 **2.6 Combinaisons** MÉ: p. 111 - 120 GE: p. 102 - 106

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir: **P5 et P6 Suite...** **Indicateurs de rendement** P5.4 *Résoudre une équation comprenant des factorielles.* (suite)	On s'attend à ce que les élèves résolvent diverses équations de la forme ${}_nC_r = k$ pour trouver la valeur de *n*. Demandez aux élèves de résoudre une équation comme ${}_nC_2 = 15$. Étant donné que le raisonnement de la démarche leur a été expliqué dans le cadre de la section sur les permutations, les élèves devraient être en mesure de confirmer aisément que la valeur de *n* doit être égale ou supérieure à *r* dans ${}_nC_r$ S'ils comprennent que la notation ${}_nC_r$ signifie qu'ils doivent choisir *r* éléments à partir d'un ensemble de *n* éléments, il va de soi que la valeur de *r* ne peut être supérieure à la valeur de *n*.
P6.4 *Résoudre un problème contextualisé comportant des combinaisons et la probabilité.*	Jusqu'à maintenant, les élèves ont résolu de nombreux problèmes portant sur les permutations et les combinaisons prises séparément. Ils doivent désormais passer à la prochaine étape, soit la résolution de divers problèmes où ils doivent déterminer quel concept s'applique. En lisant un problème, les élèves doivent se poser des questions comme « est-ce que l'ordre joue un rôle important dans ce problème? » Si oui, ils sauront qu'ils devront résoudre le problème à l'aide de permutations. Autrement, ils recourront aux combinaisons. Dans le cas d'un problème portant sur les permutations, la prochaine question à se poser serait : « les objets sont-ils identiques ou différents? » Dans le cas d'un problème faisant appel aux combinaisons, la prochaine question logique à se poser serait : « doit-on procéder à plusieurs tâches (calculs)? ». Si oui, peut-on appliquer le principe fondamental de dénombrement? En établissant une approche systématique, les élèves seront plus confiants lorsque viendra le temps de résoudre de nouveaux problèmes.
RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. **[CE, L, R, RP]**	Le moment serait bien choisi pour intégrer des casse-tête et des jeux fondés sur le raisonnement logique et mathématique. Consultez les pages 38 à 47 pour plus de détails.

Résultat d'apprentissage général:
Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Demander aux élèves de créer un pliage ou un organigramme mettant en évidence une série de questions ou de stratégies de résolution de problèmes en rapport avec les permutations ou les combinaisons. (P6.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **2.6 Combinaisons** MÉ: p. 111 - 120 GE: p. 102 - 106
Papier et crayon • Demander aux élèves de résoudre ce qui suit : (i) ${}_{n+1}C_1 = 20$ (ii) $\binom{n}{2} = 78$ (P5.4)	**2.7 Résolution de problèmes de dénombrement** MÉ: p. 121 - 128 GE: p. 107 - 113 **Note:** La question 15d à la p. 119 du manuel de l'élève ne fait pas partie des attentes de ce cours.
	Jeux et casse-tête **L'analyse d'un jeu traditionnel** MÉ: p.133 GE: p. 116-118

Probabilité

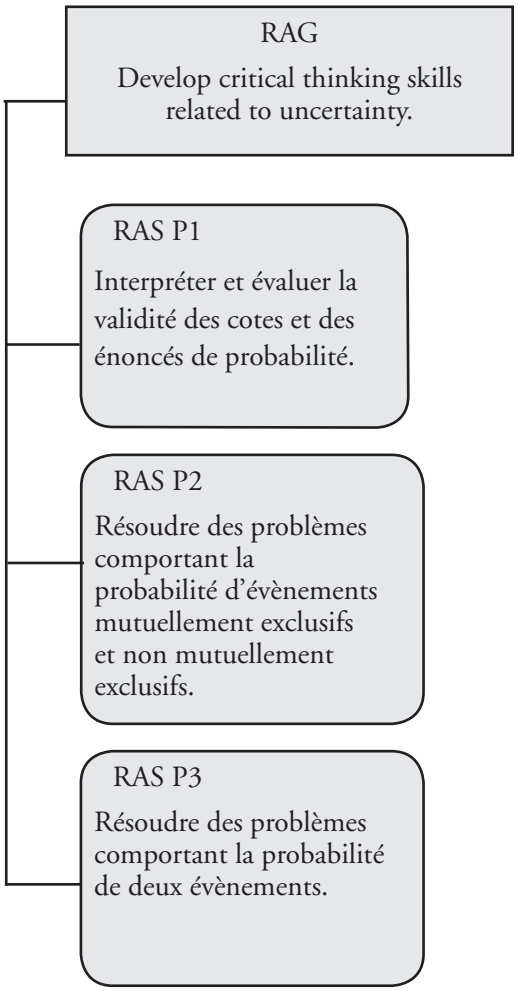
Durée suggérée : 13 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans le présent module, les élèves résoudront des problèmes contextualisés où entrent en jeu les cotes et les probabilités. Ils verront ensuite comment déterminer la probabilité à l'aide de méthodes de calcul. Les élèves reverront le principe fondamental de dénombrement, les permutations et les combinaisons. Ils feront appel à la théorie des ensembles pour établir les formules s'appliquant à la probabilité d'évènements qui s'excluent mutuellement ou qui ne s'excluent pas mutuellement.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
non traité	non traité	Probabilité
		P1 Interpréter et évaluer la validité des cotes et des énoncés de probabilité. [C, CE, L] P2 Résoudre des problèmes comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs et non mutuellement exclusifs. [L, R, RP, V] P3 Résoudre des problèmes comportant la probabilité de deux évènements. [L, R, RP]

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P1 Interpréter et évaluer la validité des cotes et des énoncés de probabilité.

[C, CE, L]

Indicateurs de rendement

P1.1 *Relever des exemples d'énoncés comportant des probabilités et des cotes tirés des domaines des médias, de la biologie, des sports, de la médecine, de la sociologie et de la psychologie.*

P1.2 *Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre une cote (partie-partie) et une probabilité (partie-tout).*

P1.3 *Déterminer la probabilité ou la cote qu'un évènement se produise ou non dans une situation.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 6e année, les élèves ont appris les rudiments de la probabilité théorique et de la probabilité expérimentale (6SP4). En 7e année, ils ont exprimé les probabilités sous forme de rapports, de fractions et de pourcentages (7SP4). En 7e et 8e années, ils ont déterminé la probabilité de deux évènements indépendants (7SP6, 8SP2). Dans le présent module, les élèves feront la distinction entre les probabilités et les cotes. Ils calculeront les probabilités et les cotes et utiliseront l'information pour prendre des décisions.

Les probabilités et les cotes sont monnaie courante dans les journaux, les magazines, les sites Web et à la télévision. Demandez aux élèves de trouver des exemples de probabilités et de cotes et de les apporter en classe. Ces exemples peuvent avoir rapport aux sondages sur les intentions de vote, aux jeux de hasard, aux sports et aux statistiques sociales. Cette activité favorise la discussion entre les élèves sur les ressemblances et les différences entre ces deux concepts grâce à des exemples intéressants trouvés dans les médias.

Lorsque ce n'est pas certain si un évènement se produira ou non, les élèves peuvent essayer de mesurer les chances qu'il se produise grâce aux calculs de probabilité.

Demandez aux élèves de réfléchir aux questions suivantes.

- Qui a le plus de chances de gagner la partie, les Calottes glaciaires ou les Pirates?
- Quelles sont les chances de piger un roi dans un jeu de cartes?
- Quelle est la possibilité qu'il pleuve aujourd'hui?
- Quelles sont les chances de tomber sur pile en tirant à pile ou face une fois?

Rappelez aux élèves que la probabilité d'un évènement est le rapport entre le nombre de résultats favorables d'un évènement et le nombre total de résultats possibles (partie:tout).

Bien que les élèves aient été initiés aux probabilités au cours des années antérieures, ils n'ont pas appris le concept de cote en tant que tel. Ils pourraient avoir besoin de se faire éclairer pour faire la distinction entre les chances qu'un évènement se produise et celles qu'il ne se produise pas. La cote d'un évènement est le rapport entre le nombre de résultats favorables et celui de résultats défavorables (partie:partie). Si un élève essaie de calculer les chances de piger un cœur dans un jeu de cartes, par exemple, il devra d'abord calculer la probabilité de piger un cœur dans le jeu de cartes. Comme la probabilité de piger un cœur est de ¼, la cote sera de 1:3. Posez les questions suivantes aux élèves.

- Comment ce rapport changera-t-il si on veut déterminer les chances d'un élève de piger une carte autre qu'un cœur?
- Comment les chances qu'un évènement se produise sont-elles liées à celles qu'il ne se produise pas?

Les élèves devraient comprendre que la formule des chances qu'un évènement ne se produise pas est l'inverse de celle des chances qu'un évènement se produise.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Journal • Fournir aux élèves un journal, un éditorial ou un article d'opinion. Leur demander de trouver des exemples de probabilités et de chances dans le texte. Leur demander de décrire comment l'auteur utilise les probabilités pour soutenir ses arguments. (P1.1) *Présentation* • Demander aux élèves de faire un montage numérique ou papier des exemples de probabilités et de cotes trouvés dans un site Web de nouvelles, un magazine ou un journal. (P1.1) • Demander aux élèves, en groupes de deux, de calculer et d'expliquer les chances (ou la probabilité) de choisir un « e » dans le mot « iceberg ». Confier des tâches similaires aux autres groupes. (P1.3) *Papier et crayon* • Demander aux élèves de calculer : (i) la probabilité d'obtenir un 1 en lançant un dé régulier à six faces. (ii) la chance d'obtenir un 1 en lançant un dé régulier à six faces. (iii) la probabilité de piger un as dans un jeu de cartes normal. (iii) la chance de piger un as dans un jeu de cartes normal (P1.2)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **3.1 Exploration de la probabilité** Manuel de l'élève (MÉ): p. 140 -141 Guide d'enseignement (GE): p. 145-147 **3.2 Probabilité et chances** MÉ: p. 142 - 150 GE: p. 148 - 153

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P1 Suite...

Indicateurs de rendement

P1.4 *Exprimer une cote en termes de probabilité et vice-versa.*

P1.5 *Résoudre un problème contextualisé comportant des cotes ou la probabilité.*

P1.6 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des décisions peuvent être fondées sur des probabilités ou des cotes, et des jugements subjectifs.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Fournissez aux élèves divers exemples à partir desquels ils devront exprimer les cotes en probabilités et inversement. On peut trouver ou créer des exemples basés sur les statistiques scolaires (p. ex. le nombre d'élèves de biologie prévus cette année en 12e année) ou sportives (p. ex. les chances qu'une équipe gagne un championnat). Tous les calculs de cotes et de probabilités commencent avec deux ou trois valeurs : le nombre total de possibilités, le nombre de résultats favorables et le nombre de résultats défavorables. Prenons, par exemple, les chances de piger un as d'un jeu de cartes normal, à savoir 4:48 (ou 1:12). Posez aux élèves les questions suivantes.

- Que ce rapport représente-t-il?
- Que représente la somme des parties du rapport?
- Quelles sont les chances de ne pas piger un as?
- Quelle est la probabilité de piger un as? De ne pas piger un as?
- Comment la probabilité de piger un as et la probabilité de ne pas en piger un sont-elles liées aux chances d'en piger un?
- Pourquoi est-il important de savoir si la cote porte sur les chances d'un résultat favorable ou sur celles d'un résultat défavorable au moment de déterminer la probabilité?

Les élèves devraient conclure que si les chances d'un résultat favorable sont de a:b, le nombre total de résultats possibles est $a+b$. La probabilité qu'un évènement se produise est donc $\frac{a}{a+b}$. En revanche, les chances d'un résultat défavorable sont de b:a. Les élèves peuvent trouver la probabilité qu'un évènement ne se produise pas à l'aide de l'évènement complémentaire ou du rapport $\frac{b}{a+b}$. Il est important de noter que puisque la chance est l'expression de deux probabilités, on ne peut l'écrire comme une fraction.

À ce point-ci, les élèves peuvent faire des sondages en classe et calculer les cotes et les probabilités d'après les résultats. Une des questions du sondage pourrait être « Combien d'élèves utilisent Twitter tous les jours? ». Les questions peuvent porter sur d'autres sujets qui intéressent les élèves, comme la musique, les célébrités, les résultats de l'équipe sportive scolaire ou les équipes de sport professionnel.

Certains utilisent, ou décident de ne pas utiliser, les probabilités et les cotes pour prendre des décisions au jour le jour. La probabilité de gagner à la loterie est très faible, mais ils sont des millions à penser subjectivement que le prix du billet est justifié. Demandez aux élèves s'ils ont déjà entendu dire « Il faut bien que quelqu'un gagne! ». Demandez-leur de discuter du bien fondé de cette affirmation.

Encouragez les élèves à prendre des décisions fondées sur les probabilités et les cotes, et à justifier leurs réponses.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Poser la question suivante aux élèves:

  Chantal prépare son horaire à l'université et essaie de décider entre deux sciences, la biologie et la chimie. On lui a dit qu'à partir de résultats antérieurs, la cote pour recevoir un A en biologie est de 8 contre 3 et d'avoir cette même note en chimie de 6 contre 11. Quel cours Chantal devrait-elle suivre, si elle veut la plus haute note possible? Quels autres facteurs Chantal devrait-elle considérer lorsqu'elle prendra sa décision?

(P1.5)

Papier et crayon

- Demander aux élèves lesquelles des paires « chances d'un résultat favorable » et « probabilité » sont correctes. Ils doivent expliquer leur raisonnement.

	Chances d'un résultat favorable	Probabilité
I	1:3	$\frac{1}{3}$
II	4:5	$\frac{4}{9}$
III	4:6	$\frac{2}{5}$

(P1.4)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes sur les chances et les probabilités.

  (i) Les chances de gagner un concours sont de 5:9. Quelle est la probabilité de gagner ce concours?

  (ii) La probabilité que vous réussissiez le prochain examen de mathématiques est de 75 %. Quelles sont vos chances de le réussir?

  (iii) Un bocal contient trois billes rouges et quelques billes vertes. Les chances de piger au hasard une bille verte sont de 3 pour 1. Combien de billes vertes le bocal contient-il?

(P1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

3.2 Probabilité et chances

MÉ: p. 142 - 150

GE: p. 148 - 153

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5 Résoudre des problèmes comportant des permutations. [CE, R, RP, T, V]

P6 Résoudre des problèmes comportant des combinaisons.

[CE, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement

P5.9 *Résoudre un problème contextualisé comportant la probabilité et des permutations.*

P6.4 *Résoudre un problème contextualisé comportant des combinaisons et la probabilité.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves continuent d'utiliser les techniques de dénombrement pour résoudre des problèmes de probabilités. Ils détermineront la probabilité d'un évènement en faisant le quotient du nombre de résultats favorables et du nombre total de résultats possibles.

Le principe fondamental de dénombrement, les permutations et les combinaisons ont été présentés aux élèves dans le module précédent. Ils doivent maintenant utiliser ces concepts pour résoudre des problèmes de probabilités. Rappelez aux élèves qu'on utilise les permutations lorsque l'ordre des éléments est important et les combinaisons lorsqu'il ne l'est pas. Supposons, par exemple, qu'un sondage a été effectué auprès de 500 adultes costumés à une fête d'Halloween. Chaque personne s'est fait demander si son costume avait été fabriqué, loué, acheté ou emprunté. Les résultats sont les suivants : 360 d'entre deux l'avaient fabriqué, 60 l'avaient loué, 60 l'avaient acheté et 20 l'avaient emprunté. Demandez aux élèves de déterminer la probabilité que les quatre premières personnes interrogées aient fabriqué leur costume. Guidez les élèves pendant qu'ils résolvent le problème en leur posant les questions suivantes.

- Quelle technique de dénombrement utiliserez-vous? L'ordre est-il important?
- Quel est le nombre total de résultats possibles? Quel est le nombre de résultats favorables?
- Combien de façons pouvez-vous choisir 4 personnes du groupe qui ont fabriqué leur costume?
- Comment utiliserez-vous cette information pour déterminer la probabilité?

Les élèves devraient comprendre qu'ils utiliseront les combinaisons pour trouver la probabilité et qu'ils peuvent déterminer le nombre total de résultats possibles en choisissant 4 personnes parmi les 500 adultes présents à la fête ($_{500}C_4$). Ils détermineront ensuite le nombre de combinaisons possibles du choix de 4 adultes parmi les 360 qui ont fabriqué leur costume ($_{360}C_4$). On peut alors calculer la probabilité en faisant le rapport entre ces deux chiffres ($P = \frac{_{360}C_4}{_{500}C_4}$). Une autre solution pourrait être :

$$\frac{360}{500} \times \frac{359}{499} \times \frac{358}{498} \times \frac{357}{497} = 0,267$$

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Un NIP de 4 chiffres peut commencer par n'importe quel chiffre, sauf zéro, et les autres chiffres du NIP peuvent être n'importe lesquels. Si les répétitions sont permises, quelle est la probabilité que le NIP commence par un chiffre supérieur à 7 et finisse avec 3? (ii) Marc, Annabelle et cinq autres élèves font la queue. Quelle est la probabilité que Marc et Annabelle soient l'un derrière l'autre? Quelle est la probabilité que Marc et Annabelle ne soient pas l'un derrière l'autre? (P5.9)	**Ressource autorisée** *Principes mathématiques 12* **3.3 Procédés de dénombrement et probabilité** MÉ: p. 151 - 162 GE: p. 154 - 162
Entrevue • Deux élèves ont trouvé la bonne réponse à la question suivante : « Sept enseignants et trois administrateurs assistent à une conférence. Quelle est la probabilité que trois prix de présence soient décernés à des enseignants seulement? » **Élève A** $\frac{{}_7C_3 \times {}_3C_0}{{}_{10}C_3} = \frac{35}{120}$ **Élève B** $\frac{{}_{10}C_3 - ({}_7C_2 \times {}_3C_1) - ({}_7C_1 \times {}_3C_2) - ({}_7C_0 \times {}_3C_3)}{{}_{10}C_3} = \frac{35}{120}$ Poser les questions suivantes aux élèves. (i) Que représente l'équation de l'élève A? (ii) Que représente l'équation de l'élève B? (iii) Quelle méthode privilégieriez vous et pourquoi? P(5.9)	

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P5, P6 Suite...

Indicateurs de rendement

P5.9, P6.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le contexte du problème aidera les élèves à déterminer la technique de dénombrement à utiliser. Fournissez aux élèves un exemple semblable à celui-ci.

- Si un nombre de 4 chiffres est généré au hasard avec les chiffres 2, 3, 5 et 7 (sans répétition des chiffres), quelle est la probabilité que ce nombre soit pair?

Lorsque les élèves doivent résoudre un problème comportant divers aspects, ils devraient penser à se poser les questions suivantes pendant la résolution du problème.

(i) Quelle technique de dénombrement vais-je utiliser pour résoudre ce problème?

(ii) Quelle information me faut-il pour déterminer la probabilité?

(iii) Comment vais-je déterminer le nombre total de nombres de 4 chiffres qui peuvent être créés avec ces 4 chiffres?

(iv) Quelle est la condition pour que le nombre soit pair?

(v) Comment vais-je déterminer le nombre total de nombres pairs de 4 chiffres?

Pendant qu'ils essaient de résoudre le problème, encouragez les élèves à réfléchir à ce qui suit.

- Pour que le nombre soit pair, il faut qu'il finisse par 2. Un seul chiffre peut être choisi comme dernier chiffre.
- Recourez au principe fondamental de dénombrement pour examiner les options quant aux autres chiffres ($3 \times 2 \times 1$).
- Pour déterminer la probabilité, pensez au nombre total de façons de créer un nombre de 4 chiffres (4!). La probabilité que le nombre soit pair est de $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes. (i) Une bibliothèque contient 6 livres de mathématiques différents et 12 livres de biologie différents. Si un élève choisit au hasard deux de ces livres, quelle est la probabilité que ce soit deux livres de mathématiques ou deux livres de biologie? (ii) Un bocal contient 5 bonbons rouges, 7 bonbons bleus et 5 bonbons mauves. Si le bocal contient en tout 20 bonbons, quelle est la probabilité qu'une poignée de quatre bonbons contienne un bonbon de chaque couleur? (iii) Comment votre solution de (ii) changerait-elle si vous deviez trouver la probabilité qu'au moins un bonbon de chaque couleur soit choisi? P(6.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **3.3 Procédés de dénombrement et probabilité** MÉ: p. 151 - 162 GE: p. 154 - 162

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P2 Résoudre des problèmes comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs et non mutuellement exclusifs.
[L, R, RP, V]

Indicateurs de rendement

P2.1 *Classer des évènements en évènements mutuellement exclusifs ou non mutuellement exclusifs et expliquer le raisonnement.*

P2.2 *Déterminer si deux évènements sont complémentaires et expliquer le raisonnement.*

P2.3 *Représenter, à l'aide de la notation ensembliste ou d'organisateurs graphiques, des évènements mutuellement exclusifs (y compris des évènements complémentaires) et des évènements non mutuellement exclusifs.*

P2.4 *Résoudre un problème contextualisé comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs (y compris des évènements complémentaires) ou non mutuellement exclusifs.*

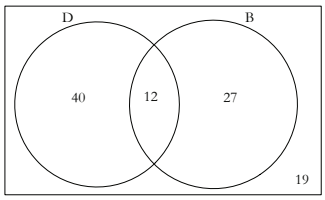
P2.5 *Concevoir et résoudre un problème comportant des évènements mutuellement exclusifs ou non mutuellement exclusifs.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La théorie des ensembles est fondamentale dans l'étude de la théorie des probabilités (RL2). Les élèves doivent continuer d'utiliser les diagrammes de Venn pour illustrer les unions et les intersections des ensembles. Ils appliqueront le principe d'inclusion et d'exclusion pour déterminer la probabilité d'évènements qui ne s'excluent pas mutuellement et utiliseront les probabilités pour prendre des décisions.

Les élèves savent classifier des évènements qui s'excluent mutuellement (ensembles disjoints) et des évènements qui ne s'excluent pas mutuellement. Ils ont travaillé avec des diagrammes de Venn et représenté des ensembles qui s'excluent mutuellement comme des ensembles dont l'intersection est vide (c. à d. $n(A \cap B) = 0$). Les élèves connaissent aussi les évènements complémentaires. Rappelez aux élèves que les résultats d'un évènement et ceux de l'évènement complémentaire constituent l'ensemble de l'échantillon (i.e., P(A) + P(A') = 1.

Les élèves devront maintenant résoudre des problèmes de probabilité à propos d'évènements qui ne s'excluent pas mutuellement et d'évènements qui s'excluent mutuellement. Il importe que non seulement les élèves appliquent la formule de la probabilité de deux évènements qui ne s'excluent pas mutuellement, mais qu'ils comprennent aussi d'où elle vient. Fournissez aux élèves le diagramme de Venn suivant où D représente les élèves de l'équipe d'art oratoire et B représente les élèves de l'équipe de basketball.



Les élèves devraient comprendre que pour déterminer la probabilité d'un évènement, ils doivent se poser les questions suivantes.

- L'intersection des deux ensembles est-elle vide ou non?
- Combien y a-t-il d'éléments dans chaque ensemble?
- Combien y a-t-il d'éléments dans l'ensemble universel S?

À l'aide du principe d'inclusion et d'exclusion, expliquez aux élèves la formule de probabilité suivante d'évènements qui ne s'excluent pas mutuellement :

$$n(D \cup B) = n(D) + n(B) - n(D \cap B)$$

$$P(D \cup B) = \frac{n(D) + n(B) - n(D \cap B)}{n(S)}$$

$$P(D \cup B) = \frac{n(D)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(D \cap B)}{n(S)}$$

$$P(D \cup B) = P(D) + P(B) - P(D \cap B)$$

Demandez aux élèves de quelle façon ils peuvent modifier cette formule pour qu'elle s'applique aux évènements qui s'excluent mutuellement. Ils devraient comprendre que $n(D \cap B) = 0$ dans le cas des ensembles disjoints, alors $P(D \cup B) = P(D) + P(B)$.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Dire si les évènements de chaque expérience s'excluent mutuellement ou ne s'excluent pas mutuellement. (i) L'expérience consiste à lancer un dé. Le premier évènement est de tomber sur un nombre pair et le deuxième évènement est de tomber sur un nombre premier. (ii) L'expérience consiste à jouer une partie de hockey. Le premier évènement est que votre équipe compte un but et le deuxième évènement est que votre équipe gagne la partie. (iii) L'expérience consiste à choisir un cadeau. Le premier évènement est que le cadeau est comestible et le deuxième évènement est que le cadeau est un iPhone. (P2.1) • Demander aux élèves de déterminer l'évènement complémentaire aux élèves inscrits au cours de mathématiques 2231 dans votre école cette année, l'effectif scolaire étant le total. (P2.2) *Observation* • Demander aux élèves de participer à l'activité *Trouvez votre partenaire*. La moitié des élèves se font remettre une carte où figure un évènement et l'autre moitié, une carte où figure l'évènement complémentaire. Les élèves doivent se déplacer dans la salle de classe afin d'apparier l'évènement et son évènement complémentaire. Ils doivent ensuite présenter leurs résultats à la classe. (P2.2)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **3.4 Évènements compatibles et incompatibles** MÉ: p. 166 - 181 GE: p. 163 - 172 **Note:** **MÉ: p. 169, exemple 2** **L'information présentée dans le diagramme peut-être une source de confusion. Il faut en avertir les élèves.**

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P2 Suite...

Indicateurs de rendement

P2.4, P2.5 *Suite*

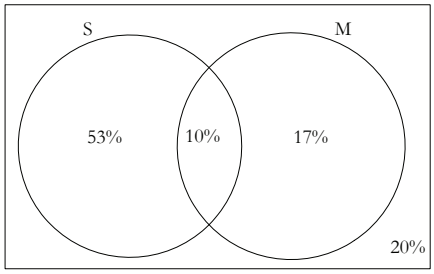
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Donnez des exemples chiffrés aux élèves pour montrer pourquoi la somme de la probabilité d'un évènement et de son évènement complémentaire donne toujours 1. Si la probabilité qu'un élève pige l'as de carreau, par exemple, d'un jeu de carte normal est de $\frac{1}{52}$, alors la probabilité qu'il ne pige pas l'as de carreau est de $\frac{51}{52}$ (c. à d. $\frac{1}{52}+\frac{51}{52}=1$). Si on demande aux étudiants d'isoler P(A') dans l'équation P(A) + P(A') = 1, ils devraient trouver P(A') = 1 - P(A).

Encouragez les élèves à vérifier si leurs réponses sont raisonnables. Leur fournir l'exemple suivant :

Sondage auprès des élèves de la classe
63 % des élèves font du sport.
27 % des élèves jouent d'un instrument de musique.
20 % ne font pas de sport ni ne jouent d'instrument de musique.

Demander aux élèves de vérifier si les événements sont mutuellement exclusifs. Si les évènements s'excluaient mutuellement, la somme de leur probabilité et de la probabilité de leurs évènements complémentaires devrait totaliser 100 %. Les élèves devraient constater que 63 % + 27 % + 20 % = 110 %, ce qui implique que 10 % des élèves font du sport et jouent d'un instrument de musique. Ainsi, les évènements ne s'excluent pas mutuellement, tel que le montre le diagramme de Venn ci-dessous.

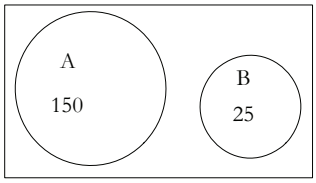


Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer $P(A \cup B)$ à l'aide du diagramme de Venn ci dessous. L'espace échantillonal compte 500 résultats.



(P2.3)

- La probabilité que Danielle fasse partie de l'équipe de hockey est de $\frac{2}{3}$. La probabilité qu'elle fasse partie de l'équipe de natation est de $\frac{3}{4}$. Si la probabilité qu'elle fasse partie des deux équipes est de $\frac{1}{2}$, demander aux élèves de déterminer la probabilité qu'elle fasse partie :
  (i) d'au moins une des deux équipes;
  (ii) d'aucune des deux équipes.

(P2.4)

Présentation

- La probabilité que les Maple Leafs de Toronto gagnent leur prochaine partie est de 0,5. La probabilité que les Canadiens de Montréal gagnent leur prochaine partie est de 0,7. La probabilité que les deux équipes gagnent est de 0,35. Demander aux élèves de déterminer la probabilité que l'une ou l'autre des équipes gagnent (en supposant qu'elles ne jouent pas l'une contre l'autre). Leur demander de créer une affiche pour montrer leur solution, qui comportera un diagramme de Venn.

(P2.3)

Observation

- Demander aux élèves de sonder les élèves de la classe pour déterminer qui apporte en classe un crayon, un stylo ou les deux. Leur demander de calculer la probabilité d'apporter un crayon ou un stylo en classe.

(P2.4)

Performance

- Demander aux élèves de créer leurs propres exemples où il faut déterminer les probabilités de deux évènements qui s'excluent mutuellement ou de deux évènements qui ne s'excluent pas mutuellement. Ils pourraient s'échanger leurs problèmes et se pratiquer à résoudre divers problèmes.

(P2.1, P2.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

3.4 Évènements compatibles et incompatibles

MÉ: p. 166 - 181

GE: p. 163 - 172

Lien Internet

Créer des questions sur les probabilités à l'aide des statistiques du site Web suivant

http://www5.statcan.gc.ca/subject-sujet/theme-theme.action?pid=1821&lang=fra&more=0&HPA

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P3 Résoudre des problèmes comportant la probabilité de deux évènements.
[L, R, RP]

Indicateurs de rendement

P3.1 *Comparer, à l'aide d'exemples, des évènements dépendants et indépendants.*

P3.2 *Déterminer la probabilité de deux évènements indépendants.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 7e et 8e années, les élèves ont calculé la probabilité de deux évènements indépendants (7SP6, 8SP2). Ils devront maintenant faire la distinction entre des évènements dépendants et indépendants, et utiliser cette information au moment de déterminer les probabilités de deux évènements. Pour déterminer si deux évènements sont indépendants, les élèves établiront si un évènement aura un effet sur le résultat probable de l'autre évènement. Si l'évènement a bel et bien un effet sur l'autre, ils sont dépendants, et les élèves recourront à la probabilité conditionnelle pour calculer la probabilité que les deux évènements se produisent.

Les élèves doivent analyser divers évènements et juger si le résultat du premier évènement a un effet sur la probabilité que le deuxième évènement se produise. Les élèves peuvent utiliser des objets concrets, comme un jeu de cartes, une roue de fortune ou un sac de pièces de monnaie pour montrer la différence entre les évènements indépendants et dépendants. Fournissez-leur les scénarios suivants pour amorcer la discussion sur la question de savoir si les évènements A et B sont indépendants ou dépendants.

- Évènement A : piger une reine d'un jeu de carte normal;

  Évènement B : piger un roi dans les cartes qui restent.
- Évènement A : lancer un dé et tomber sur 5;

  Évènement B : lancer le même dé et tomber sur 3.

Il peut être utile de discuter de la probabilité d'évènements indépendants avant de résoudre des problèmes sur des évènements dépendants. Demandez aux élèves d'utiliser un diagramme en arbre, par exemple, pour illustrer un problème et vérifier que la probabilité de deux évènements indépendants A et B est le produit de la probabilité de chacun d'eux. Demandez aux élèves de déterminer, par exemple, la probabilité de tomber sur 3 après avoir lancé un dé et celle de tomber sur face en tirant à pile ou face. Lancez la discussion à l'aide des questions suivantes.

- Le résultat du premier évènement a-t-il un effet sur celui du deuxième évènement?
- Selon le diagramme en arblre, quelle est la probabilité de tomber sur 3 après avoir lancé un dé et de tomber sur face en tirant à pile ou face (P(3 et F))?
- Quelle est la probabilité de tomber sur 3 après avoir lancé le dé (P(3))? Quelle est la probabilité de tomber sur face en tirant à pile ou face (P(F))?
- Que donne P(3) × P(F)?
- Que remarquez-vous au sujet du résultat de P(3) × P(F) et de la valeur de (P(3 et F))?

Discutez avec les élèves du fait que lorsque les évènements sont indépendants l'un de l'autre, la probabilité que se produise l'évènement B ne dépend pas de celle que se produise l'évènement A. Dans ce cas, P(A et B) = P(A) × P(B).

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Entrevue • Demander aux élèves de dire si les évènements suivants sont indépendants ou dépendants et d'expliquer pourquoi. (i) L'expérience consiste à lancer un dé et à tirer à pile ou face. Le premier évènement est de tomber sur 6 et le deuxième, de tomber sur pile. (ii) L'expérience consiste à lancer deux dés. Le premier évènement est qu'un dé tombe sur un chiffre impair et le deuxième évènement est que l'autre dé tombe sur un nombre pair. (iii) L'expérience consiste à remettre une main de cinq cartes d'un jeu de cartes normal. Le premier évènement est que la première carte remise est un pique, le deuxième évènement est que la deuxième carte remise est un pique, le troisième évènement est que la troisième carte remise est un pique et ainsi de suite. (P3.1)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **3.6 Évènements indépendants** MÉ: p. 192 - 201 GE: p. 179 - 188

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P3 Suite...

Indicateurs de rendement

P3.3 *Déterminer la probabilité d'un évènement étant donné l'occurrence d'un évènement préalable.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont déterminé la probabilité de deux évènements indépendants en multipliant la probabilité de chacun des évènements. Ils doivent maintenant déterminer la probabilité de deux évènements dépendants d'une manière similaire. Demandez aux élèves de calculer la probabilité de piger une carte d'un jeu de cartes si deux chances sont données, avec ou sans remise. Discutez avec eux du fait que si une carte n'est pas remise, les évènements sont dépendants. Les élèves doivent multiplier la probabilité que A se produise et celle que B se produise après que A s'est produit. Faites leur connaître le terme « probabilité conditionnelle », la notation P(B|A) et la formule P(A et B) = P(A) × P(B|A). Demandez aux élèves de reformuler P(A et B) à l'aide de la notation ensembliste et de redistribuer les éléments de la formule pour isoler P(B|A).

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B \mid A)$$

Pour trouver P(B|A), les élèves doivent remarquer, à partir de la formule, que le nombre de résultats de A et le nombre total de résultats qui forme l'espace échantillonal peuvent faire l'objet d'un effet. Demandez aux élèves de déterminer la probabilité de piger deux carreaux d'un jeu de carte normal sans remise. Ils devraient trouver que la probabilité est de $\frac{13}{52} \times \frac{12}{51}$ parce qu'il y un carreau de moins et une carte de moins dans le jeu de cartes.

Voici quelques exemples de questions.

- On pige des cartes d'un jeu de cartes normal, sans remise. Calculez la probabilité de piger :
  - (i) deux rois de suite;
  - (ii) un trèfle, puis un cœur;
  - (iii) une carte de couleur noire, puis un cœur, puis un carreau.
- On pige des cartes d'un jeu de cartes normal, avec remise. Calculez la probabilité de piger :
  - (i) deux rois de suite;
  - (ii) un trèfle, puis un cœur;
  - (iii) une carte de couleur noire, puis un cœur, puis un carreau.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes.

  (i) Un bocal contient des billes noires et des billes blanches. Deux billes sont pigées, sans remise. La probabilité de piger une bille noire, puis une bille blanche est de 0,34 et celle de piger une bille noire en premier est de 0,47. Quelle est la probabilité de piger une bille blanche en deuxième, si la première bille pigée était noire?

  (ii) Deux feux de circulation se trouvent sur la route de Jeanne en direction de l'école. Il y a 55 % de chances qu'elle doive s'arrêter au feu rouge au premier feu de circulation et 40 % de chances qu'elle doive s'arrêter au feu rouge au deuxième. Les deux feux de circulation ont une minuterie distincte. Déterminez la probabilité qu'elle doive s'arrêter au feu rouge aux deux endroits en se rendant à l'école.

  (iii) Les résultats d'un sondage sur les personnes qui sont «en faveur » ou « contre » une décision sont résumés dans un tableau.

	En faveur (E)	Contre (C)	Total
Homme (H)	15	45	60
Femme (F)	4	36	40
Total	19	81	100

Demander aux élèves d'utiliser l'information du tableau pour démontrer que $(M \cap I) \neq P(M) \cdot P(I)$ permet de vérifier que les événéments « être de sexe masculin » (H) et « être en faveur » (E) ne sont pas indépendants.

(P3.2, P3.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

3.5 Probabilité conditionnelle

MÉ: p. 182 - 191

GE: p. 173 - 178

3.6 Évènements indépendants

MÉ: p. 192 - 201

GE: p. 179 - 188

Probabilité

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

P3 Suite...

Indicateurs de rendement

P3.4 *Concevoir et résoudre un problème contextualisé comportant la détermination de la probabilité d'évènements dépendants ou indépendants.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

- La probabilité que le démarreur d'un moteur fonctionne sans défaillir pendant cinq ans est de 0,8. La probabilité que cette même pièce dure six ans sans défaillir est de 0,3. Si un démarreur a déjà duré cinq ans, quelle est la probabilité qu'il dure 6 ans sans défaillance?

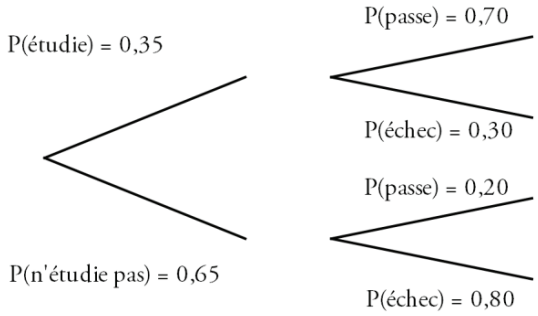
  Soit C, les démarreurs résistant cinq ans et S, les démarreurs résistant six ans.

  Puisque tous les démarreurs ayant duré six ans ont déjà duré cinq ans, on peut écrire : $P(C \cap S) = P(S)$

$$P(C \cap S) = P(C) \times P(S|C)$$
$$0,3 = 0,8 \times P(S|C)$$
$$\frac{0,3}{0,8} = P(S|C)$$
$$0,375 = P(S|C)$$

  ou 37,5%

- Il existe une probabilité de 35 % que Jean étudie ce soir. S'il n'étudie pas, Jean passe 20 % de ses examens mais, s'il le fait, il les passe à 70 %. Calculez la probabilité finale que Jean réussisse son examen demain.



  P(étudie)×P(passe) + P(n'étudie pas)×P(passe)

  = (0,35)(0,70) + (0,65)(0,20)

  = 0,245 + 0,13

  = 0,375

  La probabilité que Jean passe l'examen est de 0,375 ou 37,5 %.

En fonction des questions posées, encourager les élèves à créer diverses probabilités à l'aide des techniques apprises dans le module. On devrait donner aux élèves l'occasion de partager leurs travaux entre eux, de s'interroger sur ceux-ci et de les évaluer.

Résultat d'apprentissage général: Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Une équipe de hockey a des chandails de trois couleurs différentes. Le sac de hockey contient 4 chandails verts, 6 blancs et 5 orange. Thomas et Blaise se font remettre un chandail au hasard. Des élèves se sont fait demander d'écrire l'expression mathématique de la probabilité que les deux chandails soient de la même couleur. Quel élève a correctement calculé la probabilité et pourquoi?

Antoine	$\left(\frac{2}{4}\right)\left(\frac{2}{6}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$
Samuel	$\left(\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)$
Louis	$\left(\frac{4}{15}\right)\left(\frac{3}{14}\right)+\left(\frac{6}{15}\right)\left(\frac{5}{14}\right)+\left(\frac{5}{15}\right)\left(\frac{4}{14}\right)$
Danielle	$\left(\frac{4}{15}\right)\left(\frac{4}{15}\right)+\left(\frac{6}{15}\right)\left(\frac{6}{15}\right)+\left(\frac{5}{15}\right)\left(\frac{5}{15}\right)$

(P3.3, P3.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

3.5 Probabilité conditionnelle

MÉ: p. 182 - 191

GE: p. 173 - 178

3.6 Évènements indépendants

MÉ: p. 192 - 201

GE: p. 179 - 188

Expressions et équations rationnelles

Durée suggérée : 12 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves simplifieront des expressions rationnelles et en détermineront les valeurs non permises. Ils additionneront, soustrairont, multiplieront et diviseront également des expressions rationnelles, limitées à celles dont les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes.

Ils résoudront également des problèmes comportant des équations rationnelles. Ils résoudront algébriquement des équations rationnelles et en détermineront les valeurs non permises.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

- **RAS RF1**
  Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes).
- **RAS RF2**
  Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes).
- **RAS RF3**
  Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes et des binômes).

RAG

Développer le raisonnement logique.

- **RAS RL1**
  Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

Processus mathématiques

[C]	Communication	[CE]	Calcul mental et estimation
[L]	Liens	[R]	Raisonnement
[RP]	Résolution de problèmes	[T]	Technologie
[V]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Algèbre et nombre	Relations et fonctions	Relations et fonctions
AN5 Démontrer une compréhension de facteurs (diviseurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V] AN1 Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) de nombres entiers positifs en déterminant : • les facteurs (diviseurs) premiers; • le plus grand facteur (diviseur) commun; • le plus petit commun multiple; • la racine carrée; • la racine cubique. [CE, L, R]	RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF1 Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). [C, CE, R] RF2 Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). [CE, L, R] RF3 Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes et des binômes). [C, R, RP]
	Nombre et logique	Raisonnement logique
non traité	NL4 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées ou aux racines cubiques). [C, R, RP] NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF1 Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes).

[C, CE, R]

Indicateurs de rendement

RF1.1 *Expliquer pourquoi une valeur donnée de la variable n'est pas permise dans une expression rationnelle donnée.*

RF1.2 *Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une expression rationnelle.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont appris à résoudre des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels (9N3). Ils aborderont maintenant les expressions rationnelles, limitées à celles dont les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes. Ils simplifieront ces expressions et en détermineront les valeurs non permises.

Une expression rationnelle peut être exprimée comme le quotient de deux polynômes, selon la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$ où $Q(x) \neq 0$. Pour entamer l'étude des expressions rationnelles, fournissez aux élèves plusieurs exemples d'expressions, comme $\frac{4}{5}, \frac{2x}{y}, \frac{x^2-4}{x+1}, \sqrt{5}, 2\pi, \frac{\sqrt{x}}{2y}$, $\frac{x^2}{4}$ et demandez-leur de cerner celles qui sont rationnelles et celles qui ne le sont pas, et d'expliquer leur raisonnement. Faites remarquer aux élèves que toutes les expressions rationnelles sont des fractions algébriques, mais que toutes les fractions algébriques ne sont pas des expressions rationnelles. Par exemple, soulignez que les expressions $\frac{4}{5}, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{x}}{2y}$ et 2π tirées de la liste ci-dessus ne sont pas rationnelles.

Les valeurs non permises sont les valeurs d'une variable qui rendent le dénominateur d'une expression rationnelle égal à zéro. En 7e année, les élèves ont été initiés à la règle établissant qu'un nombre ne peut être divisé par zéro (7N1). Demandez d'abord aux élèves de déterminer quelles sont les valeurs non permises d'une expression rationnelle dont le dénominateur est un polynôme du premier degré comme $\frac{x}{x+2}$, et ensuite faites-les passer aux polynômes du second degré, en se limitant aux monômes et binômes.

À partir d'une expression comme $\frac{x-1}{3x^2-12}$ demandez aux élèves:

- Par inspection, pour quelles valeurs de x le dénominateur est-il égal à zéro?
- Quelles autres stratégies peut-on utiliser pour résoudre l'équation quadratique?
- Est-ce que toutes les expressions rationnelles ont des valeurs non permise?

Il arrive souvent que les élèves concluent que la valeur non permise est zéro plutôt que de se pencher sur les valeurs de x qui produisent un dénominateur de zéro. Encouragez les élèves à remplacer x par les valeurs non permises dans le dénominateur pour vérifier que le dénominateur prend la valeur zéro.

Afin de résoudre $3x^2$-12, les élèves peuvent isoler le plus grand commun diviseur (PGCD) et appliquer la règle du produit nul, appliquer la formule quadratique ou recourir à la racine carrée. Demandez aux élèves d'expliquer quelle est la meilleure façon de procéder. S'ils ont recours à la racine carrée, ils divisent l'équation $3x^2 = 12$ par 3 pour obtenir $x^2 = 4$. Certains peuvent par erreur écrire que la valeur non permise est $x = 2$ plutôt que $x = \pm 2$. Ils peuvent également obtenir un résultat erroné s'ils factorisent $3x^2 - 12 = 0$ comme $3(x - 2)(x + 2)$ et établissent ainsi que 3 est une valeur non permise. Rappelez-leur de vérifier leur travail en développant le produit des binômes au moyen de la distributivité.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de composer une expression rationnelle compte tenu des valeurs non permises suivantes : 0, -2 et 3. Ils doivent comparer leur réponse à celle de leurs camarades de classe.

(RF1.2)

- On a demandé à un élève de trouver les valeurs interdites de l'expression rationnelle $\frac{3}{4x^2-16}$. Sa solution montrée plus bas contient une erreur. Trouvez l'étape qui contient une erreur et donnez la bonne solution.

  Étape 1 : $4x^2 - 16 = 0$

  Étape 2 : $4x^2 = 16$

  Étape 3 : $x^2 = 4$

  Étape 4 : $x = 2$

(RF1.2)

Entrevue

- Demander aux élèves d'expliquer pourquoi $x = 2$ est une valeur non permise de l'expression $\frac{3x}{x-2}$.

(RF1.2)

Performance

- Inviter les élèves à se mettre en groupes afin de jouer au *Jeu des dominos*. Donner dix cartes de dominos à chaque équipe. Sur un côté des cartes figure une expression rationnelle, et sur l'autre, la valeur non permise d'une autre expression rationnelle. Les élèves doivent maintenant disposer les cartes de façon à ce que la valeur non permise figurant sur une carte corresponde à l'expression rationnelle figurant sur la carte suivante, jusqu'à ce qu'ils complètent le cercle et que la première carte soit jumelée à la dernière. Un modèle est donné ci-dessous:

$\frac{3x}{2x-1}$	$x \neq \frac{1}{3}$	$\frac{x+2}{3x-1}$	$x \neq -\frac{1}{2}$	$\frac{7x}{2x+1}$	$x \neq 2$

(RF1.1, RF1.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.1 Expressions rationnelles équivalentes

Manuel de l'élève (MÉ):
p. 216 - 224

Guide d'enseignement (GE):
p. 211-216

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.3 *Comparer les stratégies de représentation d'expressions rationnelles sous une forme équivalente aux stratégies employées dans le cas de nombres rationnels.*

RF1.4 *Créer de nouvelles expressions rationnelles en multipliant le numérateur et le dénominateur d'une expression rationnelle donnée par le même facteur (limité à un monôme ou un binôme) et, en considérant les valeurs interdites, déterminer si ces expressions sont équivalentes.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est essentiel que les élèves puissent distinguer les valeurs non permises des valeurs inadmissibles. Rappelez aux élèves que les valeurs inadmissibles ont été discutées en Mathématiques 2231 dans le module sur les équations quadratiques (RF2). Ces valeurs sont illogiques dans certains contextes. Les élèves doivent continuer de travailler sur les valeurs inadmissibles d'une variable dans une expression rationnelle. Si un bateau parcourt 20 km à une vitesse de x km/h, par exemple, alors la durée du voyage est représentée par $\frac{20}{x}$. Si l'on demande aux élèves de déterminer la vitesse la plus lente à laquelle le bateau peut se déplacer, ils doivent être en mesure d'expliquer que la valeur non permise est 0, mais que la valeur inadmissible est $x < 0$.

En 7e année, les élèves ont appris à formuler des nombres rationnels positifs équivalents (7N7); ils doivent appliquer ces stratégies aux expressions rationnelles. Il est essentiel que les élèves comprennent bien ce concept qui sera nécessaire à l'addition et à la soustraction d'expressions rationnelles étudiées plus loin dans ce module. Afin de rappeler ces connaissances aux élèves, demandez-leur de multiplier $\frac{3}{2}$ par 3, par 5 et par - 4. Ils devraient déterminer si la valeur de la nouvelle fraction est équivalente à celle de la fraction de départ.

Les élèves savent qu'ils peuvent multiplier ou diviser une expression rationnelle par 1 sans en changer la valeur. À l'aide des exercices suivants, ils découvriront que deux expressions rationnelles ne sont pas équivalentes si leurs restrictions diffèrent.

- Étant donné $\frac{4}{x}$ où $x \neq 0$, compose une expression rationnelle en multipliant le numérateur et le dénominateur par 2, par x et par $x + 1$. Les expressions ainsi obtenues ont-elles produit une nouvelle restriction?

Demandez aux élèves de vérifier par substitution si les expressions sont équivalentes. Si l'on compare $\frac{4}{x}$, où $x \neq 0$, et $\frac{4(x+1)}{x(x+1)}$, où $x \neq 0, -1$, les deux expressions ne sont pas définies si $x = 0$. Cependant, si $x = -1$, $\frac{4}{x}$ se réduit à -4, tandis que $\frac{4(x+1)}{x(x+1)}$ demeure non définie. Comme elles ne sont pas égales si x prend la même valeur, les expressions ne sont pas équivalentes.

Lorsque les élèves travaillent sur des expressions équivalentes, invitez-les à faire attention lorsqu'ils appliquent la propriété de distributivité.

À titre d'exemple, lorsqu'ils simplifient $\frac{x}{x+4} \times \left(\frac{2}{2}\right)$, les élèves peuvent à tort écrire $\frac{2x}{2x+4}$ ou $\frac{2x}{x+8}$. Pour qu'ils ne commettent pas cette erreur, dites-leur de mettre les binômes entre parenthèses pour effectuer la multiplication.

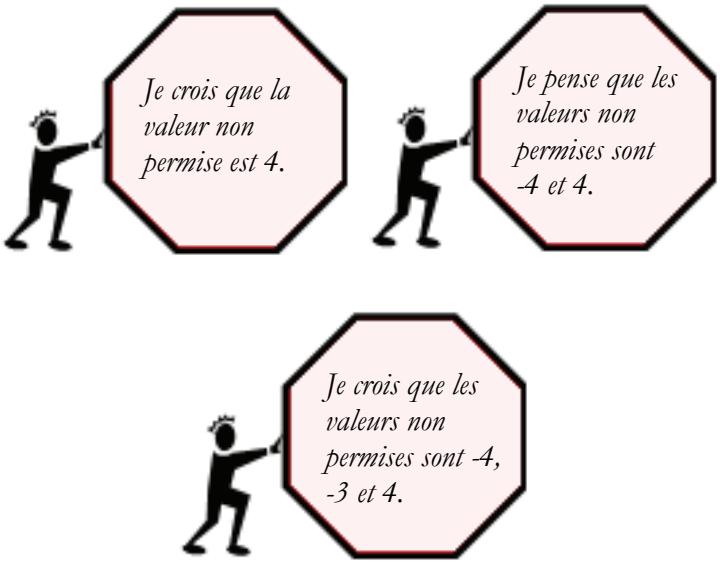
Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

Quelles sont les valeurs non permises de $\frac{x+3}{x^2-16}$?



Qui a raison? Justifie ta réponse en résolvant le problème.

(RF1.1, RF1.2)

- Ton ami pense que les expressions $\frac{3}{2x}$ et $\frac{3(x+1)}{2x(x+1)}$ sont équivalentes. Explique pourquoi ce n'est pas le cas.

(RF1.3, RF1.4)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le tableau suivant :

Les expressions sont-elles équivalentes?	Oui	Non	Justifie ta réponse
$\frac{x+3}{x-4}$ et $\frac{4x+12}{4x-16}$			
$\frac{5}{x-5}$ et $\frac{5x+25}{x^2-25}$			
$\frac{x+2}{x-3}$ et $\frac{3x+6}{2x-6}$			

(RF1.3, RF1.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.1 Expressions rationnelles équivalentes

MÉ: p. 216 - 224

GE: p. 211 - 216

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF1 Suite...

Indicateurs de rendement

RF1.5 *Simplifier une expression rationnelle.*

RF1.6 *Expliquer pourquoi les valeurs non permises de la variable d'une expression rationnelle et de sa forme irréductible sont les mêmes.*

RF1.7 *Identifier et corriger toute erreur dans une simplification d'une expression rationnelle et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La simplification d'une expression rationnelle à sa plus simple expression est semblable à la simplification d'une fraction. Dans les deux cas, les facteurs communs du numérateur et du dénominateur ont un ratio de 1 et peuvent être simplifiés.

Il est important que les élèves comprennent les avantages de simplifier les expressions rationnelles, soit dans l'évaluation ou l'exécution d'opérations. Demandez aux élèves d'évaluer l'expression $\frac{x^2+4x}{x}$ où $x \neq 0$, si $x = 2$, puis l'expression $x + 4$, où $x \neq 0$, si $x = 2$. Posez-leur les questions suivantes :

- Pourquoi les résultats sont-ils les mêmes?
- Quel est l'avantage de simplifier l'expression avant de remplacer les variables par les valeurs.
- Pourquoi l'expression simplifiée inclut-elle une valeur non permise?

Les élèves doivent pouvoir expliquer qu'il est avantageux de simplifier parce que l'expression équivalente obtenue est plus facile à évaluer. Faites-leur bien comprendre que la version simplifiée doit maintenir les mêmes valeurs non permises que l'expression originale pour que les deux soient équivalentes.

En plus d'examiner des exemples de solutions exactes, il est formateur pour les élèves de repérer les solutions inexactes, d'expliquer comment les erreurs ont pu être commises et de dire comment il est possible de les corriger.

Lorsqu'ils simplifient des expressions rationnelles, les élèves peuvent à tort annuler des termes plutôt que des facteurs. Par exemple, ils pourraient simplifier, $\frac{x^2+x}{x^2-1}$ ainsi: $\frac{\cancel{x^2}+x}{\cancel{x^2}-1}$, ce qui donnerait $-x$. Pour les aider à repérer cette erreur, demandez-leur de comparer des expressions rationnelles numériques comme $\frac{8}{12} = \frac{5+3}{5+7}$ et $\frac{8}{12} = \frac{5+3}{5+7} = \frac{3}{7}$, et de déterminer si $\frac{8}{12}$ est égal à $\frac{3}{7}$. Ils doivent se rendre compte qu'on ne peut pas annuler une portion du facteur. Il arrive souvent que les élèves omettent un numérateur de 1 après avoir simplifié une expression rationnelle. À tort, ils pourraient simplifier $\frac{3}{6x}$, par $2x$. Pour qu'ils vérifient le bienfondé de leur réponse, amenez-les à réécrire l'expression comme suit : $\frac{3}{6} \bullet \frac{1}{x}$.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer à l'activité suivante.
  - (i) Séparer la classe en deux groupes. L'un recevra des expressions rationnelles, l'autre, les expressions rationnelles correspondantes ramenées à leur plus simple expression. Les élèves doivent ensuite trouver leur partenaire ayant l'expression rationnelle équivalente.

    (RF1.5)
  - (ii) Les élèves doivent créer une carte de bingo unique pour jouer au bingo des expressions rationnelles. Distribuer une carte de bingo vierge à tous les élèves. L'enseignant aura préalablement choisi des expressions rationnelles que les élèves devront simplifier. Les expressions sont placées dans un sac et les expressions simplifiées écrites au tableau. Demander aux élèves d'inscrire une expression simplifiée par case et mentionner que la case du milieu doit rester une case « boni ». Le professeur tire alors une à une les expressions du sac. Les élèves simplifient ensuite les expressions, trouvent leur valeur et la biffent sur leur carte. Le premier élève qui complète une ligne, les quatre coins, un « X » ou encore un « T » gagne la partie.

    (RF1.5)

Observation

- Organiser des kiosques dans la classe. À chaque kiosque, disposer des expressions simplifiées qui sont erronées, ainsi que leurs valeurs non permises. Les élèves iront d'un kiosque à l'autre pour repérer et corriger les erreurs. Voici un exemple :

$$\frac{8x-12}{6x^2-4x}, x \neq 0, \tfrac{2}{3}$$

$$\frac{4(2x-3)}{2x(3x-2)}$$

$$\frac{4}{2x}(1)$$

$$2x, x \neq 0, \tfrac{2}{3}$$

(RF1.7)

Journal

- Demander aux élèves de substituer $x = 0$ dans $\frac{x^2+4x}{x}$ et dans sa forme simplifiée, afin de montrer pourquoi il est important d'énoncer les restrictions.

(RF1.5, RF1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.2 Simplification d'expressions rationnelles

MÉ: p. 225 - 231

GE: p. 217 - 222

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF2 Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes).

[CE, L, R]

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des problèmes où ils devaient faire des opérations sur des nombres rationnels (9N3). Ils iront maintenant plus loin en additionnant, en soustrayant, en multipliant et en divisant des expressions rationnelles, limitées à celles dont le numérateur et le dénominateur sont des monômes et des binômes.

Indicateurs de rendement

RF2.1 *Comparer les stratégies pour effectuer une opération donnée sur des expressions rationnelles au processus utilisé pour effectuer la même opération sur des nombres rationnels.*

RF2.2 *Déterminer les valeurs non permises dans les opérations sur des expressions rationnelles.*

RF2.3 *Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles ayant un dénominateur commun.*

Le processus de la multiplication et de la division d'expressions rationnelles ressemble beaucoup à celui de la multiplication et de la division de nombres rationnels. Demandez aux élèves de simplifier et de calculer le produit d'expressions comme $\frac{12}{25} \times \frac{10}{21}$, $\frac{3x}{x^2} \bullet \frac{5}{x}$ et $\frac{x^2-9}{x^2-4x} \times \frac{x-4}{x-3}$. Ils doivent se demander si la stratégie pour multiplier des expressions rationnelles est la même que pour multiplier des nombres rationnels. Amenez-les à examiner l'étape à laquelle ils déterminent les valeurs non permises.

Invitez les élèves à trouver le produit d'expressions comme $\frac{x^2}{x^2-4} \times \frac{x+2}{x}$ à l'aide de deux stratégies différentes:

1. en multipliant, en factorisant et en simplifiant;
2. en factorisant, en simplifiant et en multipliant.

Cet exemple devrait aider les élèves à comprendre qu'il faut, si possible, factoriser le numérateur et le dénominateur d'une expression rationnelle avant de procéder à la multiplication. Les élèves doivent trouver la méthode la plus efficace et justifier leur réponse.

Insistez sur le fait que le processus de multiplication d'expressions rationnelles est le même que celui de la multiplication de nombres rationnels, sauf qu'il faut déterminer les valeurs non permises des variables.

Permettez aux élèves de comparer la division de nombres rationnels et la division d'expressions rationnelles. Il arrive parfois que les élèves oublient de déterminer les valeurs non permises du numérateur d'un diviseur dans un énoncé de division. Soulignez l'importance de cette étape à l'aide d'exemples.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de créer une feuille d'activité à deux colonnes. La colonne de gauche contiendra des opérations sur les expressions rationnelles, et la colonne de droite, des valeurs non permises (dans le désordre). Les élèves doivent échanger leur feuille et faire correspondre les expressions aux valeurs non permises (les valeurs non permises peuvent correspondre à plus d'une expression dans la colonne de gauche ou à aucune).

(RF2.2)

Journal

- Sean affirme que les valeurs permises du quotient et du produit des expressions suivantes sont les mêmes : $\frac{2x^2+6x}{x^2-16}$ et $\frac{x+3}{x^2-16}$. Demander aux élèves s'ils sont d'accord avec Sean, et de justifier leur réponse.

(RF2.2, RF2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.3 Multiplication et division d'expressions rationnelles

MÉ: p. 232 - 239

GE: p. 223 - 228

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF2 Suite...

Indicateurs de rendement

RF2.4 *Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles ayant un dénominateur commun.*

RF2.5 *Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence de deux expressions rationnelles dont les dénominateurs ne sont pas les mêmes.*

RF2.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont été initiés au plus petit commun multiple (PPCM) d'un ensemble de nombres (AN1). Présentez-leur le tableau suivant pour qu'ils puissent comparer les façons dont ils déterminent le plus petit dénominateur commun (PPDC) de nombres rationnels et d'expressions rationnelles.

Nombre rationnel	Situation	Expression rationnelle
$\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$	Les dénominateurs sont les mêmes.	$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}$
$\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$	Un dénominateur est un multiple de l'autre.	$\frac{3}{x+5}-\frac{1}{4x+20}$
$\frac{2}{3}+\frac{7}{2}$	Les dénominateurs n'ont pas de facteurs communs.	$\frac{3}{2x}+\frac{4}{x-1}$
$\frac{5}{14}+\frac{1}{6}$	Les dénominateurs ont un facteur commun.	$\frac{7}{x^2-9}+\frac{1}{4x+12}$

Invitez les élèves à répondre aux questions suivantes portant sur les expressions rationnelles :

- Comment déterminez-vous le plus petit dénominateur commun? Pourquoi est-ce utile de simplifier l'expression avant de trouver le plus petit dénominateur commun.
- Quelles sont les valeurs non permises?

Il arrive souvent que les élèves additionnent ou soustraient à tort les numérateurs et les dénominateurs avant de réécrire les fractions selon un dénominateur commun. À titre d'exemple, ils additionneront $\frac{x}{5}+\frac{2}{3}$ et obtiendront $\frac{x+2}{8}$. Les enseignants devraient encourager les élèves à vérifier si cette erreur existe en remplaçant x par 0, dans les deux expressions.

Rappelez aux élèves de faire attention lorsqu'ils soustraient des expressions rationnelles. Ils oublient parfois de faire une distributivité du signe négatif quand le numérateur contient plus d'un terme. Par exemple, ils réécriront souvent à tort $\frac{3x-2}{(x+2)(x-2)}-\frac{2x-4}{(x+2)(x-2)}$ par $\frac{3x-2-2x-4}{(x+2)(x-2)}$. Encouragez-les à employer des parenthèses pour les aider à ne pas commettre cette erreur.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier les expressions rationnelles suivantes :

(i) $\frac{32}{x^2-4x}-\frac{8}{x-4}$

(ii) $\frac{3}{x^2+2x}-\frac{6}{x+2}$

(iii) $\frac{x+7}{2x+14}-\frac{5x}{-3x-21}$

(iv) $\frac{5x-1}{2x+6}-\frac{16x}{x^2-9}$

(v) $\frac{2x+3}{3x-3}-\frac{5x+3}{3x^2-3x}$

(RF2.5)

- Inviter les élèves à former des équipes et à compléter le tableau suivant. Ils doivent expliquer les similarités entre les façons de trouver le plus petit dénominateur commun (PPDC) de deux nombres rationnels et de deux expressions rationnelles.

Nombre rationnel	PPDC	Expression rationnelle	PPDC	Similarités
$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$		$\frac{6}{2x-1}+\frac{-2}{2x-1}$		
$\frac{1}{5}-\frac{7}{15}$		$\frac{4x}{x-3}-\frac{5}{6x-18}$		
$\frac{7}{12}+\frac{3}{8}$		$\frac{2}{x^2-36}+\frac{4}{3x+18}$		

(RF2.1, RF2.2, RF2.4, RF2.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.4 Addition et soustraction d'expressions rationnelles

MÉ: p. 244 - 252

GE: p. 229 - 234

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF3 Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes et des binômes).

[C, R, RP]

Indicateurs de rendement

RF3.1 *Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une équation rationnelle.*

RF3.2 *Déterminer algébriquement la solution d'une équation rationnelle et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.*

RF3.3 *Expliquer pourquoi une valeur obtenue lors de la résolution d'une équation rationnelle n'est pas nécessairement une solution de l'équation.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont appris à résoudre des équations linéaires (9PR3) et, en Mathématiques 2231, à résoudre des équations quadratiques et à repérer les racines à exclure (RF2). Ils apprendront maintenant à résoudre des équations contenant des expressions rationnelles, et à vérifier si les solutions sont composées de valeurs permises. Les racines devant être exclues sont les racines étrangères. Les équations rationnelles peuvent être simplifiées en équations linéaires et quadratiques.

Les élèves doivent avoir recours à diverses stratégies pour résoudre les équations rationnelles. L'enseignant aura avantage à fournir des exemples faciles avant de poursuivre avec des équations complexes. Certains élèves résoudront des équations comme $\frac{x}{10} = \frac{2}{5}$ par tâtonnement, et d'autres, par inspection. Amenez-les à discuter de leurs idées. À titre d'exemple, un élève pourrait proposer de doubler le chiffre 5 pour obtenir le chiffre 10, ce qui ferait également doubler le 2 et donnerait ultimement $x = 4$. Excellente piste, cette réponse oriente les élèves vers la stratégie qui consiste à créer une équation rationnelle équivalente à dénominateur commun. Demandez aux élèves de réécrire l'équation rationnelle pour obtenir un dénominateur commun ($\frac{x}{10} = \frac{4}{10}$), de sorte que les numérateurs seront égaux, donc $x = 4$.

Il est également possible de procéder par l'élimination des dénominateurs. En multipliant les deux côtés de l'équation par le plus petit dénominateur commun, les élèves devraient être en mesure de simplifier l'équation et de la résoudre.

Une fois les stratégies étudiées, initiez les élèves aux équations rationnelles plus complexes.

Lorsqu'ils tentent de résoudre $\frac{3}{x} + \frac{7}{2x} = \frac{1}{5}$, par exemple, les élèves peuvent d'abord trouver le dénominateur commun du côté gauche de l'équation, et ensuite résoudre l'équation $\frac{13}{2x} = \frac{1}{5}$. Ils peuvent également multiplier les deux côtés de l'équation par le plus petit dénominateur commun, ainsi: $(10x)\frac{3}{x} + (10x)\frac{7}{2x} = (10x)\frac{1}{5}$. Afin qu'ils retiennent bien la leçon, soulignez aux élèves qu'il est plus efficace de multiplier les termes des deux membres de l'équation par le plus petit dénominateur commun.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Remettre à chaque élève une équation rationnelle, et leur demander de trouver les valeurs non permises et de résoudre l'équation. Ils ne doivent pas écrire leur nom sur les feuilles parce qu'elles seront recueillies et redistribuées au hasard. Ils doivent ensuite vérifier si la solution est juste et, si ce n'est pas le cas, repérer l'erreur et écrire la bonne solution. (RF3.1, RF3.2)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12***
• Demandez aux élèves de résoudre les équations rationnelles suivantes: (i) $x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3}$ (ii) $\frac{1}{x}+x=\frac{5}{2}$ (iii) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{6}$ (iv) $\frac{3x-8}{2x-1}=\frac{x-4}{x+1}$ (RF3.1, RF3.2)	**4.5 Résolution d'équations rationnelles** MÉ: p. 253 - 261 GE: p. 235 - 241

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF3 Suite...

Indicateurs de rendement

RF3.1, RF3.2, RF3.3 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves peuvent additionner ou soustraire les termes du membre de gauche ou du membre de droite de l'équation avant de faire la multiplication croisée. Cependant, cette méthode peut donner lieu à une équation où le degré du polynôme est plus élevé qu'au départ. Accompagnez les élèves dans leur démarche pour résoudre l'exemple suivant :

$$\frac{2x^2+1}{x+3} = \frac{x}{4} + \frac{5}{x+3}$$

$$\frac{2x^2+1}{x+3} = \frac{x^2+3x+20}{4(x+3)}$$

$$4(2x^2+1)(x+3) = (x^2+3x+20)(x+3)$$

L'exemple ci-dessus donne lieu à une équation du troisième degré. Comme les élèves connaissent uniquement la résolution d'équations quadratiques et linéaires, ils devraient multiplier les deux membres de l'équation par le plus petit dénominateur commun.

Soulignez aux élèves qu'ils doivent trouver les racines non permises au début de leur démarche parce que la solution peut révéler des racines étrangères. Présentez l'équation $\frac{2x+3}{x+5} + \frac{1}{2} = \frac{-14}{2(x+5)}$ aux élèves, et posez-leur les questions suivantes :

- Quelle est la racine à exclure? Qu'est-ce que cela signifie?
- Quelle est la solution de l'équation linéaire produite?
- Pourquoi est-il important de vérifier la solution à l'aide de l'équation originale?

Les élèves doivent bien comprendre que les solutions à valeurs non permises sont des racines étrangères, de sorte qu'elles doivent être exclues des solutions valides.

La résolution d'une équation rationnelle peut donner lieu à une équation modifiée linéaire ou quadratique, et les élèves doivent avoir le choix de résoudre l'équation à l'aide de la formule quadratique ou de leurs compétences en factorisation. Rappelez-leur de vérifier leur solution de façon à rejeter les racines étrangères.

RF3.4 *Résoudre un problème contextualisé dont la solution comporte une équation rationnelle.*

Les élèves doivent être en mesure de composer une équation représentant un problème. Demandez-leur d'écrire une équation pour trouver deux nombres tels que la somme de l'un d'eux et de son inverse multiplicatif est égale à $\frac{5}{2}$. Invitez les élèves à commencer par tâtonnement, et à discuter des solutions possibles. Ils devraient ensuite arriver à écrire l'équation rationnelle $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ et à trouver la solution. Encouragez les élèves à trouver leurs propres exemples et à les partager avec leurs camarades de classe.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de penser au processus de résolution d'une équation rationnelle. Ils doivent donner en tout six réponses par écrit aux trois énoncés suivants, qui visent à les faire réfléchir afin de montrer ce qu'ils ont appris.

Trois choses que je comprends.

1.

2.

3.

Deux choses qui me donnent encore de la difficulté.

1.

2.

Une chose sur laquelle je vais travailler.

1.

(RF3.1, RF3.2, RF3.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

4.5 Résolution d'équations rationnelles

MÉ: p. 253 - 261
GE: p. 235 - 241

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF3 Suite...

Indicateurs de rendement

RF3.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent avoir l'occasion de résoudre des problèmes dans le cadre desquels ils sont tenus de repérer les racines à exclure. Entamer une discussion sur les divers scénarios qui comportent des racines devant être rejetées. Par exemple, il serait illogique qu'une valeur numérique négative soit rattachée à une variable de temps, de hauteur ou de longueur.

Il est possible que les élèves aient de la difficulté à interpréter un problème écrit et à formuler une équation rationnelle. Encouragez-les à utiliser des tableaux et des diagrammes pour bien décomposer l'information. Prenez l'exemple suivant.

- Sherry tond une pelouse en 4 heures. Marie tond la même pelouse en 5 heures. Combien de temps prendraient-elles pour tondre la pelouse ensemble? [Posez-leur les questions suivantes pour lancer une discussion]:
  - (i) Quelle surface de la pelouse Sherry tondrait-elle en 1 heure?
  - (ii) Quelle surface de la pelouse Marie tondrait-elle en 1 heure?
  - (iii) Quelle surface de la pelouse tondraient-elles ensemble en 1 heure?

Les élèves pourraient mieux organiser l'information s'ils remplissaient un tableau comme celui ci-dessous :

	Temps pour tondre la pelouse (heures)	Fraction de la pelouse tondue en une heure
Sherry	4	$\frac{1}{4}$
Marie	5	$\frac{1}{5}$
Les deux	x	$\frac{1}{x}$

Lorsque les élèves s'affairent à résoudre l'équation $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{1}{x}$, incitez-les à vérifier si leur solution est permise à l'aide de l'équation originale, et à vérifier si elle est réaliste, dans le cas d'un problème écrit. Les élèves devront créer les équations des problèmes de « partage du travail ». Lorsque l'on donnera d'autres types de problèmes sous forme d'énoncés, l'équation devra être incluse dans la question.

RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[CE, L, R, RP]

Les élèves doivent également résoudre des problèmes écrits pour lesquels l'équation rationnelle simplifiée est une équation quadratique. Dans ce type de problème, il arrive que des valeurs soient à rejeter.

Revoyez les casse-tête et les jeux en portant toute votre attention sur les stratégies utilisées par les élèves. Pour plus de détails, reportez-vous aux pages 38 à 47.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Créer des paires de cartes dont une porte un problème écrit, et l'autre, l'équation correspondante nécessaire à la résolution du problème. D'abord, les cartes sont distribuées aux élèves et ensuite, les élèves trouvent leur partenaire en faisant correspondre le problème à l'équation. Une fois en équipe de deux, ils doivent résoudre l'équation et vérifier leur solution. (RF3.2, RF3.4)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **4.5 Résolution d'équations rationnelles** MÉ: p. 253 - 261 GE: p. 235 - 241
Papier et crayon • Un élève a reçu le problème écrit suivant : Michel prend 9 heures de plus que Jason pour construire une clôture. S'ils travaillent ensemble, ils peuvent construire la clôture en 20 heures. Combien de temps prend Michel pour construire seul la clôture? L'élève a résolu l'équation $\frac{1}{x+9}+\frac{1}{x}=\frac{1}{20}$ et a trouvé comme solutions au problème les valeurs 36 et -5. Demander aux élèves de vérifier si les solutions sont correctes et si l'élève a raison. (RF3.2, RF3.3, RF3.4)	
• Une classe souhaite donner des fleurs à une enseignante malade. Les fleurs coûtent 60 $. À la réception de la facture, quatre élèves étaient absents, ce qui a entraîné une hausse de 4 $ par élèves. On peut représenter cette situation par l'équation $\frac{60}{x-4}-\frac{60}{x}=4$ (i) Déterminer le nombre initial d'élèves dans a classe. (ii) Déterminer comment l'équation serait-elle changée si seulement deux élèves avaient été absents.	**Jeux et casse-tête** **Le jeu de dés des expressions rationnelles** MÉ: p.267 GE: p. 244-245

Fonctions polynomiales

Durée suggérée: 11 heures

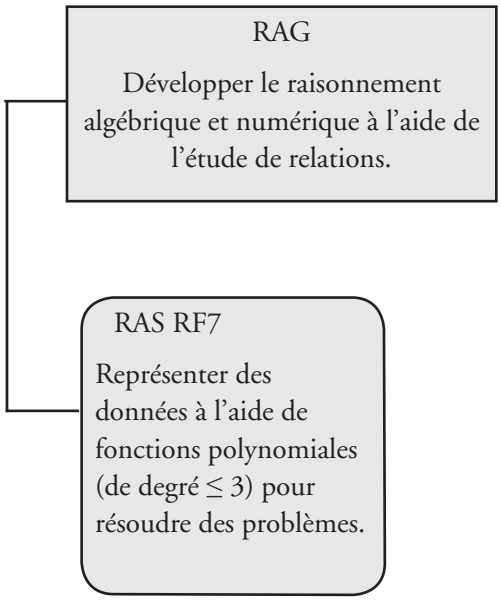
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves étudieront des graphiques de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3). Ils apprendront que les graphiques des fonctions polynomiales de même degré ont des caractéristiques communes, et utiliseront des concepts comme le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine, les changements de direction et le comportement aux extrémités pour décrire des graphiques de fonctions polynomiales.

À l'aide de la technologie, les élèves créeront des diagrammes de dispersion et traceront des fonctions à l'aide de régressions linéaires, quadratiques et cubiques.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Relations et fonctions	Relations et fonctions	Relations et fonctions
RF5 Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris : • les coordonnées à l'origine; • la pente; • le domaine; • l'image. [L, R, RP, V] RF6 Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : • explicite: $y = mx + b$ • générale: $Ax + By + C = 0$ • pente-point: $y - y_1 = m(x - x_1)$ à leurs graphiques. [L, R, T, V]	RF1 Démontrer une compréhension des caractéristique des fonctions quadratiques, y compris : • le sommet; • les coordonnées à l'origine; • le domaine et l'image; • l'axe de symétrie. [L, RP, T, V] RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques [C, L, R, RP, T, V]	RF7 Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF7 Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes.

[C, L, RP, T, V]

Indicateur de rendement

RF7.1 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques de fonctions polynomiales en analysant leurs graphiques.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont vu les caractéristiques des fonctions linéaires (RF5). Dans le cours de mathématiques 2231, ils ont analysé des fonctions quadratiques pour déterminer les caractéristiques des graphiques correspondants, y compris le sommet, les coordonnées à l'origine, le domaine, l'image et l'axe de symétrie (RF1). Dans ce module, les élèves travailleront avec des fonctions polynomiales (de degré ≤ 3). Ils compareront des fonctions polynomiales entre elles en tenant compte de leur degré, du signe du coefficient dominant (comportement aux extrémités) et de la constante (ordonnée à l'origine).

Les élèves devront identifier la fonction linéaire, quadratique ou cubique correspondant le mieux à un ensemble de données, et s'en servir pour résoudre un problème.

Les fonctions linéaires et quadratiques sont des exemples de fonctions polynomiales que les élèves ont déjà étudiées. Ils travailleront maintenant aussi avec des fonctions cubiques. Les élèves ont déjà esquissé des graphiques de fonctions polynomiales de degré nul, du premier degré et du deuxième degré.

Fonction	Degré	Type de fonction	Graphique
$f(x) = a$	0	constante	droite horizontale
$f(x) = ax + b$	1	linéaire	droite de pente a
$f(x) = ax^2 + bx + c$	2	quadratique	parabole

Présentez aux élèves des graphiques de diverses fonctions linéaires, quadratiques et cubiques, ou demandez-leur d'utiliser la technologie pour tracer ces graphiques. Les élèves devront cerner des tendances dans les graphiques en ce qui a trait aux éléments suivants :

- nombre maximal d'abscisses à l'origine
- ordonnée à l'origine
- domaine
- image
- comportement aux extrémités
- nombre de changements de direction

Les élèves pourront utiliser les quadrants (I, II, III ou IV) lorsqu'ils décrivent le comportement asymptotique des diverses fonctions, ou ils pourront utiliser « monter ou tomber » et « gauche ou droite ». Ils devraient connaître les deux méthodes et il faudrait leur rappeler de parler du comportement asymptotique des deux extrémités de courbe.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Cette activité se fait en équipes de deux. Donner à un des élèves le graphique d'une fonction polynomiale. L'élève doit utiliser les caractéristiques de la fonction pour décrire le graphique à son partenaire. Le partenaire doit dessiner le graphique à partir de la description fournie par l'élève. Les élèves devraient expliquer les raisons pour lesquelles deux graphiques pourraient correspondre à la même description même s'ils ne sont pas identiques. (RF7.1)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **5.1 Exploration des graphiques des fonctions polynomiales** Manuel de l'élève (MÉ): p. 274 - 277 Guide d'enseignement (GE): p. 266 - 269

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

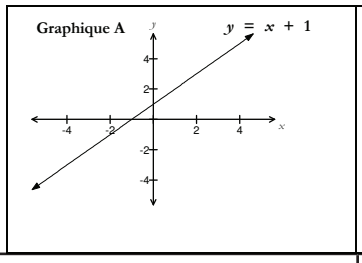
RF7 Suite...

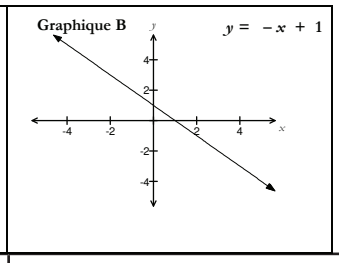
Indicateur de rendement

RF7.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

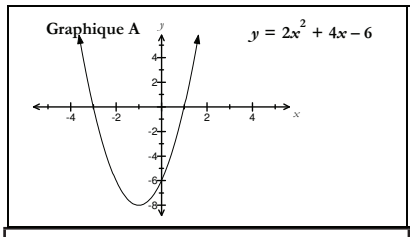
L'enseignant devrait commencer par expliquer en quoi consiste le comportement asymptotique d'un graphique, c'est à dire la tendance des valeurs de y à mesure que les valeurs de x s'approchent de l'infini, en direction des positifs ou des négatifs. Les exemples ci-dessous montrent les deux possibilités pour les fonctions linéaires. Demandez aux élèves de remplir le tableau et d'examiner la relation entre la pente d'une droite et son comportement aux extrémités.

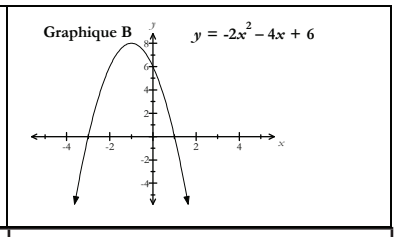




Pente : positive	Pente : négative
Comportement aux extrémités : décroissante à gauche, croissante à droite	Comportement aux extrémités : décroissante à droite, croissante à gauche
La droite s'étend du quadrant III au quadrant I	La droite s'étend du quadrant II au quadrant IV

De même, les élèves pourront utiliser les graphiques ci-dessous pour étudier le comportement aux extrémités des paraboles. Demandez aux élèves de remplir le tableau et d'examiner la relation entre le coefficient dominant, l'image, et le comportement aux extrémités.





Coefficient dominant positif	Coefficient dominant négatif
Image : $\{y \mid y \geq -8, y \in R\}$	Image : $\{y \mid y \leq 8, y \in R\}$
Comportement aux extrémités : croissante à gauche et à droite	Comportement aux extrémités : décroissante à gauche et à droite
La parabole s'étend du quadrant II au quadrant I	La parabole s'étend du quadrant III au quadrant IV

Les élèves devraient remarquer que le comportement aux extrémités de la courbe est la même à gauche et à droite.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de tracer les graphiques des fonctions ci dessous à l'aide de la technologie, et d'analyser leurs points communs et leurs divergences :

  (i) $f(x) = 2x + 1$
  (ii) $f(x) = x^2 + 1$
  (iii) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
  (iv) $f(x) = (x + 3)^2 - 1$
  (v) $f(x) = 2x^3$
  (vi) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

  Ensuite, faire tracer aux élèves le graphique de chacun de ces polynômes en inversant le signe du coefficient dominant.

(RF7.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

5.1 Exploration des graphiques des fonctions polynomiales

MÉ: p. 274 - 277

GE: p. 266 - 269

Lien Internet

www.padowan.dk/graph

Ce site offre un logiciel graphique en téléchargement gratuit. Bien que le site ne soit qu'en anglais, *graph* fonctionne en français sur un système d'exploitation Windows en français (aussi disponible pour Mac avec wire). Il existe un manuel d'instruction disponible en français (www.padowan.dk/manual)

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

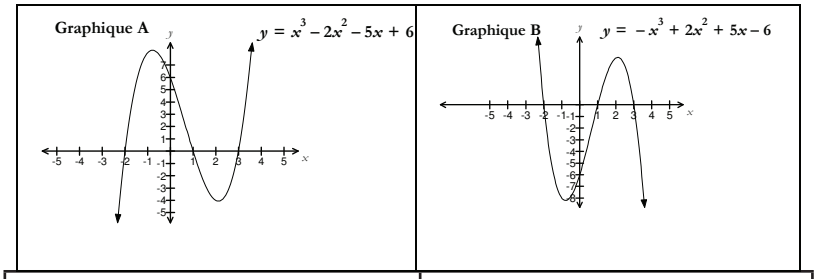
RF7 Suite...

Indicateur de rendement

RF7.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient également examiner la relation entre le coefficient dominant, l'image et le comportement asymptotique des fonctions cubiques.



Coefficient dominant positif	Coefficient dominant négatif
Image : $\{y \mid y \in R\}$	Image : $\{y \mid y \in R\}$
Comportement aux extrémités : décroissante à gauche, croissante à droite	Comportement aux extrémités : croissante à gauche, décroissante à droite
La droite s'étend du quadrant I au quadrant III	La droite s'étend du quadrant II au quadrant IV

Les élèves devraient remarquer que l'extrémité gauche et l'extrémité droite des fonctions cubiques ont des allures opposées.

Les élèves devraient être capables de résumer les caractéristiques des fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) comme suit :

- la courbe d'une fonction polynomiale est continue
- le degré d'une fonction polynomiale détermine la forme de son graphique
- le nombre maximal de zéros d'une fonction est égal à son degré
- toutes les fonctions polynomiales ont une seule ordonnée à l'origine
- dans le graphique d'une fonction polynomiale, tous les changements de direction sont courbes
- une fonction de degré n comporte un maximum de n -1 changements de direction
- le comportement aux extrémités d'une courbe décrit la tendance des valeurs de y lorsque les valeurs de x tendent vers l'infini, en direction des positifs ou des négatifs.

Discutez des lignes verticales avec les élèves. Ces lignes ont forcément soit aucune ordonnée à l'origine, soit une infinité d'ordonnées à l'origine. Cependant, elles ne sont pas des fonctions, car elles ne satisfont pas au critère de la ligne verticale. Cela signifie qu'elles ne font pas partie de la famille des fonctions polynomiales.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Présenter aux élèves une variété de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3). Leur demander de déterminer les caractéristiques suivantes pour chacune des fonctions : (i) l'ordonnée à l'origine (ii) le nombre maximal d'abscisses à l'origine (iii) le comportement aux extrémités (iv) le domaine (v) l'image (vi) le nombre de changements de directions Demander aux élèves de former trois groupes en fonction de la forme des graphiques (linéaire, quadratique ou cubique) et de discuter des caractéristiques des graphiques de leur groupe respectif (ressemblances et différences). (RF7.1)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **5.1 Exploration des graphiques des fonctions polynomiales** MÉ: p. 274 - 277 GE: p. 266 - 269

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF7 Suite...

Indicateur de rendement

RF7.2 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques de fonctions polynomiales en analysant leurs équations.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont associé à un graphique des expressions linéaires exprimées sous la forme pente coordonnée à l'origine, la forme générale et la forme pente coordonnées (RF6). Dans le cours de mathématiques 2231, ils ont examiné des fonctions quadratiques exprimées selon la forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$, la forme canonique $f(x) = a(x - h)^2 + k$ et la forme factorisée $f(x) = a(x - r)(x - s)$ (RF1). Dans ce module, les élèves travailleront avec des équations cubiques sous la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Les élèves devront décrire les caractéristiques d'un graphique à l'aide du degré de la fonction, du signe du coefficient dominant et de la valeur de la constante. Demandez aux élèves d'examiner un certain nombre d'équations et de tracer les graphiques correspondants à l'aide de technologies comme winplot ou FX Draw. Il pourrait être bon pour les élèves de commencer par tracer $y = x^3$ et $y = -x^3$. Ils devraient ensuite examiner d'autres variantes, comme $y = 2x^3 + 10x^2 - 2x - 8$ et $y = -x^3 + x^2 + 5x + 3$. Pour stimuler la discussion, posez des questions comme les suivantes :

- De quelle façon le signe du coefficient dominant affecte t il le comportement asymptotique d'une fonction polynomiale?
- Quel est le lien entre la constante d'une fonction polynomiale et l'ordonnée à l'origine de son graphique?

Les élèves devraient remarquer que le degré d'une fonction polynomiale détermine la forme de son graphique. Dans le cas d'une fonction cubique, l'allure de l'extrémité de gauche est l'opposé de l'allure de l'extrémité de droite. Si le coefficient dominant d'une fonction cubique est positif, le graphique est décroissant à gauche et croissant à droite. Les extrémités se situent vers le bas du troisième quadrant et vers le haut du premier quadrant (comme le graphique de $y = x$). Si le coefficient dominant est négatif, le graphique est croissant à gauche et décroissant à droite. Les extrémités se situent vers le haut du deuxième quadrant et vers le bas du quatrième quadrant (comme celui de $y = -x$). La valeur de la constante correspond à l'ordonnée à l'origine.

Lorsqu'on leur présente une fonction polynomiale, les élèves devraient simplement être capables de déterminer le nombre maximal de zéros et le nombre d'extremums. Par exemple, une fonction polynomiale cubique qui n'a aucun extremum n'aura qu'un zéro, mais une fonction cubique comportant deux extremums pourrait avoir un, deux ou trois zéros. Les élèves n'ont pas à factoriser une équation donnée en forme générale pour trouver les valeurs des zéros, ni à manipuler les équations pour les exprimer en forme générale.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes sur les fonctions polynomiales (de degré ≤3) et d'expliquer leur raisonnement.
  - (i) Se peut-il que les extrémités d'une fonction polynomiale se situent dans les premier et quatrième quadrants?
  - (ii) Quel type de fonction polynomiale comporte un sommet?
  - (iii) Dans quel type de fonction polynomiale le domaine et l'image correspondent ils toujours aux réels?
  - (iv) Combien d'extremums peut-il y avoir dans une fonction cubique? quadratique? linéaire?

(RF7.1, RF7.2)

Papier et crayon

- Pour chaque type de fonction polynomiale, demander aux élèves d'écrire une équation avec une ordonnée à l'origine de -3.
  - i) constante
  - ii) linéaire
  - iii) quadratique
  - iv) cubique

(RF7.1, RF7.2)

- Demander aux élèves d'écrire une équation de fonction polynomiale qui satisfait à chaque ensemble de critères :
  - (i) extrémités situées dans les troisième et quatrième quadrants; un extremum; ordonnée à l'origine = 4
  - (ii) extrémités situées dans les deuxième et quatrième quadrants; trois zéros
  - (iii) deux extremums; ordonnée à l'origine = - 3
  - (iv) image = y ≥ 2; ordonnée à l'origine = 2
  - (v) fonction croissante de premier degré; ordonnée à l'origine = 4

  Demander aux élèves de comparer leurs réponses à celles d'un partenaire pour qu'ils constatent qu'il existe plusieurs réponses possibles.

(RF7.1, RF7.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

5.2 Caractéristiques des équations des fonctions polynomiales

MÉ: p. 278 - 294

GE: p. 270 - 280

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF7 Suite...

Indicateur de rendement

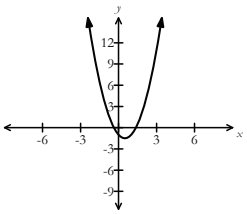
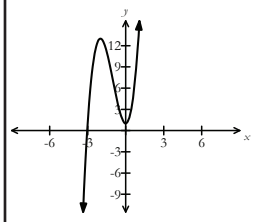
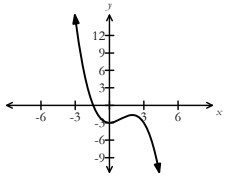
RF7.3 *Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans leur analyse de graphique, les élèves n'auront pas à déterminer si les abscisses à l'origine ou zéros correspondent aux racines d'une équation du premier, du deuxième ou du troisième degré.

Les élèves devraient apprendre à associer une fonction polynomiale au graphique correspondant. Encouragez les élèves à justifier leurs décisions à l'aide de caractéristiques comme le comportement asymptotique, les changements de direction, l'ordonnée à l'origine et le nombre d'abscisses à l'origne.

Présentez aux élèves le tableau ci-dessous et demandez leur de justifier leurs choix pour les aider à améliorer leurs connaissances sur les propriétés des fonctions polynomiales.

Graphique	Équation	Justification
	$y = 2x^2 - 2x - 1$ fonction quadratique	• Coefficient dominant positif; la courbe est croissante à gauche et à droite (extrémités situées dans les premier et deuxième quadrants) • Constante de - 1; ordonnée à l'origine à - 1 • Équation du deuxième degré; maximum de deux abscisse à l'origne, un seul changement de direction
	$y = 3x^3 + 9x^2 + 1$ fonction cubique	• Coefficient dominant positif; courbe décroissante à gauche et croissante à droite (extrémités situées dans les premier et troisième quadrants) • Constante de 1; ordonnée à l'origine à 1 • Équation du troisième degré; maximum de trois abscisse à l'origne, possibilité d'aucun ou de deux changements de directions
	$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3$ fonction cubique	• Coefficient dominant négatif; la courbe est croissante à gauche et décroissante à droite (extrémités situées dans les deuxième et quatrième quadrants) • Constante de - 3; ordonnée à l'origine à - 3 • Équation du troisième degré; maximum de trois abscisse à l'origne, possibilité d'aucun ou de deux changements de directions

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Performance • Pour l'activité *Faites le lien*, donner aux élèves une variété de cartes sur lesquelles figurent, séparément, des équations, des graphiques et des descriptions. Les élèves doivent circuler dans la classe et trouver les cartes qui correspondent à celles qu'ils ont en main. (RF7.1, RF7.2, RF7.3) • Demander aux élèves de créer une affiche ou une présentation multimédia dans laquelle ils résumeront les caractéristiques des fonctions polynomiales de degré ≤ 3. (RF7.1, RF7.2, RF7.3) *Papier et crayon* • Demander aux élèves d'esquisser deux graphiques possibles de fonctions polynomiales satisfaisant à chaque ensemble de caractéristiques : (i) deux changements de directions, coefficient dominant négatif, constante de - 5 (ii) équation du deuxième degré, un changements de direction (minimum), constante de - 3 (RF7.1, RF7.2, RF7.3)	***Principes mathématiques 12*** **5.2 Caractéristiques des équations des fonctions polynomiales** MÉ: p. 278 - 294 GE: p. 270 - 280

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF7 Suite...

Indicateurs de rendement

RF7.4 *Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction polynomiale qui représente le mieux les données.*

RF7.5 *Interpréter le graphique d'une fonction polynomiale qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.*

RF7.6 *Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions polynomiales et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient déterminer quelle fonction polynomiale (de degré ≤ 3) représente le mieux un ensemble de données, et utiliser une fonction de régression pour résoudre un problème. Il convient de souligner que les élèves n'ont pas à déterminer l'équation d'une droite de régression ou d'une courbe sans l'aide de la technologie. Il s'agit de leur premier contact avec la notion de régression. Les équations de régression exponentielle, logarithmique et sinusoïdale suivront dans des modules subséquents.

Donnez l'occasion aux élèves de s'habituer à l'utilisation de la technologie pour trouver les équations de régression. Les élèves peuvent utiliser des calculatrices graphiques, des appareils mobiles, des applications pour téléphones intelligents et tablettes, des logiciels informatiques ou des outils en ligne comme Geogebra pour calculer et tracer des droites ou des courbes de régression.

Les élèves devraient travailler sur la régression linéaire, puis passer à la régression quadratique et à la régression cubique. Faites leur utiliser des données de la vie réelle pour créer une table de valeurs et un diagramme de dispersion. Assurez vous que les élèves font la distinction entre les variables indépendantes et les variables dépendantes. Le diagramme de dispersion leur permettra d'avoir une représentation visuelle des données. Revenez avec les élèves sur une relation linéaire qui peut être exprimée sous la forme pente ordonnée à l'origine. Ils devraient être capables de déterminer les caractéristiques de la droite de meilleur ajustement et d'écrire l'équation sous la forme $y = mx + b$. En outre, les élèves devraient être capables de déterminer ce que représentent la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite de meilleur ajustement dans un problème contextualisé.

Les élèves devraient ensuite avoir à déterminer des équations de régression quadratiques ou cubiques à partir de données. L'enseignant peut revenir sur la régression linéaire en comparant les diverses formes de régression. Encouragez les élèves à discuter des caractéristiques du graphique. Si la courbe a l'apparence d'une parabole ouverte vers le bas, par exemple, ils devraient comprendre que le coefficient dominant de l'équation sera négatif.

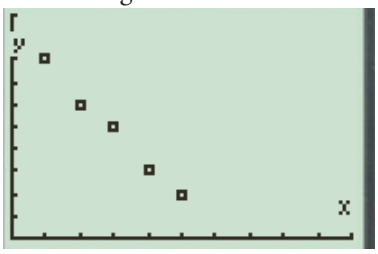
Il est important que les élèves comprennent que la régression polynomiale donne l'équation d'une droite (ou d'une courbe) qui représente le point d'équilibre entre les points situés de chaque côté. Lorsque les élèves travaillent sur des exemples, l'enseignant devrait leur indiquer le type de régression à utiliser (linéaire, quadratique ou cubique). La détermination du meilleur type de régression à utiliser en contexte ne fait pas partie des résultats d'apprentissage de ce cours.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Le diagramme de dispersion ci dessous représente l'évolution de la température à Port Hope Simpson de une heure de l'après midi à cinq heures de l'après midi. Demander aux élèves de tracer la droite de meilleur ajustement manuellement pour ce diagramme de dispersion. Les élèves peuvent comparer leurs résultats et en discuter. Ils devraient ensuite utiliser la technologie pour déterminer la véritable équation de la droite de régression.

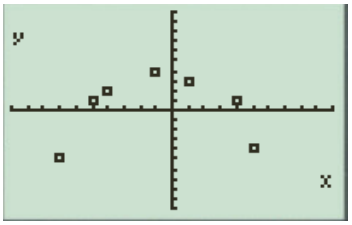


L1	L2
1	8
2	6
3	5
4	3
5	2
------	------

Demander aux élèves de discuter des caractéristiques de la droite (pente et ordonnée à l'origine) et de ce qu'elles représentent dans cette mise en situation.

(RF7.4)

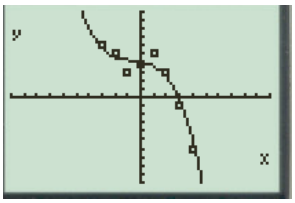
- Demander aux élèves de déterminer à l'aide de la technologie, l'équation de la fonction de régression quadratique qui correspond aux données ci dessous.



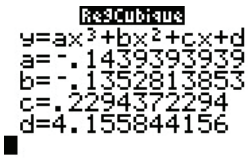
L1	L2
-7	-5
-5	1
-4	2
-1	4
1	3
4	1
5	-4

(RF7.4, RF7.6)

- Le diagramme de dispersion et la courbe de meilleur ajustement correspondant à un ensemble de données se trouvent ci dessous. Demander aux élèves de déterminer la valeur de y lorsque $x = 3{,}5$ à l'aide du graphique et de l'équation.



L1	L2
-3	6
-2	5
-1	3
0	4
1	5
2	3
3	-1



(RF7.4, RF7.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

5.3 Modélisation de données à l'aide de la droite la mieux ajustée

MÉ: p. 295 - 306

GE: p. 281 -286

5.4 Modélisation de données à l'aide de la courbe la mieux ajustée

MÉ: p. 307 - 316

GE: p. 287 - 294

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF7 Suite...

Indicateurs de rendement

RF7.4, RF7.5, RF7.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves une variété de problèmes mettant en jeu des données pour lesquelles la meilleure représentation est un graphique de fonction polynomiale.

- Le tableau ci dessous donne le prix moyen de l'essence au Canada de 2005 à 2009. Demandez aux élèves de prédire le prix de l'essence en 2020 au moyen d'une régression cubique.

Nombre d'années depuis 2005	Prix en cents par litre
0	92,3
1	87,7
2	101,8
3	114,1
4	94,5

Les élèves peuvent interpoler ou extrapoler des valeurs en suivant la droite ou la courbe de meilleur ajustement, ou en substituant des valeurs dans l'équation de la fonction de régression. Rappelez aux élèves que l'équation de régression est un modèle qui représente au mieux l'ensemble des données, plutôt qu'un point précis dans le diagramme de dispersion. Par conséquent, les valeurs calculées ne correspondront pas nécessairement aux données empiriques.

Lorsqu'un modèle de régression est utilisé sur un ensemble de données, une attention particulière devrait être consacrée à l'image des données. Il n'est souvent pas propice d'utiliser une équation de régression pour essayer de prédire des valeurs situées à l'extérieur de cette image (extrapolation). Expliquez les scénarios ci dessous aux élèves pour leur faire comprendre en quoi l'extrapolation peut donner des résultats irréalistes.

- Un modèle linéaire montre l'évolution du poids de jeunes enfants en fonction de l'âge. L'utilisation de ce modèle pour des adultes, ou même des adolescents, ne serait pas adéquate, car la relation entre l'âge et le poids n'est pas la même dans tous les groupes d'âge.
- Un modèle cubique montre le nombre de victoires d'une équipe de hockey au fil du temps (en années). Si les élèves extrapolent trop loin dans l'avenir, le modèle pourrait prédire un plus grand nombre de victoires qu'il est possible d'en amasser en une année.

Les élèves devraient simplement être capables d'estimer, en dehors des données fournies, des exemples qui sont mathématiquement réalistes.

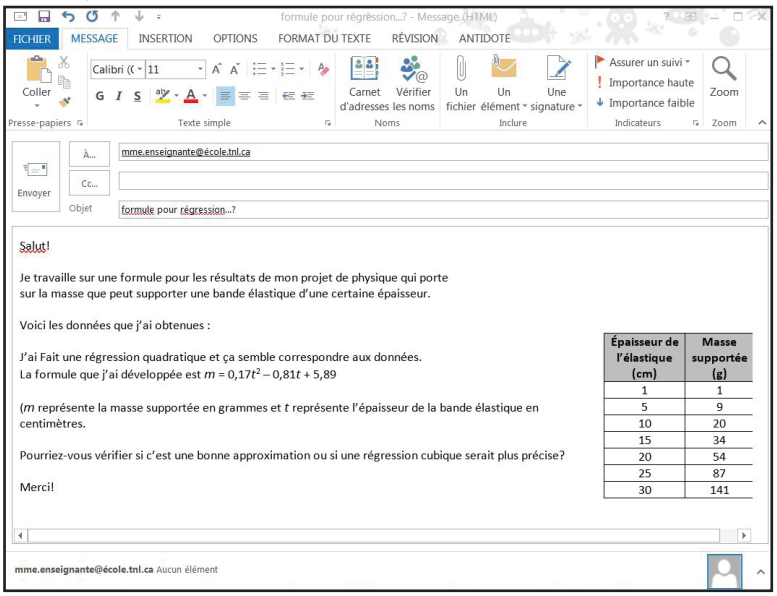
Les élèves devraient aussi tenir compte des facteurs externes pouvant influencer les résultats prévus. Supposons, par exemple, que des données soient collectées sur le nombre de clients dans un magasin au cours de l'année. Si les données suivent une tendance cubique, un modèle de régression cubique permettrait aux élèves de prédire le nombre de clients dans le magasin pour une journée donnée. Par contre, le modèle ne permet pas de prédire si le magasin tiendra des soldes lors de cette journée, si la concurrence y sera plus forte, si la météo sera mauvaise, et ainsi de suite.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre au courriel envoyé par Marie à son enseignante.



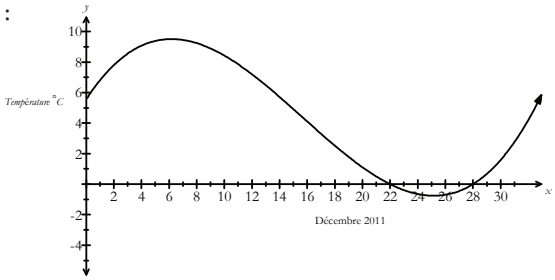
Épaisseur de l'élastique (cm)	Masse supportée (g)
1	1
5	9
10	20
15	34
20	54
25	87
30	141

(RF7.4, RF7.5, RF7.6)

- Demander aux élèves de recueillir leurs propres données sur un sujet qui les intéresse, puis de créer un diagramme de dispersion et de décrire d'éventuelles tendances. Leur demander de déterminer un modèle approprié à l'aide d'une régression, de formuler un problème et d'utiliser leur modèle pour le résoudre. Les élèves présenteront leurs résultats au reste de la classe.

(RF7.4, RF7.5, RF7.6)

- Le graphique ci dessous représente l'évolution de la température en décembre dernier. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :



(i) Selon vous, quelle sera la température le 1er janvier 2012?
(ii) Quelle a été la journée la plus froide du mois de décembre?
(iii) Quelle température aurait-il pu faire le 27 novembre 2011?
(iv) Serait-ce une bonne idée d'utiliser ce modèle pour prédire la température au 15 janvier 2012? Pourquoi?

(RF7.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

5.3 Modélisation de données à l'aide de la droite la mieux ajustée

MÉ: p. 295 - 306

GE: p. 281 -286

5.4 Modélisation de données à l'aide de la courbe la mieux ajustée

MÉ: p. 307 - 316

GE: p. 287 - 294

Fonctions exponentielles

Durée suggérée: 13 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Les élèves décriront les caractéristiques des fonctions exponentielles à partir de leur graphique et de leur équation. Leur description comprendra des aspects comme le domaine et l'image de la fonction, son caractère croissant ou décroissant, et ses coordonnées à l'origine.

Les élèves résoudront algébriquement des équations exponentielles dans lesquelles les bases sont identiques. Dans le prochain module sur les logarithmes, ils résoudront des équations exponentielles dans lesquelles les bases ne sont pas des puissances l'une de l'autre.

Les élèves résoudront des problèmes au moyen d'un modèle de régression exponentielle. Ils représenteront les données dans un diagramme de dispersion et détermineront l'équation de la fonction de régression exponentielle.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

RAS RF5

Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.

RAS RF6

Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes.

Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Relations et fonctions	Relations et fonctions	Relations et fonctions
RF6 Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : • explicite: $y = mx + b$ • générale: $Ax + By + C = 0$ • pente-point: $y - y_1 = m(x - x_1)$ à leurs graphiques. [L, R, T, V]	RF2 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques [C, L, R, RP, T, V]	RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles. [C, L, R, RP, T] RF6. Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes.

[C, L, RP, T, V]

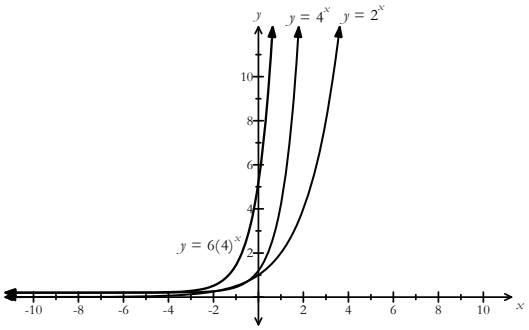
Indicateur de rendement

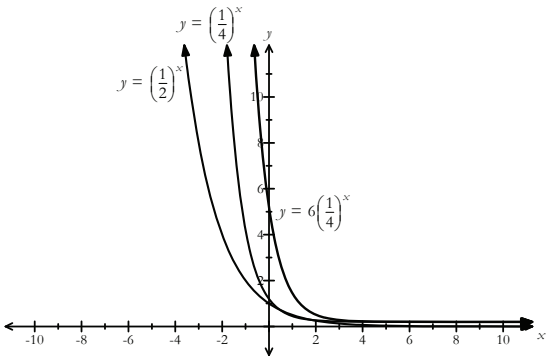
RF6.1 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions exponentielles en analysant leurs graphiques.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont travaillé sur des relations linéaires exprimées sous la forme pente ordonnée à l'origine, la forme canonique et la forme pente coordonnées (RF6). Dans le cours de Mathématiques 2231, ils ont résolu des problèmes faisant intervenir des équations quadratiques (RF2). Les élèves verront à présent des équations exponentielles sous la forme $y = a(b)^x$, où $b > 1$ ou $0 < b < 1$ et $a > 0$. Les fonctions logarithmiques seront abordées dans le prochain module.

À l'aide de la technologie ou d'une table de valeurs, les élèves devraient explorer les caractéristiques d'une fonction exponentielle de forme $y = a(b)^x$ dans laquelle $b > 0$, $b \neq 1$, et $a > 0$. Revenez sur les termes comme comportement asymptotique, domaine, image et coordonnées à l'origine.





À partir des graphiques, les élèves devraient remarquer les caractéristiques suivantes à propos de la fonction $y = a(b)^x$ dans laquelle $b > 0$, $b \neq 1$, et $a > 0$:

- il n'y a aucune abscisse à l'origine et une ordonnée à l'origine
- l'image des fonctions exponentielles est limitée par l'axe des x, mais leur domaine correspond aux réels
- la fonction peut être croissante ou décroissante
- certaines fonctions exponentielles croissent ou décroissent de façon plus prononcée que d'autres.

Les élèves ne verront que des exemples où l'asymptote correspond à l'axe des abscisses. La notion d'asymptote est souvent abordée dans des cours comme ceux de biologie. Il pourrait s'agir d'une bonne occasion de discuter de cette notion et du lien entre l'asymptote et l'image dans les fonctions exponentielles.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de tracer le graphique des fonctions suivantes à l'aide de la technologie. Ils devraient analyser et consigner les renseignements suivants :

	$y = 2^x$	$y = 3^x$	$y = 5(3)^x$
ordonnée à l'origine			
nombre de zéros			
comportement aux extrémités			
domaine			
image			

	$y = (\frac{1}{2})^x$	$y = (\frac{1}{4})^x$	$y = 3(\frac{1}{4})^x$
ordonnée à l'origine			
nombre de zéros			
comportement aux extrémités			
domaine			
image			

(RF6.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.1 Exploration des caractérisitiques des fonctions exponentielles

Manuel de l'élève (MÉ):
p. 334 -337

Guide d'enseignement (GE):
p. 326 - 329

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.2 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions exponentielles en analysant leurs équations.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient étudier l'équation d'une fonction exponentielle. Ils savent qu'une fonction polynomiale du premier degré est linéaire, qu'une fonction du deuxième degré est quadratique et qu'une fonction du troisième degré est cubique. Ils devraient maintenant travailler avec une équation dont la puissance est variable.

Les élèves devraient explorer la façon dont les paramètres a et b de l'équation exponentielle $y = a(b)^x$, où $b > 0$, $b \neq 1$, et $a > 0$, influencent le graphique de la fonction. Ils peuvent utiliser la technologie pour tracer le graphique, mais il est aussi important qu'ils tentent de repérer des tendances dans la table de valeurs de la fonction exponentielle. Assurez vous que les élèves comprennent que lorsque la valeur de x augmente de 1, la valeur de y augmente (ou diminue) d'un même multiple. Le paramètre associé à ce multiple est b.

Par exemple, demandez aux élèves de comparer $y = 2^x$ et $y = 5(2)^x$. De même, les élèves peuvent comparer $y = (\frac{1}{2})^x$ et $y = 3(\frac{1}{2})^x$. Utilisez les questions suivantes pour stimuler la discussion parmi les élèves :

- Quelle est la relation entre l'ordonnée à l'origine et le paramètre a?
- Comment peut-on déterminer l'ordonnée à l'origine de façon algébrique à partir de l'équation?
- Qu'arrive t il à la fonction exponentielle si $b > 1$? Qu'arrive-t-il aux valeurs de y à mesure que l'on se déplace de gauche à droite le long de l'axe des x?
- Qu'arrive-t-il à la fonction exponentielle si $0 < b < 1$? Qu'arrive-t-il aux valeurs de y à mesure que l'on se déplace de gauche à droite le long de l'axe des x?
- Pourquoi n'y a-t-il pas de zéro?
- Est-ce que le domaine ou l'image changent si a ou b changent?

Cette activité permet aux élèves de prendre conscience que l'ordonnée à l'origine correspond à la valeur du paramètre a et que toutes les fonctions exponentielles de cette forme ont un comportement asymptotique, un domaine et une image identiques. La fonction exponentielle est croissante si $a > 0$ et $b > 1$ et décroissante si $a > 0$ et $0 < b < 1$. Insistez sur la valeur de b^0 et la façon dont elle est liée à l'ordonnée à l'origine dans les fonctions exponentielles de forme $y = b^x$ et $y = a(b)^x$.

Il s'agit d'une bonne occasion d'analyser le graphique de $y = b^x$ lorsque $b = 1$ et lorsque $b < 0$. Les élèves devraient remarquer ce qui suit :

- Si $b = 1$, la fonction est une ligne horizontale.
- Si b est négatif, lorsque x est un nombre entier, les valeurs de y oscillent d'une valeur positive à une valeur négative; lorsque x est un nombre rationnel, les valeurs de y peuvent être non réelles.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de décrire en quoi $y = x^2$ est différent de $y = 2^x$. L'explication devrait tenir compte du domaine, de l'image et de la forme de la courbe.
- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes étant donné $y = a(b)^x$ lorsque $b > 0$, $b \neq 1$, et $a > 0$:
  - (i) Pourquoi est-ce que la fonction tend vers 0 à mesure que x tend vers l'infini lorsque $0 < b < 1$?
  - (ii) Pourquoi est-ce que la fonction tend vers l'infini lorsque x tend vers l'infini quand $b > 1$?

(RF6.2)

Performance

- Proposer l'activité *Trouvez votre partenaire aux élèves*. Préparer des paires de cartes sur lesquelles figurent une équation exponentielle et le graphique correspondant. Distribuer les cartes aux élèves et leur demander de trouver la personne qui a la carte correspondant à la leur. Une fois que les élèves ont trouvé leur partenaire, ils doivent justifier ce choix.

(RF6.1, RF6.2)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de remplir le tableau suivant pour l'équation $y = 8\left(\frac{2}{3}\right)^x$:

$y = 8\left(\frac{2}{3}\right)^x$	Vrai	Faux	Justification
(i) L'ordonnée à l'origine est à 1			
(ii) Il y a une seule abscisse à l'origine			
(iii) L'image est $\{y \mid y > 0, y \in R\}$			
(iv) Le domaine est $\{x \mid x > 8, x \in R\}$			
(v) Il s'agit d'une fonction exponentielle décroissante			

(RF6.1, RF6.2)

- Demander aux élèves de tracer, à partir d'une table de valeurs, le graphique de $y = (-2)^x$ et $y = (1)^x$. Leur faire expliquer pourquoi ces graphiques ne représentent pas des fonctions exponentielles.

(RF6.1, RF6.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.2 Association des caractéristiques d'une fonction exponentielle à son équation

MÉ: p. 338 - 351

GE: p. 330 - 335

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Suite...

Indicateur de rendement

RF6.3 *Apparier les équations exponentielles d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le fait d'associer une équation exponentielle au graphique correspondant pourrait aider les élèves à comprendre comment les paramètres a et b peuvent servir à prédire les caractéristiques d'une fonction exponentielle. Par exemple, pour trouver le graphique de la fonction $y = 25\left(\frac{1}{3}\right)^x$, les élèves devraient être à la recherche d'une fonction exponentielle décroissante dont l'ordonnée à l'origine est à 25.

RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.

[C, L, R, RP, T]

En 9e année, les élèves ont travaillé avec des puissances dont la base était un entier (excluant zéro) et dont l'exposant était un entier (9N1, 9N2). Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appliqué les lois des exposants à des expressions dont les bases étaient rationnelles ou entières, et dont les exposants étaient rationnels ou entiers. Ils ont aussi exprimé des puissances dont l'exposant était rationnel sous forme de radicaux, et inversement (AN3). Dans ce module, les élèves apprendront à résoudre des équations exponentielles.

Indicateur de rendement

RF5.1 *Déterminer la solution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases sont des puissances les unes des autres, ex. : $2^{x-1} = 4^{x-2}$.*

Dans le cours de Mathématiques 2231, students solved quadratic equations (RF2). les élèves ont résolu des équations quadratiques (RF2). Ils devraient savoir résoudre des équations comme $x^2 = 64$. Invitez les à discuter de ce qui se produirait si la variable prenait la place de l'exposant $2^x = 64$. Faites la comparaison suivante :

	Signification de l'exposant	Valeur de x
$x^2 = 64$	$x \bullet x = 64$	$x = \pm 8$
$2^x = 64$	$2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 64$	$x = 6$

L'objectif est de permettre aux élèves de comprendre que dans une fonction polynomiale, la variable est multipliée par elle même un certain nombre de fois, tandis que dans la fonction exponentielle, une constante est multipliée par elle même un nombre variable de fois.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- En équipes de deux, les élèves peuvent jouer à une variante du jeu de cartes « *Snap* ». Préparer un jeu de cartes composé de paires sur lesquelles figurent des valeurs d'expressions ou d'équations exponentielles (p. ex. il pourrait y avoir 2^3 sur une carte, et 8 sur la carte correspondante). Choisir un croupier au hasard. Le croupier mélange les cartes et les distribue aux joueurs de l'équipe. Chaque joueur place ses cartes devant lui dans une pile, face contre table. Les joueurs retournent en même temps la carte située sur le dessus de leur pile. Si les cartes correspondent, le premier joueur à dire « *Snap* » gagne toutes les cartes retournées. Si un joueur dit « *Snap* » alors que les cartes situées sur le dessus de chaque pile ne correspondent pas, c'est son adversaire qui gagne toutes les cartes retournées. Le premier joueur qui perd toutes ses cartes perd la manche. Mélanger les cartes et rejouer.

(RF5.1)

Papier et crayon

- Demandez aux élèves d'utiliser les tableaux ci-dessous pour :
  - (i) prédire à quoi ressemblera le graphique de la relation et tracer la courbe
  - (ii) écrire une fonction exponentielle pour chaque ensemble de données.

Tableau A

x	0	1	2	3	4
y	324	108	36	12	4

Tableau B

x	1	2	3	4	5
y	10	20	40	80	160

(RF6.1, RF6.2, RF6.3, RF6.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.3 Résolution d'équations exponentielles

MÉ: p. 352 - 365

GE: p. 336 - 342

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

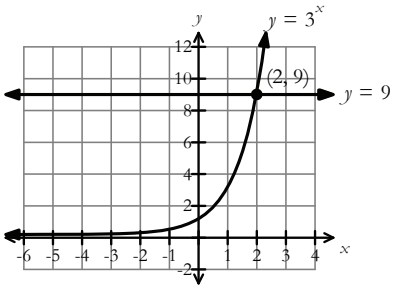
RF5 Suite...

Indicateur de rendement

RF5.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Avant de résoudre des équations exponentielles dans lesquelles les bases sont des puissances l'une de l'autre, les élèves devraient apprendre à résoudre des équations dans lesquelles les bases des deux termes sont identiques. Par exemple, demandez aux élèves de résoudre $3^x = 3^2$. Les élèves peuvent commencer par reformuler l'expression sous la forme $3^x = 9$ puis utiliser l'inspection pour déterminer la solution. Il pourrait être utile que les élèves comparent l'équation exponentielle, $y = 3^x$, et son graphique, de façon à mieux comprendre quels points sont les solutions de l'équation.



Les élèves devraient noter que la solution de $3^x = 3^2$ est $x = 2$. Certains élèves pourraient penser que c'est en simplifiant les bases qu'on arrive à cette solution, mais il est important de leur expliquer que c'est plutôt en faisant l'équivalence entre les exposants.

Les élèves devraient ensuite passer à la résolution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases sont des puissances l'une de l'autre. Les équations exponentielles qui ne peuvent pas être résolues en réduisant chaque terme à des puissances de même base seront résolues algébriquement lorsqu'il sera question de logarithmes, dans le prochain module.

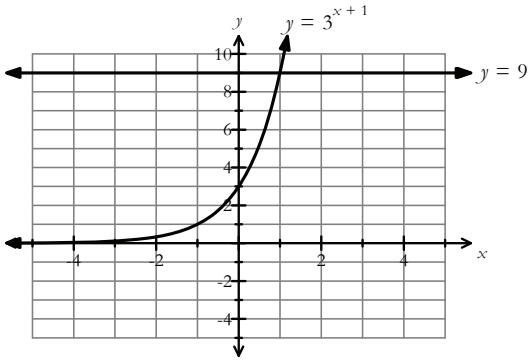
Avant d'aborder la méthode algébrique, faites voir aux élèves la représentation graphique d'une équation comme $2^{x-1} = 8$. Demandez aux élèves de résoudre cette équation exponentielle à l'aide de la technologie, en écrivant chacun des termes de l'équation sous la forme d'une fonction ($y = 2^{x-1}$ et $y = 8$). En traçant ces deux fonctions dans le même plan, ils pourront déterminer leur point d'intersection. Demandez aux élèves d'indiquer quelles valeurs des coordonnées du point d'intersection représentent la solution de l'équation. Le support visuel aidera les élèves à comprendre la solution des équations exponentielles. Cependant, l'accent devrait principalement être mis sur la résolution algébrique des équations exponentielles.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de trouver la solution de $3^{x+1} = 9$ à l'aide du graphique.



Les élèves devraient vérifier leur réponse en déterminant la solution algébriquement.

(RF5.1)

Performance

- Proposer l'activité *Réponse à la volée aux élèves*. Donner une question à choix multiples aux élèves (voir ci dessous). Ils choisissent une réponse et la justifient, de façon anonyme. Les élèves chiffonnent leur réponse en forme de boulette et la lancent dans un panier. Une fois que tous les papiers ont été ramassés, chaque élève en pige un, et se dirige vers le coin de la salle qui correspond à sa réponse. Dans chaque coin, les élèves comparent les explications fournies, puis font un compte-rendu devant le reste de la classe.

Simplifier: $5^{2x-2} = \left(\frac{1}{25}\right)^{x-1}$.

(A) $5^{2x-2} = 5^{3x-3}$
(B) $5^{2x-2} = 5^{-3x+1}$
(C) $5^{2x-2} = 5^{-3x-3}$
(D) $5^{2x-2} = 5^{-3x+3}$

(RF5.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.3 Résolution d'équations exponentielles

MÉ: p. 352 - 365

GE: p. 336 - 342

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 Suite...

Indicateur de rendement

RF5.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour résoudre algébriquement certaines équations exponentielles, les élèves devraient récrire les deux côtés de l'équation sous la forme de puissance de la même base.

Une erreur répandue lorsque l'on résout des exponentielles semblables à $2^{x-1} = 8$, est de diviser par la base plutôt que d'utiliser des bases communes. Par exemple, les élèves pourraient tenter de résoudre $2^{x-1} = 8$ en divisant par 2 les deux cotés de l'équation pour obtenir $x - 1 = 4$. Encouragez-les à vérifier leurs réponses en substituant leur réponse à la place de l'inconnu dans l'équation et en démontrant que les deux côtés de l'équation sont égaux.

Voyez de nouveau avec les élèves le concept de la conversion d'une racine à un exposant. Des exemples comme $\sqrt{8} = 2^{3x-4}$. Ils devraient aussi travailler avec des exponentielles dont l'exposant est négatif.

Les élèves devraient considérer ce qui peut arriver si une exponentielle est multipliée par une constante, par exemple, $4(2)^{x-1} = 8$. Souvent, ils récrivent incorrectement cette équation comme $8^{x-1} = 8$ plutôt que d'utiliser les règles des exposants.

Les élèves devraient envisager ce qui se produirait si la puissance était multipliée par une constante, comme $4(2)^{x-1} = 8$. Il arrive que des élèves reformulent erronément l'équation $8^{x-1} = 8$ au lieu d'appliquer les lois des exposants.

Lorsque l'exposant est un binôme, les élèves oublient parfois d'appliquer la distributivité. Par exemple, pour résoudre l'équation $3 = 81^{x-1}$, les élèves pourraient erronément écrire $3 = 3^{4x-1}$. Assurez vous que les élèves mettent les exposants entre parenthèses et appliquent la distributivité.

RF5.2 *Déterminer la solution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases ne sont pas des puissances les unes des autres, ex. :* $2^{x-1} = 3^{x+1}$.

Les élèves devraient développer leur capacité à estimer la solution d'équations exponentielles, de façon à mieux juger si leur solution est réaliste une fois qu'ils verront la résolution d'équations à l'aide de logarithmes. Les stratégies potentielles comprennent les essais systématiques et l'utilisation de technologies graphiques.

- <u>Essais systématiques</u>

Les élèves peuvent résoudre $2^x = 10$, au centième près, à l'aide de la méthode suivante :

Comme 10 est plus proche de $2^3 = 8$ que de $2^4 = 16$, ils peuvent commencer avec $x \doteq 3{,}3$.

Valeurs de x	Puissance	Valeur approximative
3,3	$2^{3,3}$	9,849
3,4	$2^{3,4}$	10,556

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Aménager des stations dans lesquelles figurent des exemples de solutions erronées à des équations exponentielles. Demander aux élèves de se déplacer entre les stations, de repérer les erreurs et de les corriger. Quelques exemples sont fournis ci-dessous :

$$\sqrt{5} = 25^{3x+4}$$
$$5^{\frac{1}{2}} = 5^{2(3x+4)}$$
$$5^{\frac{1}{2}} = 5^{6x+4}$$
$$\frac{1}{2} = 6x + 4$$
$$2 = 12x + 8$$
$$-6 = 12x$$
$$-\frac{1}{2} = x$$

(RF5.1)

Journal

- Demander aux élèves d'aider trois de leurs amis à résoudre une dispute à propos de l'équation $\frac{1}{8} = 2^{x-5}$. Joannie prétend que l'équation peut être simplifiée comme $-2^3 = 2^{x-5}$. Élisabeth croit que la forme simplifiée est $2^{-3} = 2^{x-5}$. Robert est persuadé que l'équation simplifiée est en fait $4^{-2} = 2^{x-5}$. Demander aux élèves avec qui ils sont d'accord et pourquoi les deux autres réponses sont erronées.

(RF5.1)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  - (i) Résoudre $3(9)^{5x} = 27$. Présenter la solution en classe et discuter des stratégies utilisées.
  - (ii) Résoudre $4^{2x} = 64^{x+1}$ en utilisant deux bases différentes.
  - (iii) Résoudre les équations exponentielles suivantes :
    - (a) $2^x = 128$
    - (b) $5^{2x+1} = 25$
    - (c) $27^{4x} = 9^{x+1}$
    - (d) $16^{2x+1} = (\frac{1}{2})^{x-3}$

(RF5.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.3 Résolution d'équations exponentielles

MÉ: p. 352 - 365

GE: p. 336 - 342

Note :

Les élèves travailleront avec des exemples semblables à l'exemple 4 de la page 360 du manuel de l'élève lorsqu'ils aborderont le concept de logarithme dans la prochaine section.

Lien Internet

Le site suivant offre des fiches interactives sur les lois des exposants.

www.mathmistakes.info/facts/AlgebraFacts/index.html
[en anglais seulement]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF5 Suite...

Indicateur de rendement

RF5.2 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient remarquer que la valeur obtenue avec $2^{3,3}$ est la plus proche de 10, donc la prochaine estimation devrait être plus proche de 3,3 que de 3,4.

3,31	$2^{3,31}$	9,918
3,32	$2^{3,32}$	9,987
3,33	$2^{3,33}$	10,056

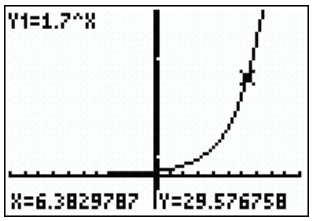
Ils devraient conclure que la meilleure estimation est $x \doteq 3,32$ puisque 9,987 est plus proche de 10 que 10,056.

Encouragez les élèves à utiliser la méthode des essais systématiques avec diverses bases, y compris des bases rationnelles. Le degré de précision des estimations peut toutefois varier.

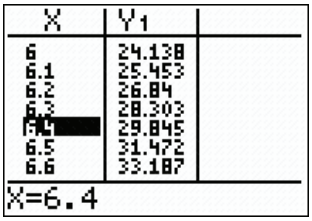
- Technologie graphique

Les élèves peuvent aussi utiliser la technologie graphique pour déterminer la solution d'une équation exponentielle à l'aide de son graphique ou d'une table de valeurs.

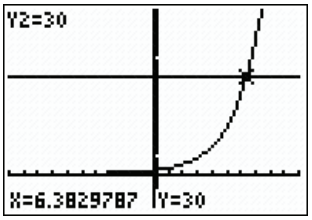
Par exemple, pour trouver la solution de l'équation $1,7^x = 30$ on peut se servir du graphique de $y = 1,7^x$ pour trouver la valeur de x où la fonction correspond approximativement à 30.



Les élèves peuvent aussi consulter la table de valeurs de l'équation pour trouver la valeur de x qui correspond approximativement à 30.



Autrement, ils peuvent trouver le point d'intersection des graphiques de $y = 1,7^x$ et $y = 30$ pour arriver à une solution approximative.

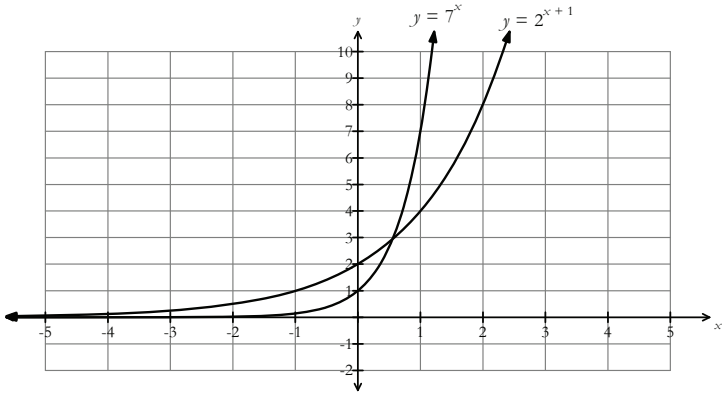


Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Paper and Pencil

- Demander aux élèves d'estimer la solution de l'équation ci dessous à l'aide du graphique. $7^x = 2^{x+1}$.



(RF5.2)

- Demander aux élèves d'estimer par essais systématiques la valeur de *x*, dans :

  (i) $3^x = 16$

  (ii) $4^x = 30$

(RF5.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.3 Résolution d'équations exponentielles

MÉ: p. 352 - 365

GE: p. 336 - 342

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 Suite...

Indicateurs de rendement

RF5.3 *Résoudre des problèmes comportant l'application des équations exponentielles.*

RF5.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Rappelez aux élèves qu'une expression exponentielle représente une situation où une quantité change d'un même facteur par unité de temps. Par exemple, il peut s'agir d'une population qui double tous les ans, d'un compte en banque dont la somme croît de 0,1 % par mois ou de la masse d'une substance radioactive qui diminue de moitié tous les 462 ans. Beaucoup de phénomènes du monde réel peuvent être représentés par des fonctions qui en représentent la croissance ou la réduction au fil du temps.

Présentez aux élèves la fonction exponentielle de demi vie, $A(t) = A_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}$ et discutez des variables inconnues. Les élèves devraient résoudre des problèmes dans lesquels l'équation exponentielle est fournie, et substituer des valeurs dans la fonction selon le contexte du problème.

Demandez aux élèves de résoudre un problème comme l'exemple suivant :

- La population de truites dans un lac peut être représentée par la fonction $P(t) = 200(2)^{\frac{t}{5}}$ dans laquelle $P(t)$ correspond au nombre de truites et t représente le nombre d'années depuis le compte initial. Combien de temps faudra-t-il pour que le lac contienne 6400 truites?

Demandez aux élèves de créer une table de valeurs en choisissant des valeurs de x et en les substituant dans l'équation. La table permettra aux élèves de se représenter la signification des valeurs de l'équation.

Les élèves devraient être en mesure de dégager les conclusions suivantes

- la valeur 200 correspond au nombre initial de truites dans le lac

t	0	1	2	3	4	5
$P(t)$	200	229,74	263,90	303,14	348,22	400

- le nombre de truites double tous les 5 ans
- il est possible de déterminer la valeur de t à laquelle $P(t)$ = 6400 en reformulant l'équation pour utiliser une seule base ($2^5 = 2^{\frac{t}{5}}$)

Les élèves travailleront de nouveau avec des problèmes de demi vie et de temps de doublement dans le prochain module sur les logarithmes.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Les systèmes de traitement d'eau ruraux sont souvent contaminés par des bactéries d'origine animale. Supposons qu'une citerne d'eau est infectée par une colonie de 14 000 bactéries E. coli. Le nombre de bactéries dans la colonie double tous les 4 jours. La fonction $A(t) = 14\,000(2)^{\frac{t}{4}}$ donne le nombre de bactéries dans la citerne après *t* jours. Demander aux élèves de déterminer la valeur de t pour $A(t)$ = 224 000 et d'expliquer ce que signifie cette réponse dans le cadre du problème. (RF5.1, RF5.3) • Un isotope radioactif a une demi vie de 30 heures. La quantité $A(t)$, de l'isotope au moment t peut être représentée par la fonction $A(t) = A_0(\frac{1}{2})^{\frac{t}{h}}$. Demander aux élèves de déterminer algébriquement combien de temps il faudra pour qu'il ne reste plus que 56 mg d'un échantillon initial de 1792 mg. (RF5.1, RF5.3)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **6.3 Résolution d'équations exponentielles** MÉ: p. 352 - 365 GE: p. 336 - 342

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.4 *Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction exponentielle qui représente le mieux les données.*

RF6.5 *Interpréter le graphique d'une fonction exponentielle qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.*

RF6.6 *Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions exponentielles et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont effectué des régressions linéaires, quadratiques et cubiques lorsqu'ils ont vu les fonctions polynomiales. Ils continueront d'utiliser la technologie pour créer des diagrammes de dispersion et déterminer l'équation de fonctions de régression exponentielle à partir d'un ensemble de données. Le tableau ci dessous montre les dépenses des ménages à Terre-Neuve-et-Labrador de 2000 à 2009. Ces dépenses comprennent notamment la nourriture, le logement, le transport, les soins de santé, les soins personnels, l'éducation et les loisirs.

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Dépenses des ménages	43 501	45 759	46 597	47 944	49 126

Année	2005	2006	2007	2008	2009
Dépenses des ménages	52 306	53 939	55 007	57 713	57 605

Les élèves pourraient trouver utile de définir les variables t = nombre d'années depuis 2000, et $H(t)$ = dépenses des ménages t années depuis 2000.

t	0	1	2	3	4
$H(t)$	43 501	45 759	46 597	47 944	49 126

Une fois que les élèves ont construit un diagramme de dispersion à l'aide des données, ils devraient répondre aux questions suivantes :

- Le graphique semble–t-il correspondre à une courbe exponentielle? Expliquez votre raisonnement.
- Déterminez l'équation de la fonction de régression exponentielle correspondant aux données.
- Tracez la courbe de meilleur ajustement.
- Selon ce modèle exponentiel, quelles seront les dépenses des ménages en 2020? Certains facteurs pourraient-ils faire en sorte que le montant réel ne corresponde pas à cette prévision?

Comme dans les modules précédents, on devrait préciser aux élèves quel type de régression ils doivent appliquer. La détermination du type de régression le plus approprié est un résultat de ce cours.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Paper and Pencil

- Le tableau ci dessous présente les frais de scolarité moyens payés par les étudiants à temps plein au Canada.

Année scolaire	Frais de scolarité
2004-2005	4 140 $
2005-2006	4 214 $
2006-2007	4 400 $
2007-2008	4 558 $
2008-2009	4 747 $
2009-2010	4 942 $
2010-2011	5 146 $
2011-2012	5 366 $

Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

(i) À l'aide de la technologie, créer un diagramme de dispersion à partir des données.

(ii) Le graphique semble-t-il correspondre à une courbe exponentielle?

(iii) Utiliser une régression exponentielle pour déterminer une fonction correspondant aux données.

(iv) Estimer les frais de scolarité en 2015-2016.

(RF6.4, RF6.5, RF6.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.4 Modélisation de données à l'aide de fonctions exponentielles

MÉ: p. 370 - 385

GE: p. 344 - 352

Lien Internet

Les données sur les dépenses des ménages et les frais de scolarité se trouvent à *www.statcan.gc.ca*

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.4, RF6.5, RF6.6 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient voir des applications financières d'équations exponentielles. Abordez les concepts d'intérêt simple et d'intérêt composé. Il est important que les élèves se familiarisent avec ces concepts, car ils les utiliseront plus tard dans le module sur les finances.

Présentez aux élèves la fonction exponentielle de calcul des intérêts composés, $A = P(1 + i)^n$ dans laquelle A représente la valeur future, P représente le capital, i représente le taux d'intérêt par période de calcul (exprimé sous forme décimale) et n représente le nombre de périodes de calcul.

L'enseignant peut utiliser un exemple, comme celui d'un compte d'épargne, pour établir une comparaison entre l'intérêt simple et l'intérêt composé. Demandez aux élèves de calculer le montant total que contiendrait un compte après un an, deux ans, et ainsi de suite, s'il contenait un capital de 1000 $ (P) à un taux d'intérêt annuel de 5 % (r = 0,05).

Intérêt simple :

Année (t)	Total à la fin de l'année (A)
0	1000 $
1	1050 $ (1000 $ + 1000 $(0,05)(1))
2	1100 $ (1000 $ + 1000 $(0,05)(2))
3	1150 $ (1000 $+ 1000 $(0,05)(3))

En faisant les calculs, les élèves devraient réfléchir aux éléments suivants :

- Est-ce que l'intérêt simple accumulé chaque année est constant ou variable?
- De quelle nature est la relation entre le nombre d'années, l'intérêt accumulé chaque année et l'intérêt total accumulé?

Insistez sur le fait que l'intérêt simple est calculé uniquement sur le capital initial, pas sur les intérêts accumulés. En dessinant la progression de la valeur de l'investissement, les élèves réaliseront que le graphique est composé d'une suite de points distincts qui a la forme d'une droite croissante. Le fait que les points soient distincts signifie qu'il n'y a pas de croissance entre deux points, elle ne se produit que de la fin d'une année à la fin de l'année suivante.

Insistez sur le fait que la valeur accumulée, A, correspond à la somme du capital et de l'intérêt accumulé (Prt). Montrez aux élèves la formule de calcul de l'intérêt simple, $A = P + Prt$ ou $A = P(1 + rt)$, dans laquelle P représente le capital, t représente le temps en années et r représente le taux d'intérêt annuel. Si les élèves ont de la difficulté à appliquer la formule de calcul de l'intérêt simple, ils peuvent créer des tables de valeurs pour déterminer la valeur de l'investissement à certains intervalles jusqu'à ce qu'ils remarquent la tendance.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Kevin a investi les 5000 $ gagnés pendant l'été à un taux d'intérêt simple de 8 %, calculé annuellement. Demander aux élèves de tracer le graphique de la croissance de l'investissement sur 6 ans en utilisant le temps (années) comme domaine et la valeur de l'investissement comme image. Ils devraient répondre aux questions suivantes : i) Qu'indique la forme du graphique sur le type de croissance? Pourquoi les données sont-elles discrètes? ii) Que représentent l'ordonnée à l'origine et la pente en termes d'investissement? iii) Quelle sera la valeur de l'investissement après 10 ans? (RF6.4, RF6.5, RF6.6)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **6.5 Applications financières et fonctions exponentielles** MÉ: p. 386 - 399 GE: p. 353 - 364

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 et RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.4, RF6.5, RF6.6, RF5.3
Suite

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Intérêt composé :

Aidez les élèves à préparer le tableau d'investissement avec taux d'intérêt composé et à faire les calculs. Demandez leur s'ils remarquent des tendances dans la table de valeurs. Par exemple, remarquent ils que le montant d'intérêt accumulé chaque année et la valeur de l'investissement total n'augmentent pas d'un montant constant, contrairement à ce qui se produisait avec l'intérêt simple?

Année (t)	Intérêt annuel	Valeur totale à la fin de l'année (A)
0		1000 $
1	1000 × 0,05 = 50	1050 $ $(1000(1,05)^1)$
2	1050 × 0,05 = 52,50	1102,50 $ $(1000(1,05)^2)$
3	1102,50 × 0,05 = 55,13	1157,63 $ $(1000(1,05)^3)$
4	1157,63 × 0,05 = 57,88	1215,51 $ $(1000(1,05)^4)$

Les élèves devraient reconnaître que l'intérêt composé est calculé en appliquant le taux d'intérêt à la somme du capital et de l'intérêt accumulé.

La formule de calcul de l'intérêt composé n'est pas la même que celle du calcul de l'intérêt simple. Demandez aux élèves de créer un diagramme de dispersion et d'effectuer une régression exponentielle pour représenter l'investissement. L'équation devrait être $y = 1000(1,05)^x$.

Les élèves devraient comparer cette régression exponentielle à la formule de calcul de l'intérêt composé, $A = P(1 + i)^n$. Expliquez aux élèves que les variables i et n représentent le taux d'intérêt et le temps écoulé, mais pas de la même manière que dans la formule de calcul de l'intérêt simple. La variable i représente le taux d'intérêt par période de calcul, et la variable n représente le nombre de périodes de calcul. Comme l'intérêt est calculé une fois par année, $i = \frac{0,05}{1}$, la régression exponentielle $y = 1000(1,05)^x$ peut s'écrire $P = 1000(1,05)^n$.

Jusqu'à maintenant, les élèves ont travaillé avec des investissements pour lesquels les intérêts composés étaient capitalisés une fois par année. Ils devraient aussi travailler avec des situations où l'intérêt est capitalisé de façon quotidienne, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle ou semestrielle. Demandez aux élèves d'écrire une équation exponentielle pour un investissement de 1000 $ qui serait, par exemple, investi à un taux d'intérêt composé annuel de 6 %, capitalisé mensuellement. Les élèves devraient comprendre que si le taux d'intérêt est appliqué chaque mois, l'intérêt annuel est appliqué 12 fois par année (donc le taux d'intérêt par période de calcul correspond à $i = \frac{taux\ annuel}{12}$). La formule de calcul de l'intérêt composé sera donc $y = 1000(1,005)^n$ où n représente le nombre de mois.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  Étant donné ces affirmations :

  – Émilie a investi 3000 $ pour une période de 5 ans à un taux d'intérêt annuel simple de 4 %, calculé annuellement.

  – Zachary a investi 3000 $ pour une période de 5 ans à un taux d'intérêt annuel composé de 4 %, capitalisé annuellement.

  (i) Tracer le graphique de ces investissements à l'aide de la technologie. Que remarquez vous?

  (ii) Quel investissement aura le meilleur rendement au final? Justifier.

  (iii) Vérifiez algébriquement vos réponses.

  (RF6.4, RF6.5, RF6.6)

- Une somme de 3000 $ est investie à un taux d'intérêt annuel composé de 6 %, capitalisé mensuellement. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Écrire la fonction exponentielle sous la forme $A = P(1 + i)^n$.

  (ii) Créer une table de valeurs de l'investissement après quatre mois. À partir de ces valeurs, déterminer l'équation de la fonction de régression exponentielle pour cet investissement.

  (iii) Que remarquez vous au sujet des équations de i) et de ii)?

  (iv) Quelle sera la valeur de l'investissement après 4 ans?

  (RF6.4, RF6.5, RF6.6)

- Une somme de 2000 $ est investie à un taux d'intérêt annuel composé de 6 %, capitalisé semestriellement. Carole a déterminé que la fonction exponentielle est $A = 2000(1{,}03)^n$ où n représente le nombre de périodes de 6 mois. Son raisonnement est-il juste? Pourquoi?

  (RF5.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.5 Applications financières et fonctions exponentielles

MÉ: p. 386 - 399

GE: p. 353 - 364

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 et RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.4, RF6.5, RF6.6, RF5.3
Suite

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient résoudre des problèmes dans lesquels ils doivent appliquer l'équation $A = P(1 + i)^n$ pour déterminer la valeur future d'un investissement après une certaine période de temps en fonction d'un taux d'intérêt constant. Dans le prochain module sur les logarithmes, les élèves apprendront à trouver la valeur des inconnues n ou i.

Jusqu'à maintenant, les élèves ont résolu divers problèmes d'appréciation; ils devraient aussi travailler sur des problèmes de dépréciation. Demandez aux élèves de créer une table de valeurs en fonction de l'exemple suivant :

- Une automobile d'une valeur originale de 24 000 $ perd le cinquième de sa valeur chaque année. Quelle sera sa valeur après 6 ans?

Les élèves devraient effectuer une régression exponentielle pour arriver à l'équation $y = 24000(0,8)^x$, dans laquelle x représente le nombre d'années depuis l'achat, et y représente la valeur de la voiture. Demandez aux élèves ce à quoi correspond 0,8 dans le cadre du problème. Ils devraient raisonner que si la voiture perd 20 % de sa valeur chaque année, c'est donc qu'elle vaut 80 % de ce qu'elle valait l'année précédente (le taux de dépréciation équivaut à 100 % - 20 % = 80 %). La base de l'exposant est une valeur décimale qui peut être exprimée sous forme de pourcentage. Informez les élèves qu'ils auront à résoudre d'autres problèmes de ce type de façon algébrique dans le prochain module sur les logarithmes.

Les fonctions exponentielles s'appliquent aussi aux remboursements de prêts. La capacité de rembourser un prêt d'une personne dépend de sa capacité à effectuer le versement périodique (habituellement mensuel).

- Marie doit emprunter 20 000 $ pour s'acheter une voiture. La banque impose un taux d'intérêt annuel composé de 7,5 %, capitalisé mensuellement. Le versement qu'elle doit effectuer chaque mois est de 400,76 $. Le temps qu'il lui faudra pour rembourser son prêt peut être exprimé sous la forme $(1,00625)^{-n} = 0,6880926$ où n représente le nombre de mois. Déterminez combien de temps il lui faudra pour rembourser son prêt et combien d'intérêt elle paiera au total.

Dans les problèmes de calcul de la période de remboursement d'un prêt, les élèves n'auront pas à déterminer la formule, celle ci devrait être fournie dans le problème. Les élèves peuvent résoudre le problème à l'aide de la technologie, ou de façon algébrique une fois qu'ils auront vu les logarithmes.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Alexis a investi 5000 $ dans des obligations d'épargne à rendement élevé à un taux d'intérêt annuel de 9 %, composé mensuellement. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  (i) Écrire l'équation exponentielle de forme $A = P(1 + i)^n$ qui représente cette situation.
  (ii) Quelle sera la valeur de l'obligation après un an?
  (iii) Quelle sera la valeur de l'obligation après 25 ans?

  (RF5.3)

- Une somme de 1000 $ est investie à un taux annuel de 8,2 % sur une période de 5 ans. Demander aux élèves de déterminer la valeur du compte, à l'aide de l'équation $A = P(1 + i)^n$, si l'intérêt est capitalisé annuellement, trimestriellement, mensuellement ou quotidiennement. La différence serait-elle plus grande si l'intérêt s'accumulait pendant 25 ans? Expliquer.

  (RF5.3)

- Une somme de 2000 $ est investie pour 3 ans à un taux d'intérêt annuel de 9 % capitalisé mensuellement. Lucas a déterminé l'équation $A = 2000(1{,}0075)^3$. Demander aux élèves de trouver l'erreur de Lucas, de la corriger et de résoudre le problème.

  (RF5.3)

Journal

- Demander aux élèves de choisir entre ces deux investissements et d'expliquer leur choix : un taux d'intérêt annuel de 12 % capitalisé annuellement, ou un taux d'intérêt annuel de 12 % capitalisé mensuellement.

  (RF5.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

6.5 Applications financières et fonctions exponentielles

MÉ: p. 386 - 399

GE: p. 353 - 364

Note:

Pour produire l'équation donnée dans l'exemple de la page précédente, les enseignants devraient utiliser :

$$VA = PMT\left[\frac{1-(1-i)^{-n}}{i}\right]$$

où VA est la valeur actuelle, soit la somme empruntée, PMT est le paiement régulier versé pour rembourser l'emprunt, i est le taux d'intérêt par période de conversion et n le nombre total de paiements réguliers.

Fonctions logarithmiques

Durée suggérée: 13 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans le module précédent, les élèves ont étudié les équations exponentielles dans lesquelles les bases sont des puissances l'une de l'autre. Ils résoudront maintenant des équations exponentielles dont les bases sont différentes.

Ils seront initiés aux logarithmes : comment les représenter et les utiliser pour modéliser et résoudre des problèmes. Les élèves simplifieront et évalueront des expressions à l'aide des lois logarithmiques.

Les élèves entreront des données dans des outils de technologie graphique, et créeront des modèles de régression logarithmique. Ils feront des prédictions à partir des valeurs de la courbe de meilleur ajustement dans un diagramme de dispersion ou au moyen de l'équation de la fonction de régression logarithmique.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

RAS RF4

Démontrer une compréhension des logarithmes et des lois des logarithmes.

RAS RF5

Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.

RAS RF6

Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes.

RAG

Développer le raisonnement logique.

RAS LR1

Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Algèbre et nombre		Relations et fonctions
AN3 Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels. [C, L, R, RP]	non traité	RF4 Démontrer une compréhension des logarithmes et des lois des logarithmes. [C, CE, L, R, T] RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles. [C, L, R, RP, T] Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]
	Nombre et logique	Raisonnement logique
non traité	NL2 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement spatial à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [L, R, RP, V]	LR1Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes.

[C, L, RP, T, V]

Indicateurs de rendement

RF6.7 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions logarithmiques en analysant leurs graphiques.*

RF6.8 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions logarithmiques en analysant leurs équations.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

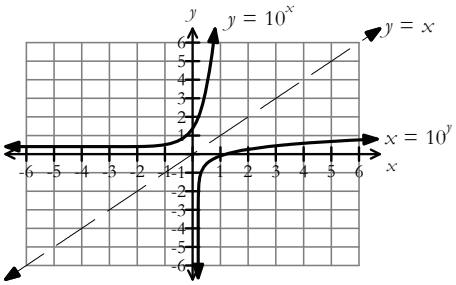
Ce résultat d'apprentissage a été abordé dans le module précédent lors de l'étude des fonctions exponentielles de la forme $y = a(b)^x$, où $b > 0$, $b \neq 1$, et $a > 0$. Dans le présent module, les élèves seront initiés à la fonction logarithmique de la forme $y = a \log_b x$ où $b > 0$, $b \neq 1$, $a > 0$, a et b étant des nombres réels. Ils compareront les graphiques des fonctions exponentielles et des fonctions logarithmiques et en décriront les caractéristiques en centrant leur observation sur le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et le comportement asymptotique. Jusqu'à présent, les élèves n'ont pas été initiés au concept de la réciproque. Ils compareront des fonctions exponentielles et logarithmiques qui se reflètent de part et d'autre de la droite $y = x$.

Les élèves devront tracer le graphique des fonctions logarithmiques en base 10 et en base e. Plus loin dans ce module, ils simplifieront des expressions logarithmiques en d'autres bases.

Il serait avantageux pour les élèves d'étudier d'abord les caractéristiques des fonctions logarithmiques en base 10. Demandez aux élèves de tracer $y = 10^x$ et la droite $y = x$ à l'aide de la technologie graphique.

L'enseignant posera les questions suivantes aux élèves afin de les aider à établir le lien entre les fonctions exponentielles et les fonctions logarithmiques.

- Comment tracer la réflexion de la fonction $y = 10^x$ par rapport à la droite $y = x$? Pourquoi est-il nécessaire de permuter les variables x et y?
- Utilisez la table des valeurs de la fonction $y = 10^x$ pour générer la table de la fonction $x = 10^y$. Qu'arrive-t-il aux valeurs de x et de y?
- Quelles sont les coordonnées de la nouvelle fonction?
- Quelles sont les différences et les similitudes entre les deux fonctions à l'égard du domaine, de l'image, des coordonnée à l'origine et du comportement aux extrémités?



$y = 10^x$	$x = 10^y$
$(-2, \frac{1}{100})$	$(\frac{1}{100}, -2)$
$(-1, \frac{1}{10})$	$(\frac{1}{10}, -1)$
(0, 1)	(1, 0)
(1, 10)	(10, 1)
(2, 100)	(100, 2)

L'enseignant doit informer les élèves que :

- l'équation du graphique réfléchi peut être écrite comme une fonction logarithmique décimale, $y = \log_{10} x$ (c. à d. $y = \log x$).
- les valeurs de x et y de la courbe exponentielle peuvent être interverties en vue de trouver les coordonnées des points de la courbe logarithmique;
- le logarithme est une forme différente d'un énoncé exponentiel. L'équation logarithmique $y = \log_{10} x$ amène la question *« Quelle valeur doit prendre y pour que $10^y = x$. »*

Plus loin dans ce module, les élèves verront en détail comment transformer une équation logarithmique en équation exponentielle et inversement.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Journal • Marie a évalué le log(-3,24) à l'aide de sa calculatrice, et un message d'erreur est apparu. Demander aux élèves d'expliquer ce qui ne va pas avec son calcul. (RF6.7, RF6.8)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **7.1 Caractéristiques des fonctions logarithmiques en base 10 et en base *e*** Manuel de l'élève (MÉ): p. 412 - 425 Guide d'enseignement (GE): p. 390 - 396

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.7, RF6.8 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent remarquer que le graphique de la courbe logarithmique ($y = \log_{10} x$) est une réflexion de la courbe exponentielle ($y = 10^x$) par rapport à l'axe y = x. Dans un tableau semblable à celui ci dessous, les élèves doivent consigner les caractéristiques des graphiques.

	Exponentielle	Logarithmique
Domaine	Tous les nombres réels	Valeurs positives de x
Image	Valeurs positives de y	Tous les nombres réels
Ordonnée à l'origine	Une ordonnée à l'origine (0, 1)	Sans ordonnée à l'origine
Abscisse à l'origine	Sans abscisse à l'origine	Une abscisse à l'origine (1, 0)
Croissante/ décroissante	Croissante, passe du quadrant II au quadrant I	Croissante, passe du quadrant IV au quadrant I
Comportement aux extrémités	monte vers la droite à mesure que x s'accroît; s'approche de 0 à mesure que la x diminue	monte vers la droite à mesure que x s'accroît; à mesure que x s'approche de 0 à droite, y s'approche de $-\infty$

Les élèves doivent ensuite se pencher sur les effets produits lorsqu'ils changent la valeur de a en comparant les fonctions logarithmiques $y = \log_{10} x$ et $y = a \log_{10} x$ où $a \neq 0$. À l'aide de la technologie graphique, les élèves traceront et analyseront des fonctions logarithmiques telles que $y = \log_{10} x$, $y = 4 \log_{10} x$, et $y = -4 \log_{10} x$. Ils devraient être en mesure de répondre aux questions suivantes :

- Quel est l'impact sur le graphique si $a > 0$ et si $a < 0$?
- Est-ce que a influe sur les coordonnées x ou y? S'agit-il d'une transformation verticale ou horizontale?
- Quel point du graphique est facilement identifiable?
- Quelles caractéristiques diffèrent entre les graphiques de fonctions logarithmiques et exponentielles?

Les élèves doivent déduire que si $a > 0$, alors les valeurs de y augmentent avec les valeurs de x. On observe ainsi une fonction croissante du quadrant IV au quadrant I. Si $a < 0$, alors les valeurs de y diminuent à mesure que les valeurs de x augmentent. On observe ainsi une fonction décroissante du quadrant I au quadrant IV. Les élèves doivent réaliser qu'une fonction logarithmique n'a pas d'ordonnée à l'origine, mais un domaine restreint (c. à d. $x > 0$).

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Journal • Demander aux élèves d'observer le graphique $y = \log x$, et d'expliquer pourquoi ils ne peuvent pas évaluer log(-3) et log (0). (RF6.7, RF6.8)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **7.1 Caractéristiques des fonctions logarithmiques en base 10 et en base *e*** MÉ: p. 412 - 425 GE: p. 390 - 396

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir: **RF6 Suite...** **Indicateurs de rendement** RF6.7, RF6.8 *Suite*	Les élèves doivent comparer la fonction logarithmique naturelle, $y = \log_e x$ (c. à d., $y = \ln x$) à la fonction exponentielle $y = e^x$. Animez une discussion sur le fait que la valeur de e est un nombre irrationnel. À l'aide de la technologie graphique, ils doivent observer que le graphique de $y = \ln x$ est une réflexion du graphique de $y = e^x$ par rapport à la droite $y = x$. Cette aide visuelle devrait également permettre aux élèves de comprendre que le changement de base de $b = 10$ à $b = e$ ne produit aucun effet sur les caractéristiques du graphique. Ils étudieront en profondeur les logarithmes naturels lorsqu'ils effectueront des régressions logarithmiques sur un ensemble de données plus loin dans ce module.
RF6.9 *Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.*	Les élèves doivent associer les équations de fonctions exponentielles et logarithmiques d'un ensemble donné au graphique correspondant. À mesure qu'ils apprennent à distinguer les fonctions logarithmiques de la forme $y = a \log x$ ou $y = a \ln x$ des fonctions exponentielles $y = a(b)^x$, ils doivent assimiler les règles suivantes : • Les fonctions exponentielles s'étendent du quadrant II au quadrant I ou vice versa. • Les fonctions logarithmiques s'étendent du quadrant IV au quadrant I ou vice versa. • La valeur de a dans une fonction logarithmique détermine si la fonction croit ou décroit. • La valeur de b dans une fonction exponentielle détermine si la fonction croit ou décroit. • La valeur de a dans une fonction exponentielle détermine l'ordonnée à l'origine.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Inviter les élèves à jouer à *Correspondance éclair*. Organiser les bureaux deux par deux et distribuer à chaque élève un carton sur lequel figure soit un graphique logarithmique, soit une équation logarithmique. Dans un temps limité, les élèves doivent poser des questions à leur partenaire pour trouver s'ils ont une paire. C'est la personne ayant un graphique qui pose les questions, et son partenaire doit répondre uniquement par oui ou non. Quand le temps est écoulé, l'élève posant les questions passe au camarade suivant. Le jeu se poursuit jusqu'à ce que tous les élèves trouvent l'équation correspondant à leur graphique. (Variation : La personne ayant une équation pose les questions.)

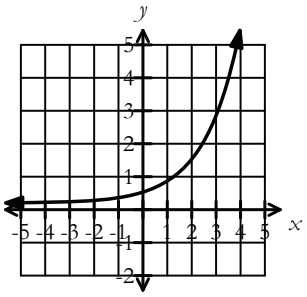
(RF6.9)

Papier et crayon

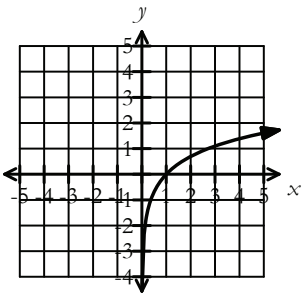
- Demander aux élèves d'associer les équations aux graphiques.

Équation I	$y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$	Équation II	$y = \frac{1}{3}(2)^x$
Équation III	$y = \ln x$	Équation IV	$y = -2\ln x$

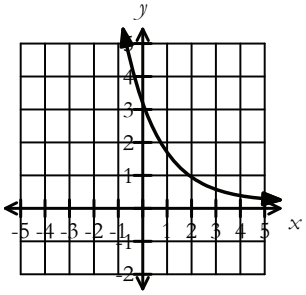
Graphique P



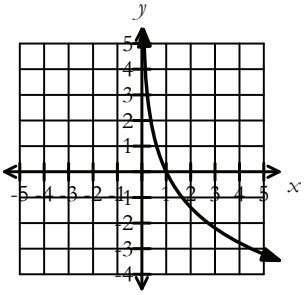
Graphique Q



Graphique R



Graphique S



(RF6.9)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.1 Caractéristiques des fonctions logarithmiques en base 10 et en base *e*

MÉ: p. 412 - 425
GE: p. 390 - 396

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir: **RF4 Démontrer une compréhension des logarithmes et des lois des logarithmes.** **[C, CE, L, R, T]**	Les élèves doivent savoir passer d'une équation logarithmique à une équation exponentielle et inversement. Ils évaluent une expression logarithmique en écrivant l'expression sous sa forme exponentielle. Expliquez les lois des logarithmes à l'aide d'exemples numériques et des lois des exposants. Invitez les élèves à écrire une expression équivalant à une expression logarithmique selon les lois logarithmiques. Les logarithmes sont utiles pour résoudre des équations exponentielles dont les bases ne sont pas les puissances l'une de l'autre. Cela dit, on ne s'attend pas à ce que les élèves résolvent des équations logarithmiques à l'aide des lois logarithmiques (c. à d. $\log_2(4x\text{-}1) - \log_2(2x+1)=3$).
Indicateurs de rendement RF4.1 *Exprimer une équation logarithmique sous la forme d'une équation exponentielle et viceversa.*	Jusqu'à présent, les élèves ont tracé les graphiques de fonctions logarithmiques limités à celles de base 10 et de base e. Lorsqu'ils évaluent des expressions logarithmiques, les élèves devraient manipuler des fonctions en base b où $b > 0$ et $b \neq 1$. Les élèves doivent être en mesure de transformer une expression logarithmique en expression exponentielle et inversement. Rappelez aux élèves que le logarithme est une expression différente de la forme exponentielle. À titre d'exemple, l'expression $3^2 = 9$, peut être réécrite sous la forme $\log_3 9 = 2$. Demandez aux élèves ce qu'ils remarquent à propos de la base de l'exposant et de la base du logarithme. Dites aux élèves de considérer l'expression $\log_b x = y$ comme l*a représentation de la valeur que doit prendre y pour que* $b^y = x$. Les enseignants pourraient trouver utile d'introduire un dispositif mnémotechnique pour aider les élèves à se souvenir.
RF4.2 *Déterminer la valeur d'une expression logarithmique telle que* $\log_2 8$ *, sans l'aide de la technologie.*	Les élèves doivent savoir déterminer la valeur d'une expression logarithmique sans l'aide de la technologie. Lorsqu'ils évaluent $\log_2 8$, dites leur qu'il est utile d'écrire l'expression sous la forme $\log_2 8 = x$. Les élèves peuvent ainsi évaluer cette équation logarithmique en l'écrivant sous sa forme exponentielle, $2^x = 8$. Lorsqu'ils passent d'une forme à l'autre, incitez les élèves à réfléchir à la question suivante : « À quelle puissance doit être élevé 2 pour obtenir 8? » Ce type de raisonnement devrait les aider à vérifier les valeurs des expressions logarithmiques. Lorsque la valeur d'un logarithme est un nombre rationnel, p. ex. $\log_{64} 4$ et $\log_{\frac{1}{2}} 32$, les élèves continueront de déterminer la valeur exacte sans avoir recours à la technologie.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Quiz-Quiz-Trade : Tous les élèves reçoivent une carte présentant un problème d'un côté, et la réponse de l'autre. En équipe de deux, les partenaires A et B se posent les questions à tour de rôle. Les élèves doivent changer de partenaire jusqu'à ce que tous les élèves aient eu la chance de résoudre tous les problèmes. Voici des exemples de carte :

Exprime $71 = e^y$ sous la forme logarithmique.	Évalue l'expression logarithmique $\log_3\left(\frac{1}{81}\right)$.
Évalue l'expression logarithmique $\log_9 27$.	Évalue l'expression suivante : $\log_2 16 + \log_3 27$
Évalue l'expression suivante : $\log_{\frac{1}{2}} 16 \div \log_{\frac{1}{3}} 27$	

(RF4.1, RF4.2)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de convertir les fonctions logarithmiques suivantes en fonctions exponentielles :

  i) $\log_2 16 = y$

  ii) $\log_4 1\,024 = y$

  iii) $\log_3 \frac{1}{27} = y$

(RF4.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.2 Évaluation d'expressions logarithmiques

MÉ: p. 426 - 438
GE: p. 397 - 402

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF4 Suite...

Indicateur de rendement

RF4.3 *Développer les lois des logarithmes à l'aide d'exemples numériques et des lois des exposants.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appliqué les lois des exposants à des expressions dont les bases étaient rationnelles et variables, de même qu'à des expressions à exposants entiers et rationnels (AN3). Ils ont appris à manipuler les propriétés suivantes :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \div a^m = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{nm}$

L'enseignant doit initier les élèves aux règles des logarithmes où $b > 0$, $m > 0$, $n > 0$ et $b \neq 1$, b, m, et $n \in R$. Demandez leur s'ils observent des similitudes entre les lois des exposants et celles des logarithmes.

- Loi d'un produit $\log_b(m \times n) = \log_b m + \log_b n$
- Loi d'un quotient $\log_b(m \div n) = \log_b m - \log_b n$
- Loi d'une puissance $\log_b m^n = n\log_b m$

Montrez aux élèves plusieurs exemples numériques de sorte qu'ils puissent découvrir les lois des logarithmes par induction. Les élèves doivent valider les lois en évaluant des exemples numériques, comme les suivants :

$\log_3(9 \times 27) = \log_3 9 + \log_3 27$
$\log_3(243) = \log_3 9 + \log_3 27$
$5 = 2 + 3$
$5 = 5$

$\log_2(256 \div 32) = \log_2 256 - \log_2 32$
$\log_2(8) = \log_2 256 - \log_2 32$
$3 = 8 - 5$
$3 = 3$

$\log_2 4^3 = 3\log_2 4$
$\log_2 64 = 3\log_2 4$
$6 = 3(2)$
$6 = 6$

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves de vérifier les équations suivantes à l'aide des lois logarithmiques : (i) $\log_3 27 = \log_3 9 + \log_3 3$ (ii) $\log_5 25 = \log_5 125 - \log_5 5$ (iii) $\log_2 64 = 6\log_2 2$ (RF4.3)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **7.3 Les lois des logarithmes** MÉ: p. 442 - 448 GE: p. 404 - 410

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques	Stratégies d'enseignement et d'apprentissage
L'élève doit pouvoir: **RF4 Suite...** **Indicateurs de rendement**	
RF4.3 *Suite*	Une erreur fréquemment commise par les élèves est de mal appliquer la loi des produits. Par exemple, ils peuvent écrire log 5 = log 3 + log 2. Les élèves devraient utiliser une calculatrice pour évaluer le côté gauche puis le côté droit de l'équation. Cela révèle que les valeurs ne sont pas équivalentes.
RF4.4 *Déterminer une expression équivalente pour une expression logarithmique en appliquant les lois des logarithmes.*	Les élèves doivent être en mesure d'appliquer les lois des logarithmes pour ramener des expressions logarithmiques à un seul terme logarithmique dans sa plus simple expression. À titre d'exemple, lorsqu'ils simplifient l'expression $2\log_3 4 + \log_3 5$, les élèves devraient arriver à $\log_3 80$. Les élèves doivent également avoir la possibilité de résoudre des problèmes où ils sont appelés à transformer une expression logarithmique en un seul terme et à simplifier au besoin. Ainsi, les élèves pourraient transformer $\log_6 72 - \log_6 2$ en $\log_6 36$. Demandez leur d'abord si cette expression se simplifie davantage, et ensuite si 36 peut se réécrire comme une puissance 6. Utilisez d'autres exemples similaires pour lancer une discussion sur le cas général $\log_a a^n = n$ et le cas particulier $\log_a a = 1$.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de se mettre en équipes et de résoudre une série de questions à plusieurs réponses. Les équipes échangeront ensuite leurs questions. Demander à chaque équipe de vérifier les solutions et, en cas de mauvaise réponse, d'expliquer le cheminement erroné des autres élèves. Voici un exemple :

Simplifie : $\log_5 36 + 2\log_5 3$

Réponse A :	Réponse B :
$\log_5 36 + \log_5 3^2$	$\log_5 36 + \log_5 3^2$
$\log_5 36 + \log_5 6$	$\log_5 36 + \log_5 9$
$\log_5 (36 \times 6)$	$\log_5 (36 \div 9)$
$\log_5 324$	$\log_5 4$
Erreur: L'élève a écrit 6 pour 3^2	Erreur : L'élève a écrit la somme de deux logarithmes comme le logarithme d'un quotient.

(RF4.4)

Performance

- Demander aux élèves de se mettre en équipes de deux pour participer à cette activité. Tous les groupes reçoivent un paquet de cartes comprenant i) 12 cartes d'expressions logarithmiques, ii) 12 cartes de réponses simplifiées correspondantes et iii) une carte TU ES LE GAGNANT. Le croupier mélange les cartes et les distribue. Les élèves font correspondre les expressions logarithmiques et la réponse simplifiée (ou la bonne réponse). Les élèves doivent écarter les paires et les déposer face vers le haut sur la table. Ensuite, les élèves pigent une carte dans la main de leur coéquipier et doivent apparier l'expression et la réponse correspondante; le cas échéant, il ajoute cette paire à celles déjà déposées sur la table. Les élèves pigent tour à tour les cartes dans la main de leur coéquipier. Le jeu se poursuit jusqu'à ce que toutes les cartes aient été appariées. Un joueur aura la carte TU ES LE GAGNANT.

(RF4.4)

Observation

- Demander aux élèves de chercher l'erreur ou les erreurs dans la solution ci dessous, et de donner la bonne solution.

$$\frac{1}{2}\log_2 64 - (2\log_2 6 - \frac{1}{2}\log_2 81)$$
$$= \log_2 64^{\frac{1}{2}} - (\log_2 6^2 - \log_2 81^{\frac{1}{2}})$$
$$= \log_2 8 - (\log_2 12 - \log_2 9)$$
$$= \log_2 8 - (\log_2 3)$$
$$= \log_2 5$$

(RF4.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.3 Les lois des logarithmes

MÉ: p. 442-448

GE: p. 404-410

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.

[C, L, R, RP, T]

Indicateur de rendement

RF5.4 *Résoudre des problèmes comportant les échelles logarithmiques telles que l'échelle de Richter et l'échelle de pH.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent résoudre des problèmes où entrent en jeu des échelles logarithmiques comme l'échelle de Richter (échelle utilisée pour mesurer la magnitude d'un tremblement de terre), l'échelle de pH (utilisée pour mesurer l'acidité d'une solution) et l'échelle des décibels (utilisée pour mesurer le niveau du son). On ne s'attend pas à ce que les élèves mettent au point les formules; on leur fournira la formule pour chaque échelle au besoin.

Les élèves connaissent peut être déjà les échelles de pH, qu'ils auraient étudiées dans leur cours de sciences et de chimie. L'échelle de pH est employée pour mesurer l'acidité d'une solution.

Le pH d'une solution est déterminé selon l'équation $p(x) = -\log x$, où x représente la concentration d'ions d'hydrogène exprimée en moles par litre (mol/L). Cette échelle va de 0 à 14, les chiffres au bas de l'échelle indiquant une solution acide et ceux en haut de l'échelle indiquant une solution basique. À un pH de 7, la solution est neutre. Il s'agit d'une échelle logarithmique où la hausse de pH d'une unité correspond à une baisse dix fois plus importante en acidité. Autrement dit, la hausse de pH d'une unité correspond à une augmentation dix fois plus importante en basicité.

La magnitude d'un tremblement de terre, y, peut être déterminée selon l'équation $y = \log x$, où x représente l'amplitude des vibrations mesurée à l'aide d'un sismographe. Selon cette échelle, la hausse de magnitude d'une unité représente une augmentation dix fois plus importante de l'amplitude. Ces échelles permettent d'intégrer l'actualité dans la leçon et de comparer ainsi divers tremblements de terre.

Les niveaux sonores sont mesurés en décibels selon la fonction $\beta = 10(\log I + 12)$, où β désigne le niveau sonore en décibels (dB) et I, l'intensité du son exprimée en watts par mètre carré (W/m^2).

Il pourrait s'agir d'une bonne occasion pour les élèves de mesurer les niveaux sonores dans leur environnement. Ils peuvent utiliser une application de téléphone intelligent pour mesurer le niveau de décibels approximatif d'où ils se trouvent avec leur appareil. Outil assez précis, l'application sert principalement à mesurer le niveau sonore dans le cadre du quotidien.

Il faut présenter aux élèves des problèmes dans lesquels ils doivent comparer l'intensité de divers tremblements de terre, l'intensité sonore de divers événements ou l'acidité de diverses solutions.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions à l'aide du tableau suivant.

Lieu et date	Magnitude
Tchernobyl, 1987	4
Haïti, 12 janvier 2012	7
Nord de l'Italie, 20 mai 2012	6

i) Combien de fois plus intense a été le séisme en Haïti qu'à Tchernobyl?

ii) Combien de fois plus intense a été le séisme en Haïti que dans le nord de l'Italie?

iii) Combien de fois plus intense a été le séisme dans le nord de l'Italie qu'à Tchernobyl?

iv) S'il devait survenir un nouveau séisme deux fois moins intense que celui d'Haïti, quelle serait sa magnitude approximative?

(RF5.4)

- Demander aux élèves d'utiliser la fonction logarithmique du pH pour répondre à la question suivante :

  À quel point la concentration d'ions hydrogène de la solution A dont le pH est de 1,6 est-elle plus élevée que celle de la solution B dont le pH est de 2.5 ?

(RF5.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.2 Évaluation d'expressions logarithmiques

MÉ: p. 426 - 438
GE: p. 397 - 402

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF5 Suite...

Indicateur de rendement

RF5.2 *Déterminer la solution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases ne sont pas des puissances les unes des autres, ex. :* $2^{x-1} = 3^{x+1}$.

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour résoudre une équation comme $2^x = 8$, les élèves peuvent réécrire les termes selon des puissances de même base, $2^x = 2^3$ ce qui donne $x = 3$, ou encore utiliser les logarithmes. Les élèves peuvent résoudre algébriquement des équations exponentielles en transformant les termes de chaque membre de l'équation en logarithmes, et en appliquant ensuite la loi du logarithme d'une puissance pour trouver la valeur de l'inconnue.

Lorsque les élèves manipulent les logarithmes dans chaque membre de l'équation, demandez leur s'ils peuvent utiliser un logarithme de toute base et pourquoi le logarithme de base 10 est particulièrement utile. Demandez leur quelle stratégie ils devraient employer pour créer des bases ou des logarithmes semblables, et d'expliquer leur choix.

Présentez aux élèves des équations exponentielles dans lesquelles les bases ne sont pas les puissances l'une de l'autre. Donnez leur d'abord à résoudre des équations comme $2^x = 3^x$ et ensuite proposez leur des équations comme $2^{x-1} = 3^{x+1}$. Quand ils résolvent des problèmes à équations, les élèves doivent pouvoir distinguer une solution exacte d'une solution approximative.

$$\log 2^{x-1} = \log 3^{x+1}$$
$$(x - 1) \log 2 = (x + 1) \log 3$$
$$x \log 2 - \log 2 = x \log 3 + \log 3$$
$$x \log 2 - x \log 3 = \log 3 + \log 2$$
$$x (\log 2 - \log 3) = \log 3 + \log 2$$

$$x = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2 - \log 3}$$

$$x \approx -4{,}41$$

Si l'exposant est un binôme et qu'on applique la loi du logarithme d'une puissance, les élèves oublient parfois d'appliquer la règle de distributivité. Insistez pour qu'ils mettent l'exposant entre parenthèses avant d'appliquer la loi du logarithme d'une puissance. Il arrive également qu'ils éprouvent de la difficulté à résoudre une équation comprenant une variable de chaque côté; rappelez leur de regrouper les termes semblables et de mettre en évidence le facteur commun.

Les élèves commettent souvent une erreur lorsqu'ils tentent de résoudre une équation comme la suivante : $4(3^{2x}) = 24$. Demandez aux élèves pourquoi $4(3^{2x})$ ne peut être exprimé comme 12^{2x}. Faites leur comprendre qu'ils doivent diviser par 4 les termes de chaque membre de l'équation pour isoler la base élevée à une puissance (c. à d., $3^{2x} = 6$).

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources et notes
Papier et crayon • Demander aux élèves d'évaluer les expressions suivantes à l'aide des lois logarithmiques. (i) $3\log_6(2) + \log_6(27)$ (ii) $\log_5(2.5) + 2\log_5(10) - \log_5(2)$ (RF4.1, RF4.4, RF5.2) • On a demandé à Adam de simplifier l'expression $2 \log_3 6-\log_3 4$ Sa solution apparaît ici : $2 \log_3 6-\log_3 4$ $=\log_3 12-\log_3 4$ $=\log_3 3$ $=1$ Demandez aux élèves de déterminer si la solution d'Adam est correcte. Sinon, où a-t-il fait une erreur? (RF4.1, RF4.4, RF5.2 *Observation* • Demander aux élèves de décrire comment ils s'y prendraient pour expliquer à un camarade de classe la relation entre les fonctions exponentielle et logarithmique, les restrictions associées à ces deux types de fonctions, et la simplification d'expressions logarithmiques. À l'observation, l'enseignant doit s'assurer que les élèves respectent les directives suivantes : i) Montrer les étapes générales du raisonnement. ii) Employer correctement les termes mathématiques. iii) Fournir des exemples clairs. iv) Décrire les erreurs fréquentes et expliquer comment les éviter. (RF4.1, RF4.4, RF5.2)	**Ressource autorisée** ***Principes mathématiques 12*** **7.4 Résolution d'équations exponentielles à l'aide de logarithmes** MÉ: p. 449 - 459 GE: p. 411 - 419

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF4 Suite...

Indicateur de rendement

RF4.5 *Déterminer la valeur approximative d'une expression logarithmique telle que $\log_2 9$, avec l'aide de la technologie.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Plus tôt dans ce module, les élèves ont appris à déterminer la valeur exacte d'une expression logarithmique sans l'aide de la technologie. Ces exercices étaient limités à la création d'équations exponentielles dont les bases pouvaient être réécrites en fonction de la même puissance (c. à d., $\log_3 27 = x$). Les élèves travailleront sur des exemples où ils devront déterminer la valeur exacte ou approximative de la solution, peu importe la base de l'expression logarithmique.

Demandez aux élèves de trouver la valeur de $\log_2 9$, et indiquez leur de faire d'abord leur estimation à l'aide de valeurs repères. Si $\log_2 8 = 3$ et $\log_2 16 = 4$, ils doivent remarquer que $\log_2 9$ est plus près de $\log_2 8$ que de $\log_2 16$, et que par conséquent $\log_2 9$ est légèrement supérieur à 3 (c. à d. 3,2).

En posant l'équation égale à x, les élèves peuvent exprimer chaque membre de l'équation en termes de logarithme et trouver la valeur de l'inconnue.

$\log_2 9 = x$
$2^x = 9$
$\log 2^x = \log 9$
$x \log 2 = \log 9$

$$x = \frac{\log 9}{\log 2} \approx 3.17$$

En travaillant sur cet exemple et plusieurs autres, les élèves pourraient déduire la relation qui existe entre l'équation de départ et la solution.

$$\log_2 9 = x \longrightarrow x = \frac{\log 9}{\log 2}$$

Les élèves peuvent avoir recours à cette règle, $\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$, où $a \neq 1$ et $x > 0$, pour déterminer le logarithme de toute base.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Dans le cadre de l'activité *Trouvez votre partenaire*, la moitié des élèves reçoivent une expression logarithmique et l'autre moitié, l'expression logarithmique simplifiée correspondante. Les élèves doivent circuler dans la classe pour trouver le camarade ayant l'expression équivalente à la leur. Une fois en équipe, les deux élèves travaillent ensemble pour évaluer l'expression simplifiée. Enfin, à la dernière étape du jeu, les élèves doivent trouver leur solution dans une liste de réponses affichée au mur.

$3\log_5 25 + \log_3 2$	$6 + \log_3 2$	6,63
$2\log_4 8 + 3\log_4\left(\frac{1}{2}\right)$	$3 + \log\left(\frac{6}{81}\right)$	1,87
$\log_2 8 + \log 6 - \log 81$	$\log_4 8$	$\frac{3}{2}$

(RF4.2,RF4.4, RF4.5)

- En équipe de deux, les élèves peuvent jouer à *Trois de suite*, une activité sur les expressions exponentielles et logarithmiques. Remettre aux élèves un tableau de jeu de 4 cases sur 4 cases. Les joueurs placeront à tour de rôle un jeton sur une case du tableau. Le joueur doit correctement simplifier l'expression ou résoudre le problème, et vérifier avec son partenaire si la réponse est correcte. Si la solution est bonne, le joueur place son jeton sur la case correspondante. Si la solution n'est pas bonne, l'autre joueur peut voler la case en donnant la bonne réponse. Le gagnant est le joueur qui réussit à placer trois jetons en ligne (verticale, horizontale ou diagonale). Voici un exemple de tableau:

	1	2	3	4
1	$\log_5 5^2 + \log_2 8$	$\log_2 \sqrt{16}$	$\log_3 9 + \log_6 36$	$4 + 3\log_5 25$
2	$\log_7 49^2$	$5^{x+3} = 5$	$3^{x+1} = 27^{2x+1}$	$2^{2-3x} = \frac{1}{32}$
3	$\log 100 + \log 10$	$2\log 1000 - \log 100^{\frac{1}{2}}$	$2(5)^{3x} = 50$	$3(4)^x = 48$
4	$3^{2x+9} = \frac{1}{81}$	$5^{3+x} = 125^{-2x}$	$3^{\log_4 16}$	$10^{x+3} = \log 100$

(RF5.1,RF4.2,RF4.4, RF4.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.4 Résolution d'équations exponentielles à l'aide de logarithmes

MÉ: p. 449 - 459

GE: p. 411 - 419

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF5 Suite...

Indicateur de rendement

RF5.3 *Résoudre des problèmes comportant l'application des équations exponentielles.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le module précédent, les élèves ont résolu des problèmes portant sur la croissance et la décroissance exponentielles et sur l'application financière des fonctions exponentielles. Ces exercices doivent être revus parce que la majorité d'entre eux portent sur des équations exponentielles qui se résolvent à l'aide de logarithmes.

Lorsque les élèves utilisent la formule des intérêts composés, $A = P(1+ i)^n$, rappelez leur que les périodes de capitalisation peuvent varier et que la valeur de i n'est pas le taux d'intérêt annuel, mais le taux d'intérêt de la période de capitalisation. Demandez aux élèves d'expliquer des exemples comme celui ci :

- 5 % d'intérêt composé semestriellement signifie que le taux d'intérêt de chaque période de capitalisation est de 2,5 %.
- L'intérêt composé semestriellement sur 10 ans signifie que les intérêts sont versés 20 fois, donc que $n = 20$ et non 10.

Les élèves résoudront des problèmes où ils doivent déterminer la valeur initiale, la valeur future ou le nombre de périodes de capitalisation. À titre d'exemple, si une somme de 1 000 $ est déposée à la banque, et que la banque offre 12 % d'intérêt par année, composé annuellement, les élèves doivent être en mesure de déterminer à l'aide des logarithmes la période nécessaire pour que l'investissement atteigne 2 000 $.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) L'équation $A = A_o(\frac{1}{2})^{\frac{t}{15}}$ représente la population d'une ville qui diminue de moitié tous les 15 ans, où A représente la population restante après une certaine période de temps. Dans combien d'années la population aura t elle baissé de 25 %?

  (ii) Après l'ingestion d'un sirop pour la toux, la quantité restante dans le corps, A (en mg), est exprimée par l'équation $A = 10(0{,}85)^t$, où t désigne le temps en heures.

  (a) Quelle quantité de sirop a été ingérée initialement?

  (b) Quel pourcentage du médicament est éliminé par heure?

  (c) Quelle quantité de sirop reste-t-il dans le corps 6 heures après l'ingestion de la dose?

  (d) Dans combien de temps restera-t-il 1 mg de médicament dans le corps?

  (iii) L'équation $A = A_o(\frac{1}{2})^{\frac{t}{3}}$ représente l'activité d'un échantillon de matière radioactive dont la demi vie est de 3 ans. Si l'échantillon a une masse initiale de 67 g, dans combien de temps la masse de l'échantillon sera-t-elle réduite à 7 g?

  (iv) Kelly investit 5 000 $ dans un compte en banque. La valeur de son investissement peut être déterminée par la formule $y = 5000(1{,}06)^t$, où y est la valeur de l'investissement au temps t, en années. Dans combien d'années environ l'investissement de Kelly atteindra-t-il une valeur de 20 000 $?

  (v) Une somme de 2 000 $ est investie à 5 % d'intérêt par année, capitalisé semestriellement. Dans combien de mois la valeur de l'investissement aura-t-elle triplé?

(RF5.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.4 Résolution d'équations exponentielles à l'aide de logarithmes

MÉ: p. 449 - 459

GE: p. 411 - 419

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF6 Suite...

Indicateurs de rendement

RF6.10 *Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction logarithmique qui représente le mieux les données.*

RF6.11 *Interpréter le graphique d'une fonction logarithmique qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.*

RF6.12 *Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions logarithmiques et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans les modules précédents portant sur les fonctions polynomiales et exponentielles, les élèves ont étudié les régressions linéaire, polynomiale et exponentielle. Ils doivent maintenant modéliser une fonction de la forme $y = a + b \ln x$ à l'aide de la régression logarithmique à partir d'un ensemble de données. Bien que vous informerez les élèves du type de régression à appliquer à un ensemble de données, les élèves devront dire pourquoi ils pensent que tel modèle en particulier serait bien ajusté à l'ensemble de données. Donnez leur des problèmes à résoudre et demandez leur de réfléchir aux énoncés suivants :

- Le domaine d'une fonction logarithmique est limité à l'ensemble des nombres réels positifs.
- La régression logarithmique est surtout employée pour décrire des phénomènes dont la croissance augmente rapidement au début et ralentit avec le temps sans ne jamais s'arrêter (p. ex. la taille d'une morue au fil du temps).
- La régression exponentielle sert généralement à décrire des phénomènes dont la croissance progresse lentement au début et s'accélère très rapidement avec le temps (p. ex. la prolifération de bactéries).

RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes.

[CE, L, R, RP]

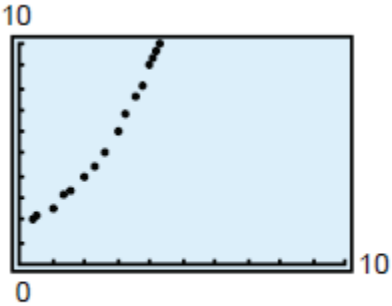
Revoyez les casse-têtes et les jeux en portant toute votre attention sur les stratégies utilisées par les élèves. Pour plus de détails, reportez vous aux pages 38 à 47.

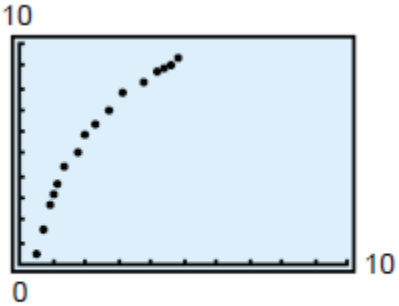
Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de déterminer quel diagramme de dispersion représente une fonction exponentielle et lequel représente une fonction logarithmique. Ils doivent expliquer leur raisonnement





(RF6.11)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer à l'aide de la technologie l'équation de la régression logarithmique pour l'ensemble de données ci dessous. Ils doivent ensuite créer le diagramme de dispersion et tracer le graphique du modèle.

x	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4	1,8	2,0	2,3	2,7	3,2	3,8
y	0,5	1,6	2,7	3,1	3,7	4,4	5,1	5,8	6,4	7,0	7,7	8,3

Demander aux élèves de comparer les valeurs de y données par le modèle et les valeurs de y figurant au tableau, et d'expliquer pourquoi le modèle est bien ajusté ou non.

(RF6.10, RF6.11, RF6.12)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

7.5 Modélisation de données à l'aide de fonctions logarithmiques

MÉ: p. 460 - 472

GE: p. 420 - 428

Jeux et casse-tête
Devine le nombre! Recherche binaire

MÉ: p. 472

GE: p. 427

Fonctions sinusoïdales

Durée suggérée: 13 heures

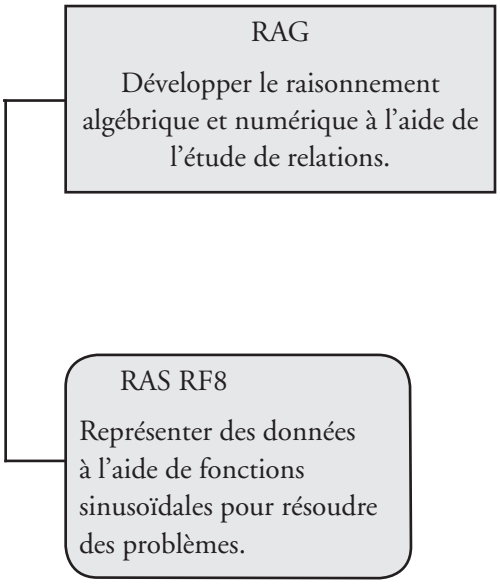
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves étudieront les fonctions sinusoïdales. Ils commenceront par se familiariser avec les graphiques de $y = \sin x$ et $y = \cos x$. Les élèves devraient travailler avec ces graphiques en degrés, puis en radians. Ils décriront les caractéristiques de fonctions sinusoïdales, comme l'amplitude, la période, la médiane, le domaine, l'image et le décalage horizontal et vertical, traceront les graphiques de ces fonctions et résoudront des problèmes contextualisés.

Les élèves créeront des diagrammes de dispersion à l'aide de la technologie et recourront à la régression pour définir des fonctions de modélisation.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
Mesure	Géométrie	Relations et fonctions
M4 Développer et appliquer les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles. [C, L, R, RP, T, V]	G3 Résoudre des problèmes comportant la loi du cosinus et la loi des sinus, excluant le cas ambigu. [L, R, RP]	RF8 Représenter des données à l'aide de fonctions sinusoïdales pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF8 Représenter des données à l'aide de fonctions sinusoïdales pour résoudre des problèmes.

[C, L, RP, T, V]

Indicateur de rendement

RF8.1 *Démontrer une compréhension des angles exprimés en degrés et en radians.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont utilisé les principales identités trigonométriques et le théorème de Pythagore pour résoudre des problèmes de triangles rectangles (M4). Dans le cours de Mathématiques 2231, ils ont résolu des problèmes faisant appel à la loi des cosinus et à la loi des sinus, exclusion faite du cas ambigu (G3). Dans ce module, les élèves décriront les caractéristiques des fonctions sinusoïdales à partir de leur graphique et de leur équation, soit $y = a\sin b(x - c) + d$ et $y = a\cos b(x - c) + d$.

Ils détermineront aussi l'équation de la fonction de régression sinusoïdale correspondant à un ensemble de données.

Demandez aux élèves de réfléchir aux différents types de mesures qui existent. La longueur peut être mesurée en centimètres ou en pouces, la température peut être mesurée en degrés Celsius ou en degrés Fahrenheit. Demandez aux élèves de penser aux différentes manières de mesurer les angles. Ils pourraient mentionner les mesures en degrés ou la notion de rotation. Introduisez la notion de radians comme une autre façon de mesurer un angle. Il s'agira de leur premier contact avec la notion de radians.

Demandez aux élèves d'imaginer un cercle de rayon 1. L'enseignant pourrait utiliser les questions ci dessous pour aider les élèves à réconcilier les notions de degrés et de radians :

- Qu'est-ce que la circonférence d'un cercle?
- En quoi consiste une révolution complète autour d'un cercle?
- Pourquoi les deux équations sont elles forcément équivalentes?

Les élèves devraient être en mesure d'affirmer que 2π radians = 360°. Demandez leur de calculer la valeur d'un radian à partir de cette équation (1 radian ≈ 57,3°). Les élèves devraient jouer avec l'équation davantage pour se faire une bonne idée de l'équivalence entre différents angles. Par exemple, si π = 180°, alors 2π = 360°, $\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}\pi = 90°$, $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{4}\pi = 45°$, $\frac{\pi}{6} = \frac{1}{6}\pi = 30°$ et $\frac{\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi = 60°$.

Les élèves devraient être capables de convertir en radians une mesure en degrés et vice versa. Demandez aux élèves de déterminer, par exemple, la valeur approximative en radians de 160°. Ils pourraient utiliser une règle de trois. Étant donné 180° = π radians, demandez aux élèves de trouver *x,* la mesure en radians de 160° ($\frac{180°}{\pi} = \frac{160°}{x}$). De même, si les élèves tentent de convertir 0,7 radian en degrés, ils devront résoudre l'équation $\frac{180°}{\pi} = \frac{x}{0.7}$. Les réponses peuvent être exactes ou approximatives.

Selon une autre formule, les élèves pourraient partir de l'équation π radians = 180° et trouver la valeur d'un radian et la valeur d'un degré. En divisant les deux membres de l'équation par π, ils trouveront $1 \text{ radian} = \frac{180°}{\pi}$. En divisant les deux membres de l'équation par 180°, ils trouveron $1° = \frac{\pi}{180°}$.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de donner leur avis sur les avantages et les désavantages comparatifs de l'utilisation de mesures en radians et en degrés.

(RF8.1)

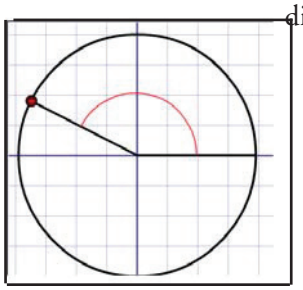
Papier et crayon

- Demandez aux élèves de donner une estimation de la réponse pour chaque conversion :
  i) 0,4 radian en degrés.
  ii) 4,5 radians en degrés.
  iii) $\frac{3\pi}{5}$ radians en degrés.
  iv) 150° en radians
  v) 470° en radians

(RF8.1)

Performance

- Demander aux élèves de dessiner un angle comme dans la figure ci-dessous, puis de donner leur dessin à un partenaire et de lui demander d'estimer la mesure de l'angle en radians. Après l'activité, diverses stratégies possibles.



(RF8.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.1 Compréhension des angles

Manuel de l'élève (MÉ):
p. 484 - 490

Guide d'enseignement (GE):
p. 457-462

Lien Internet

Ce site interactif permet aux élèves de voir les équivalences en degrés et en radians sur un cercle unité.

www.analysemath.com/french/unitcircle/unitcircle.html

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

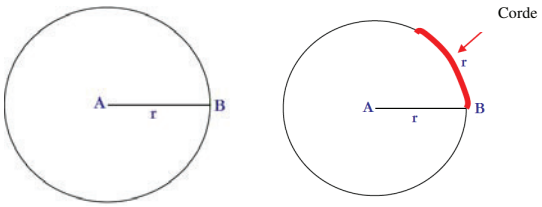
RF8 Suite...

Indicateur de rendement

RF8.1 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Cette activité peut aider les élèves à mieux comprendre la notion de radian. Représentez un cercle à grande échelle devant la classe, par exemple en faisant le tour de la salle de classe ou en le dessinant sur le plancher du gymnase. Utilisez une corde (ou une ficelle) pour représenter le rayon (r) du cercle. Le rayon est un segment de droite tandis que l'arc de cercle est courbe, car il fait partie de la circonférence, mais ils ont la même longueur. Expliquez aux élèves qu'un radian équivaut à l'angle formé en prenant le rayon et en l'appliquant à la circonférence du cercle. Demandez leur de prédire combien de morceaux de corde de cette longueur il faudra pour faire le tour du cercle au complet.



Les élèves devraient comprendre que la circonférence équivaut à un peu plus que 6 longueurs de rayon (environ $6\frac{1}{4}$ fois une corde de longueur r). Ils seront par conséquent capables d'estimer qu'un radian mesure environ 60°. Demandez aux élèves si à leur avis la taille du rayon d'un cercle influence la taille d'un radian.

Il serait bon de discuter avec les élèves de la raison pour laquelle on se sert de mesures en radians pour travailler avec les fonctions sinusoïdales. L'avantage des radians vient de ce qu'ils ont un lien direct avec le rayon du cercle (qui correspond à l'amplitude). Cela signifie que les unités de l'axe des ordonnées et de l'axe des abscisses sont uniformes et que le graphique de la courbe sinusoïdale a son apparence réelle, sans exagération verticale. Lorsque l'axe des abscisses est en degrés et l'axe des ordonnées en unités de longueur, la forme des deux graphiques peut changer en fonction de l'échelle.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Un élève a estimé que 45° représentent 0,8 radian. Demander aux élèves d'utiliser cette équivalence pour déterminer les valeurs manquantes.
  - (i) 90° = ? radians
  - (ii) ?° = 4 radians
  - (iii) 135° = ? radians
  - (iv) ?° = 3,2 radians

(RF8.1)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.1 Compréhension des angles

MÉ: p. 484 - 490

GE: p. 457 - 462

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF8 Suite...
Indicateur de rendement

RF8.2 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions sinusoïdales en analysant leurs graphiques.*

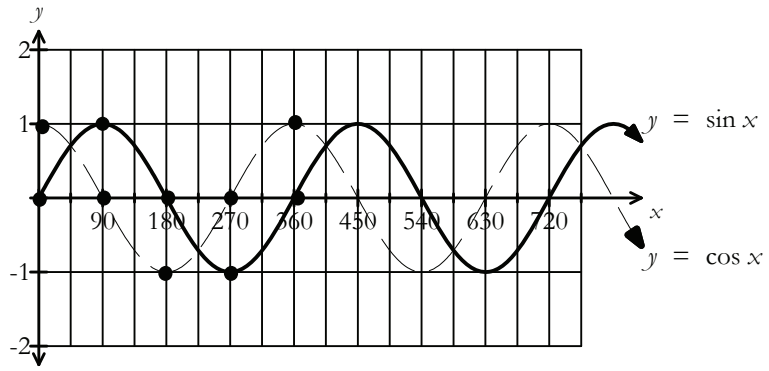
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Divers objets de tous les jours comportent des exemples de cycles ou de motifs répétitifs, comme les tapisseries, les tissus à motifs, les recouvrements de planchers et les dessins créés par ordinateur. Dans le domaine des fonctions, lorsqu'un comportement se répète régulièrement sur un intervalle donné du domaine, la fonction est dite périodique. Une grande roue, par exemple, a un comportement périodique, puisqu'elle complète une rotation toutes les t minutes.

Les élèves devraient se familiariser avec le motif des identités sinus et cosinus. Ils pourront se servir de la technologie et d'une table de valeurs pour consigner les points. Rappelez aux élèves de choisir un intervalle de θ approprié lorsqu'ils tracent le graphique de $y = \sin\theta$ et $y = \cos\theta$ de 0° à 720°. Refaites la même chose avec des mesures en radians de 0 à 4π.

Apprenez les termes période, amplitude et médiane (axe de la fonction) aux élèves pendant qu'ils tracent les graphiques de $y = \sin\theta$ et de $y = \cos\theta$. Faites porter ensuite la discussion sur la fonction sinusoïdale.

Attirez leur attention sur les points importants de chaque graphique (au nombre de 5), car ils permettent d'en déterminer les caractéristiques. Outre les caractéristiques énumérées, les élèves devraient aussi déterminer les sommets vallées, le domaine, l'image et les coordonnées à l'origine.



Dans le cas du cosinus, les élèves devraient se rendre compte qu'une oscillation complète se produit entre le premier maximum (0,1) et le prochain maximum (360°, 1). Dans le cas du sinus, une oscillation complète se produit entre le point situé à (0,0) et le point situé à (360°, 0). Demandez aux élèves si d'autres points permettent de délimiter une oscillation complète de la fonction sinus ou de la fonction cosinus. Les élèves devraient conclure que les deux courbes ont une période de 360° (ou 2π radians), une amplitude de 1 et une médiane correspondant à $y = 0$.

À partir des graphiques, les élèves devraient examiner le décalage horizontal entre les deux fonctions. Ils devraient se rendre compte que le graphique de $y = \cos\theta$ diffère de celui de $y = \sin\theta$ par une translation de 90° ($\frac{\pi}{2}$) vers la gauche.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- À l'aide de la technologie, les élèves créeront les graphiques de $y = \sin \theta$ et de $y = \cos \theta$. Utiliser les questions suivantes pour orienter la discussion :
  - (i) Quelle est la valeur maximale de sin θ et de cos θ? la valeur minimale?
  - (ii) À quelles valeurs de θ les valeurs maximales se trouvent-elles? les valeurs minimales?
  - (iii) Quels sont les coordonnées à l'origine?
  - (iv) Pour quelles valeurs de θ la fonction est-elle positive? négative?
  - (v) Les graphiques montrent-ils-un comportement périodique? Justifier
  - (vi) Quelle est la période? Quel intervalle avez-vous utilisé pour déterminer la période?
  - (vii) Quelle est la hauteur (amplitude) du graphique?
  - (viii) Quelle est la médiane?
  - (ix) Quelles comparaisons pouvez-vous faire entre la fonction sinus et la fonction cosinus.

(RF8.2)

Observation

- Créer un modèle du plan cartésien sur le plancher de la classe. Utiliser un mètre pour représenter le rayon du cercle. Demander aux élèves d'enregistrer et de dessiner la distance, en mètres, entre l'extrémité du mètre et l'axe des abscisses sur 360°. Ces valeurs produiront la fonction sinus. Demander aux élèves de répéter le processus en mesurant la distance, en mètres, entre l'extrémité du mètre et l'axe des ordonnées, sur 360°. Ces valeurs produiront la fonction cosinus.

(RF8.2)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.2 Exploration des graphiques des fonctions périodiques

MÉ: p. 491 - 496

GE: p. 463 - 468

Lien Internet

Le site ci dessous offre une application qui permet de dessiner la fonction sinus et la fonction cosinus.

www.walter-fendt.de/m14f/sincostan_f.htm

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

RF8 Suite...

Indicateurs de rendement

RF8.3 *Interpréter le graphique d'une fonction sinusoïdale qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.*

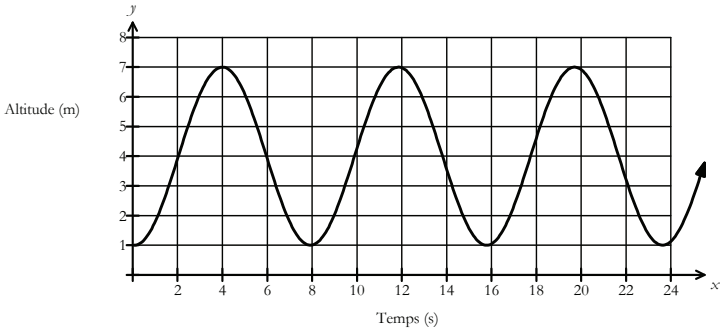
RF8.4 *Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions sinusoïdales en analysant leurs équations.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves divers graphiques, dont certains sont périodiques mais pas sinusoïdaux, et d'autres sont périodiques et sinusoïdaux. En comparant les graphiques, les élèves devraient être capables de conclure que toutes les fonctions sinusoïdales sont périodiques, mais que toutes les fonctions périodiques ne sont pas sinusoïdales.

Les fonctions sinusoïdales peuvent servir à modéliser des problèmes ayant trait à des comportements répétitifs ou périodiques. Fournissez aux élèves une série de graphiques associés à une mise en situation, puis demandez leur de déterminer les caractéristiques de la fonction sinusoïdale et d'expliquer sa pertinence dans le cadre du problème. L'enseignant pourrait utiliser l'exemple suivant :

- Pendant un tour de grande roue, l'altitude de Maxime en fonction du temps peut être représentée par le graphique ci-dessous.



Demandez aux élèves de déterminer la période, l'image, l'amplitude, les coordonnées à l'origine et l'équation de la médiane, et d'expliquer à quoi correspondent ces valeurs dans le contexte du problème.

Dans le cours de Mathématiques 2231, les élèves ont travaillé avec la fonction quadratique $y = a(x - h)^2 + k$, et ils ont manipulé les paramètres a, h et k pour voir leur effet sur le graphique (RF1). Les élèves exploreront maintenant la façon dont les valeurs de a, b, c et d influencent le graphique de fonctions sinusoïdales écrites sous la forme $y = a\sin b(x - c) + d$ et $y = a\cos b(x - c) + d$. Il serait utile que les élèves étudient l'effet de chaque paramètre séparément pour bien en comprendre l'effet sur le graphique. Au moment de réaliser cette activité, les élèves devraient déjà avoir l'habitude de travailler avec des radians et des degrés.

À l'aide de la technologie, les élèves devraient examiner les effets de la variation du paramètre a en comparant la fonction $y = \sin x$ et la fonction $y = a\sin x$, dans laquelle $a > 0$. Pendant qu'ils comparent différentes fonctions comme $y = 2\sin x$, $y = 5\sin x$ et $y = 0{,}5\sin x$ à la fonction $y = \sin x$, posez leur les questions suivantes pour stimuler leur réflexion :

- Qu'arrive-t-il à l'amplitude si $a > 0$?
- Le paramètre a a-t-il un effet sur la forme du graphique?
- Quel effet le paramètre a a -t-il sur l'image?
- La valeur de a aura-t-elle le même effet sur le graphique de la fonction cosinus que sur le graphique de la fonction sinus? Pourquoi?

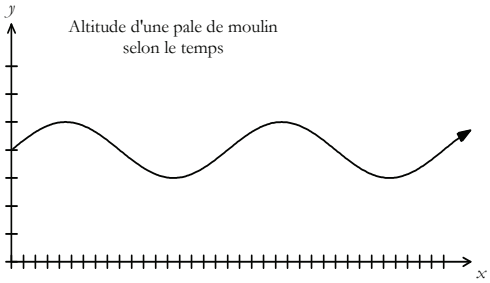
Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

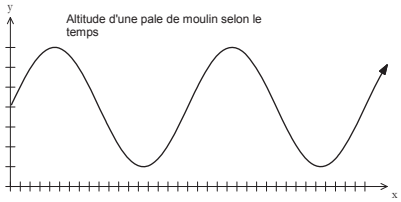
Stratégies d'évaluation

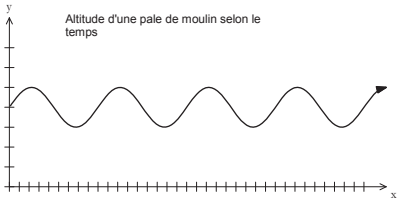
Entrevue

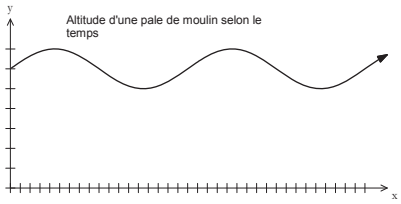
- Une entreprise teste un nouveau type de moulin à vent. Le graphique ci dessous montre la trajectoire de la pale du moulin d'origine au fil du temps. Demander aux élèves de décrire ce qui a changé et ce qui est resté pareil dans les nouveaux modèles (note : l'échelle est la même dans tous les graphiques).

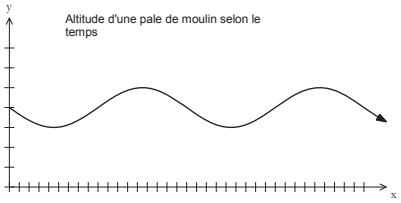
MODÈLE D'ORIGINE











(RF8.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.3 Graphiques de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 497 - 512
GE: p. 469 - 477

8.4 Équations de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 516 - 532
GE: p. 478 - 487

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF8 Suite...

Indicateur de rendement

RF8.4 *Suite*

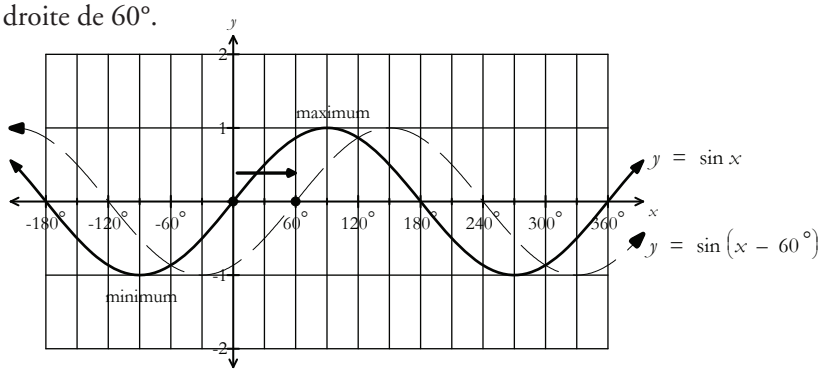
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

De même, les élèves devraient examiner la valeur du paramètre d en comparant la fonction $y = \sin x$ et la fonction $y = \sin(x) + d$. Demandez leur de comparer les graphiques de $y = \sin(x) + 2$ et de $y = \sin(x) - 3$ au graphique de $y = \sin x$ puis de répondre aux questions suivantes :

- En quoi chaque graphique est-il différent de celui de $y = \sin x$?
- Quelle est le lien entre la valeur de d et l'équation de la médiane?
- La forme et l'emplacement du graphique sont-ils influencés par le paramètre d?
- Le paramètre d a-t-il un effet sur la période?
- La valeur de d a-t-elle le même effet sur le graphique de la fonction cosinus que sur le graphique de la fonction sinus? Pourquoi?

Les élèves devraient manipuler le paramètre b en comparant $y = \sin x$ et $y = \sin bx$, dans laquelle $b > 0$. Ils pourraient par exemple comparer les graphiques de $y = \sin 2x$ et $y = \sin 0{,}5x$ à celui de $y = \sin x$. Demandez aux élèves de décrire l'effet du paramètre b sur la période. Ils devraient remarquer que la période de $y = \sin 2x$ est de 180° alors que celle de $y = \sin 0{,}5x$ est de 720°. Les élèves pourraient avoir besoin d'aide pour comprendre que la période d'une fonction sinusoïdale correspond à $\frac{360°}{b}$ (ou $\frac{2\pi}{b}$). Donnez aux élèves l'occasion de faire les mêmes expériences avec la fonction cosinus, pour qu'ils puissent se rendre compte que le paramètre b l'affecte de la même façon.

Lorsqu'ils manipuleront le paramètre c, les élèves devraient identifier les points importants sur le graphique de la fonction sinus et de la fonction cosinus. Ils savent que le graphique de la fonction sinus et le graphique de la fonction cosinus ont des coordonnées à l'origine différentes. Afin de déterminer le décalage horizontal (ou déphasage), ils devront évaluer si les principaux points se sont déplacés vers la droite ou la gauche. Demandez aux élèves de commencer par comparer la fonction $y = \sin x$ et la fonction $y = \sin(x - c)$. Ils pourraient comparer les graphiques de $y = \sin(x - 60°)$ et de $y = \sin(x + 30°)$ à celui de $y = \sin x$. Le point (0,0) fait partie des points importants de $y = \sin x$: il est situé sur la médiane, à un endroit où la courbe est croissante. La courbe de $y = \sin(x - 60°)$, par exemple, croise la médiane à $x = 60°$, il y a donc eu décalage vers la droite de 60°.

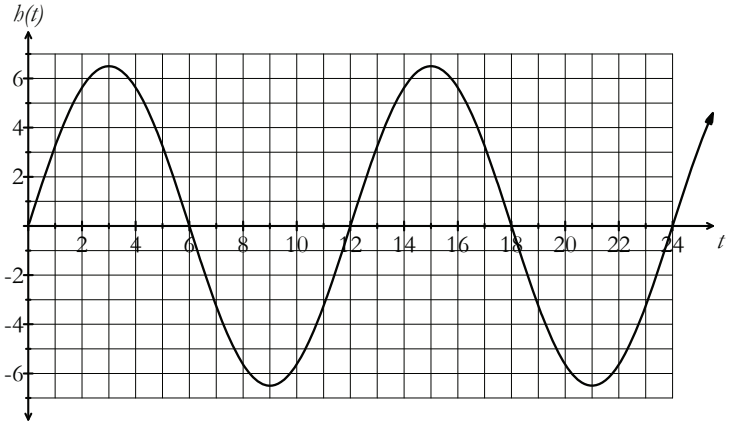


Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Le graphique ci dessous représente la montée et la baisse des marées dans la baie de Fundy. La variable t représente le temps en heures, et *h(t)* la hauteur de la marée par rapport au niveau de la mer.



Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

(i) Quelle est l'image du niveau des marées?

(ii) Que représente l'équation de la médiane dans cette situation?

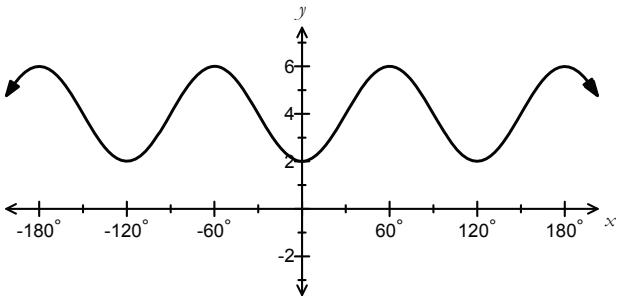
(iii) Quelle est la période du graphique?

(iv) L'équation de cette fonction sinusoïdale est $h(t) = 6,5\sin\frac{\pi}{6}t$. Calculer la période à partir de l'équation et la comparer à votre réponse à la question (iii).

(RF8.3, RF8.4)

Journal

- Sous la forme $y = a\sin b(x - c) + d$ l'équation du graphique ci-dessous est $y = 2\sin 3(x - 30°) + 4$. Expliquez comment vous trouveriez les valeurs des paramètres *a*, *b*, *c* et *d* si l'équation n'était pas fournie. Quelles valeurs avez vous trouvées en premier? Pourquoi? Quelle valeur a été la plus difficile à trouver? Quelles valeurs changeraient si cette courbe était transformée en fonction cosinus?



(RF8.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.4 Équations de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 516 - 532
GE: p. 478 - 487

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

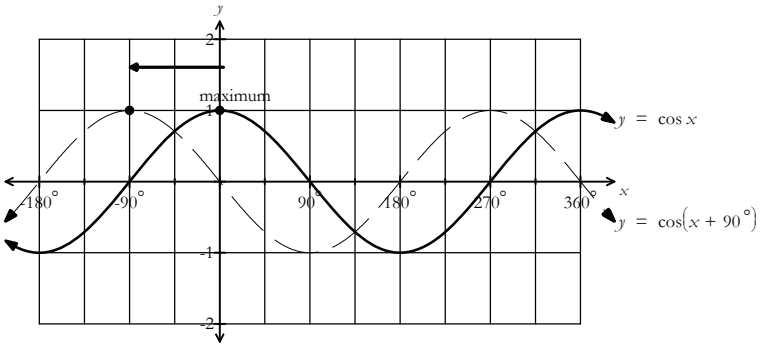
RF8 Suite...

Indicateurs de rendement

RF8.4 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour déterminer le décalage horizontal de la fonction cosinus, l'un des principaux points que les élèves doivent considérer est (0,1), qui est un maximum du graphique. Demandez aux élèves de comparer les fonctions $y = \cos x$ et $y = \cos(x - c)$. Ils pourraient par exemple comparer le graphique de $y = \cos(x + 90°)$ et de $y = \cos(x - 30°)$ cà celui de $y = \cos x$. Le graphique de $y = \cos(x + 90°)$, par exemple, comporte un maximum à (-90°, 1) donc eu décalage horizontal de 90° vers la gauche.



Une fois que les élèves ont vu tous les paramètres, donnez leur une série d'équations pour lesquelles ils devront déterminer l'amplitude, l'équation de la médiane, l'image, la période et le décalage horizontal. Encouragez les à vérifier leurs réponses en traçant un graphique à l'aide de la technologie.

Les élèves ne se rendent pas toujours compte de la différence que font les parenthèses en matière de décalages horizontaux et verticaux. Ils devraient comparer $y = \cos(x + 2)$ et $y = \cos x + 2$ et constater que la première se traduit par un déplacement horizontal, tandis que la deuxième se traduit par un déplacement vertical. Il pourrait être utile pour les élèves d'écrire $y = \cos x + 2$ plutôt que $y = \cos(x) + 2$ de façon à souligner que $y = \cos(x) + 2$ ne se traduit pas par un décalage horizontal, mais bien un décalage vertical de deux unités vers le haut (c. à d., $y = \cos(x + 0) + 2$).

RF8.5 *Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.*

Les élèves devraient associer des graphiques sinusoïdaux aux équations correspondantes. À partir du graphique, ils procéderont en éliminant les équations fournies jusqu'à ce qu'ils trouvent la bonne. Encouragez les élèves à expliquer leur raisonnement lorsqu'ils éliminent des options.

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- La température d'une maison climatisée pendant une journée de canicule peut être représentée par la fonction $t(x) = 1{,}5(\cos 15°x) + 20$, dans laquelle x représente le nombre de minutes pendant lesquelles le climatiseur fonctionne et $t(x)$ correspond à la température en degrés Celsius. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Quelles sont les températures maximale et minimale dans la maison?
  (ii) Quelle est la température quand le climatiseur est en fonction depuis 10 minutes?
  (iii) Quelle est la période de la fonction? Que représente cette valeur dans la mise en situation?

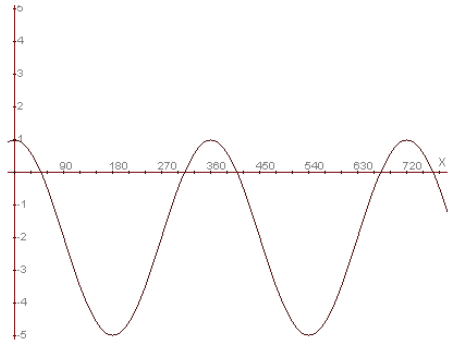
  (RF8.4)

- Dans un port de mer, la profondeur de l'eau en mètres, $d(t)$, peut être estimée à l'aide de la fonction $d(t) = 2{,}5\sin 0{,}164\pi(t - 1{,}5) + 13{,}4$ dans laquelle t représente le temps en heures. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  (i) Tracer le graphique de la fonction
  (ii) Quelle est la période de la marée? À quelle réalité correspond la période?
  (iii) Un bateau de croisière a besoin d'au moins 12 m d'eau pour accoster en toute sécurité. Pendant combien d'heures par cycle de la marée ce bateau peut-il accoster sans danger?

  (RF8.4)

- Andréanne a créé le graphique suivant pour l'équation $y = 3\sin(x - 90°) + 2$.



Demander aux élèves de trouver l'erreur commise par Andréanne, puis de tracer le graphique corrigé.

(RF8.4, RF8.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.4 Équations de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 516 - 532
GE: p. 478 - 487

Note :
Rappelez aux élèves que si le symbole de degré n'apparaît pas dans une fonction sinusoïdale (par ex., $f(x)=\sin^2(x - 60°)+3$), elle est en radians. Donc, ils devraient régler leur calculatrice pour calculer en radians lorsqu'ils calculeront cette fonction pour x.

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF8 Suite...

Indicateurs de rendement

RF8.6 *Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction sinusoïdale qui représente le mieux les données.*

RF8.7 *Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions sinusoïdales et expliquer le raisonnement.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont déjà eu à trouver des équations de régression polynomiale, exponentielle et logarithmique. Ils travailleront maintenant avec des équations de régression sinusoïdale.

Dans ce module, les élèves ont étudié l'amplitude, la période et le décalage horizontal et vertical de fonctions sinus. Des phénomènes comme les ondes sonores et la hauteur des marées peuvent êtres modélisés par des fonctions sinusoïdales. Demandez aux élèves de créer un diagramme de dispersion à partir d'un ensemble de données et d'expliquer comment une fonction sinusoïdale permet de les représenter. Ils devraient ensuite déterminer et tracer la fonction de régression sinusoïdale.

L'enseignant devrait expliquer aux élèves que lorsqu'ils entrent une fonction sinusoïdale dans leur calculatrice, celle ci génère une équation de forme $y = a \sin(bx + c) + d$ en radians. Rappelez leur de vérifier que leur graphique est réaliste compte tenu de leurs données. Cela permettra de renforcer leur compréhension du fait que les fonctions de régression représentent les équations qui correspondent d'aussi près que possible aux données, sans être des modèles parfaits.

L'analyse de régression peut être effectuée au moyen de diverses technologies, comme les calculatrices graphiques, leurs émulateurs et des applications graphiques offertes pour les téléphones intelligents, les tablettes et les ordinateurs.

Les élèves devraient analyser le graphique pour déterminer les valeurs maximum et minimum, l'amplitude et la période. Ils devraient aussi interpoler ou extrapoler des valeurs à partir du graphique. Les élèves peuvent aussi se servir de l'équation de la fonction de régression sinusoïdale pour trouver des valeurs de la variable indépendante (c. à d. trouver la valeur de y pour des valeurs données de x).

Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

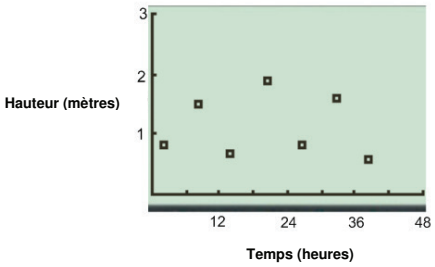
Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Un biologiste marin a consigné la chronologie des marées de la région du Saint Laurent pour le 17 et le 18 juillet 2012 dans le tableau ci dessous.

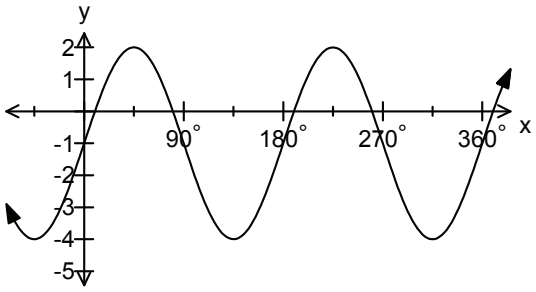
Temps (heure :minutes)	Hauteur (mètres)
01:50	0,8
07:55	1,5
13:35	0,7
20:38	1,9
26:25	0,8
32:40	1,6
38:15	0,6

Il a entré les données dans sa calculatrice TI 83, comme suit :



Demander aux élèves d'utiliser une courbe de meilleur ajustement pour estimer la hauteur de la marée après 15 heures d'observation. Ce modèle permettrait il de prédire la hauteur de la marée au cours des deux prochains jours? De la prochaine semaine? Du prochain mois? Discuter avec vos camarades de classe. (RF8.6, RF8.7)

- Demandez aux élèves d'utiliser la fonction sinusoïdale pour répondre aux questions suivantes :



(a) Trouvez l'amplitude, la période, l'équation de la médiane et l'image.

(b) Utilisez les valeurs trouvées en (a) pour déterminer la fonction qui représente le graphique sous la forme $y = a \sin b(x-c)+d$ et $y = a \cos b(x+c)+d$.

(RF8.4, RF8.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.5 Modélisation de données à l'aide de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 533-548
GE: p. 488-494

Lien Internet

http://marees.gc.ca/

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
RF8 Suite...

Indicateurs de rendement

RF8.6, RF8.7 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves n'auront pas à déterminer la valeur du décalage horizontal c à partir de l'équation de régression $y = a \sin(bx + c) + d$. Il faudrait pour cela mettre en évidence la variable b, ce qui ne tombe pas sous la portée de l'objectif.

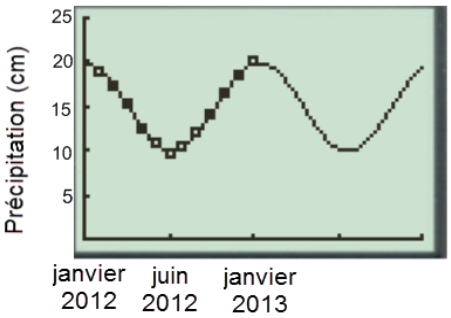
Il s'agit d'une bonne occasion de demander aux élèves d'examiner des données de phénomènes naturels périodiques et de préparer un diagramme de dispersion et un graphique de la fonction sinusoïdale de meilleur ajustement. Ils devraient utiliser les données pour faire des interpolations et des extrapolations au cours de leur présentation, et établir d'autres généralisations à propos de l'environnement étudié.

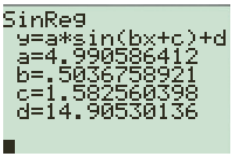
Résultat d'apprentissage général: Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Le météorologiste Bernard Noyer a enregistré les précipitationsmoyennes dans la région de Grand Falls-Windsor en 2012, et a créé une fonction de régression sinusoïdale à partir des données. Demander aux élèves de prédire la quantité de précipitations en août 2013 à partir du graphique. Ils devraient utiliser l'équation pour prédire la quantité de précipitations en mars 2017. Demander aux élèves de réfléchir aux problèmes que pourrait présenter l'utilisation d'une régression sinusoïdale pour estimer les précipitations futures.





(RF8.6, RF8.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Principes mathématiques 12

8.5 Modélisation de données à l'aide de fonctions sinusoïdales

MÉ: p. 533-548
GE: p. 488-494

Lien Internet

http://marees.gc.ca/

Mathématiques financières : Emprunts

Durée suggérée: 11 heures

Aperçu du module

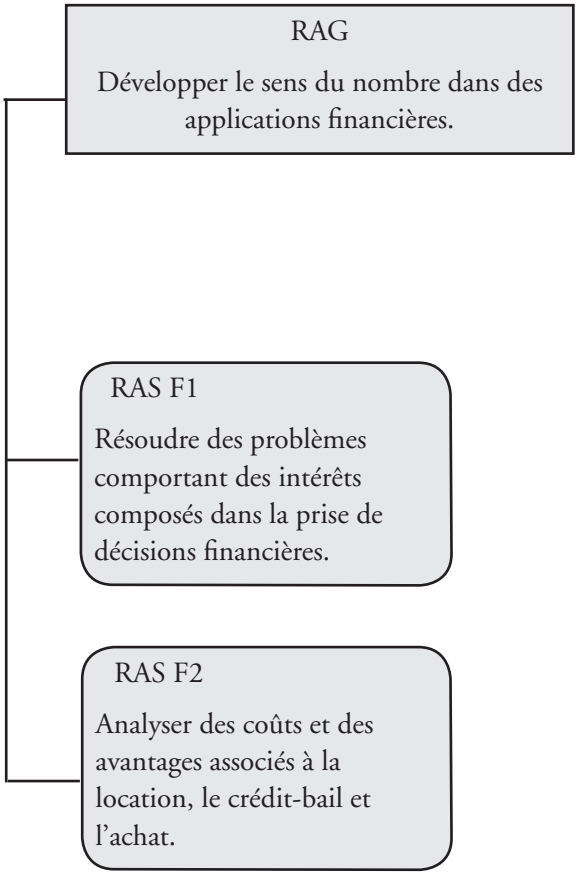
Orientation et contexte

Étant donné la complexité du monde financier de nos jours, il est crucial de posséder des connaissances financières. Il est important que l'enseignement des mathématiques comprenne un volet sur les finances.

Il importe que les élèves acquièrent les compétences et les connaissances pour prendre les bonnes décisions lorsqu'ils gèrent leurs finances personnelles. Les élèves verront entre autres sujets :

- des concepts financiers comme les intérêts composés;
- les coûts et avantages de la location, du crédit bail et de la propriété.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**]	Communication	[**CE**]	Calcul mental et estimation
[**L**]	Liens	[**R**]	Raisonnement
[**RP**]	Résolution de problèmes	[**T**]	Technologie
[**V**]	Visualisation		

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2231	Mathématiques 3231
		Mathématiques financières
non traité	non traité	F1 Résoudre des problèmes comportant des intérêts composés dans la prise de décisions financières. [C, L, RP, T, V] F2 Analyser des coûts et des avantages associés à la location, le crédit-bail et l'achat. [L, R, RP, T]

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F1 Résoudre des problèmes comportant des intérêts composés dans la prise de décisions financières.

[C, L, RP, T, V]

Indicateur de rendement

F1.1 *Expliquer les avantages et les inconvénients des intérêts composés et des intérêts simples.*

F1.2 *Identifier des situations comportant des intérêts composés.*

F1.3 *Résoudre un problème contextualisé comportant des intérêts composés.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le présent module, les élèves résoudront des problèmes sur les prêts à remboursement unique et les prêts à tempérament. Il faut utiliser dans le module des outils technologiques, comme des feuilles de calcul ou une application financière.

Les élèves ont vu tant l'intérêt simple que les intérêts composés dans le module sur les fonctions exponentielles (RF5). Demandez aux élèves de donner des exemples qui font entrer en jeu l'intérêt simple et d'autres exemples où des intérêts composés s'appliquent. Des prêts personnels contractés auprès d'un membre de la famille, par exemple, peuvent être à intérêt simple. Demandez aux élèves quels seraient d'autres avantages d'emprunter de l'argent auprès d'un membre de la famille. Dans certains cas, les membres de la famille peuvent proposer un prêt à un très faible taux d'intérêt ou même sans intérêt. L'intérêt simple s'applique aussi habituellement aux prêts ou aux placements d'une période d'un an ou moins.

Toutefois, bon nombre des produits proposés par les établissements financiers sont habituellement à intérêts composés. Demandez aux élèves de donner des exemples de ces types de produits et classez les selon que le client emprunte ou place de l'argent.

Emprunt	Placement
Prêt Carte de crédit Hypothèque Marge de crédit Prêt étudiant	Compte d'épargne Compte chèque Certificat de placement garanti (CPG) Obligation d'épargne du Canada

Discutez avec les élèves du fait que les CPG et les obligations d'épargne du Canada peuvent être à intérêt simple ou à intérêts composés.

Lorsque vous discutez des avantages et des inconvénients de l'intérêt simple et des intérêts composés, demandez aux élèves d'explorer les options proposées au consommateur. Demandez aux élèves s'il faut prendre en compte la perspective du prêteur et celle de l'emprunteur. Demandez aux élèves de se prononcer sur les points suivants :

- Un avantage pour le prêteur est habituellement un inconvénient pour le client.
- On détermine ce qui sera le plus avantageux, l'intérêt simple ou les intérêts composés, selon qu'on place ou qu'on emprunte de l'argent.

Rappelez aux élèves les formules utilisées pour chaque type d'intérêt :

- intérêt simple $A = P(1 + rt)$
- intérêts composés $A = P(1 + i)^n$

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Supposons que Pierre emprunte 1 000 $ de ses parents. Demander aux élèves ce qui suit.

  i) Quelle somme devra-t-il remettre dans deux ans s'ils demandent un intérêt de 3 % par année?

  ii) Quelle somme devra-t-il remettre s'ils demandent des intérêts composés de 3 %, calculé mensuellement?

  iii) Dites quelle est la meilleure option pour lui et expliquez pourquoi.

  (F1.1, F1.2, F1.3)

- À titre d'évaluation préalable, demander aux élèves de participer à l'activité « Boules de papier en folie ». Fournir aux élèves une feuille vierge. Poser la question suivante : « Qu'est ce que l'intérêt (sur un prêt, etc.)? » Donner quelques minutes aux élèves pour écrire sur leur feuille en quoi consiste l'intérêt selon eux. Demander aux élèves de faire une « boule de papier » avec leur feuille, de la lancer en avant de la classe et ensuite de venir en chercher une. À tour de rôle, ils lisent à voix haute ce qui est écrit sur la feuille défroissée. L'enseignant devrait alors résumer leurs idées et amorcer une discussion sur le sujet pour commencer le module.

  (F1.1, F1.2)

- Demander aux élèves de prédire lequel de ces placements donnera un meilleur rendement :

  i) Option 1 : 1 000 $ à un taux d'intérêt simple de 3,5 % par année;

  ii) Option 2 : 1 000 $ à un taux d'intérêt composé de 3,0 % par année.

  Ils devraient vérifier leur prédiction en calculant la valeur de leur placement après 5 ans, 10 ans et 15 ans.

  (F1.1, F1.2, F1.3)

Journal

- Pierre et Julie disent tous deux que leur compte d'épargne fructifie à un taux d'intérêt de 2 %. Mais au bout d'un an, le placement de 1 000 $ de Pierre vaut 1 020,00 $, tandis que celui de Julie vaut 1 020,18 $. Demander aux étudiants d'expliquer cette différence.

  (F1.1, F1.2, F1.6)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
Manuel de l'élève (MÉ):
p. 80 - 97
Guide d'enseignement (GE):
p. 74 - 86

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
F1 Suite...

Indicateurs de rendement

F1.1, F1.2, F1.3 *Suite...*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent résoudre des problèmes où diverses options sont proposées et expliquer pourquoi ils choisissent une option en particulier. Demandez aux élèves de se pencher sur un scénario comme celui ci :

- Jean-Jacques veut aller à l'université dans cinq ans. Sa grand-mère décide de placer 2 000 $ dans un certificat de placement garanti (CPG) pour l'aider à payer ses dépenses au cours de sa première année.

Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes.

i) Que vaudra le CPG dans 5 ans si elle décide d'en prendre un à un taux d'intérêt simple de 3 % par année?

ii) Que vaudra-t-il si les intérêts sont composés mensuellement?

iii) Quelle est la meilleure option pour la banque?

iv) Et pour Jean-Jacques?

Rappelez aux élèves que la croissance de l'intérêt simple est linéaire, tandis que celle des intérêts composés est exponentielle. Rappelez leur aussi qu'un taux d'intérêt de 3 % « à capitalisation mensuelle » ne signifie pas 3 % par mois, mais 0,25 % par mois.

F1.4 *Comparer, dans une situation donnée, le montant total d'intérêts payés ou touchés selon diverses périodes de calcul de l'intérêt.*

F1.5 *Déterminer, étant donné le capital, le taux d'intérêt et le nombre de périodes de calcul de l'intérêt, le montant total d'intérêts payés d'un emprunt.*

Dans le module sur les fonctions exponentielles, les élèves ont résolu des problèmes où le taux d'intérêt et la fréquence de capitalisation variaient. Ils connaissent les fréquences de capitalisation : quotidienne, mensuelle, trimestrielle, semestrielle et annuelle.

Pour réussir le module, les élèves doivent être en mesure de faire la distinction entre des paiements toutes les deux semaines, les paiements accélérés toutes les deux semaines et les paiements bimensuels. L'enseignant pourrait demander aux élèves de se pencher sur le remboursement d'un prêt de 600 $ par mois et les aider à calculer ces divers types de paiements pour qu'ils puissent voir les différences.

- Toutes les deux semaines $\rightarrow$ $600 \times 12 \div 26 = \$276{,}92$
  payé 26 fois par année;
- Bimensuels $\rightarrow$ $600 \div 2 = \$300{,}00$
  payé 24 fois par année (le 1er et le 15 du mois);
- Accélérés toutes les deux semaines $\rightarrow$ $600 \div 2 = \$300{,}00$
  payé 26 fois par année.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de créer un mur du vocabulaire pour y mettre les termes utilisés dans le module. Ils pourraient créer une affiche qui montre leur mot ainsi qu'une courte définition ou un dessin. Voici une liste de mots suggérés.

toutes les deux semaines	crédit-bail	
mensuel	financement	intérêt simple
bimensuel	hypothèque	intérêt composé
annuel	valeur capitalisée	emprunt
échéance	appréciation	placement
amortissement	dépréciation	solde
capital	prêteur	prêt
marge de crédit	investisseur	

(F1.1, F1.2)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de remplir la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Capital	Taux annuel (%)	Fréquence de capitalisation	Nombre de périodes de capitalisation dans une année	Taux par période de capitalisation	Terme (ans)	Nombre de périodes de capitalisation	Somme
2	1000 $	12	annuelle	1	12	2	2	1254,40 $
3			semestrielle					
4			mensuelle					
5			Toutes les 2 sem.					

Leur demander quelle est la fréquence de capitalisation qui donne le meilleur rendement sur leur investissement.

(F1.4)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
MÉ: p. 80 - 97
GE: p. 74 - 86

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
F1 Suite...

Indicateur de rendement

F1.4, F1.5 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

On peut rembourser un prêt en faisant des paiements réguliers tout au long du terme du prêt ou un seul paiement à la fin du terme. Les élèves doivent tout d'abord utiliser des exemples où le prêt est remboursé en un seul paiement à la fin du terme. Ils doivent aussi comparer les totaux des intérêts payés selon les diverses fréquences de capitalisation, pour un capital initial, un taux d'intérêt et un terme identiques. Il est important que les élèves comprennent le taux d'intérêt appliqué, et la capitalisation, avant de prendre des décisions financières, car de grandes différences peuvent se produire sur de longues périodes. Demandez aux élèves de résoudre un problème semblable à celui-ci :

- Marie emprunte 1 000 $ à un taux d'intérêt de 10 % à capitalisation semestrielle. Sébastien emprunte 1 000 $ à un taux d'intérêt de 10 % à capitalisation annuelle. Combien d'intérêt chacun d'eux paiera-t-il au bout de 2 ans?

Les élèves devraient remarquer que l'intérêt s'accumule plus rapidement lorsque la fréquence de capitalisation est plus grande. Encouragez les élèves à suivre le prêt au fil du terme pour qu'ils aient la chance de décrire et d'expliquer comment l'intérêt est calculé. Ils peuvent ensuite passer à la formule de calcul des intérêts composés, $A = P(1 + i)^n$ pour déterminer la valeur du prêt et utiliser $I = A - P$ pour déterminer le total de l'intérêt.

Marie se voit charger un intérêt de 50 $ après 6 mois, ce qui fait grimper le capital à 1 050 $. Après 1 an, l'intérêt est de 52,50 $ (5 % de 1 050 $), ce qui fait grimper le capital à 1 102,50 $. Les élèves continuent cet exercice pour chaque fréquence de capitalisation et au bout de 2 ans, le capital s'élève à 1 215,51 (c. à d.) $A = 1000(1+\frac{0,10}{2})^{2(2)}$. Le total de l'intérêt se chiffre à 215,51 $.

Sébastien se voit charger un intérêt de 100 $ après 1 an, ce qui fait grimper le capital à 1 100 $. Au bout de 2 ans, le capital s'élève à 1 210$ (c. à d. $A = 1000(1+0,10)^2$). Le total de l'intérêt se chiffre à 210 $.

L'enseignant devrait donner aux étudiants des exemples de paiement d'un prêt à remboursement unique à l'échéance du prêt, comme :

- un agriculteur qui rembourse son prêt avec un montant forfaitaire après la récolte;
- le remboursement d'un prêt sur salaire proposé par certains fournisseurs de services financiers.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Marie contracte un prêt de 5 000 $ à un taux d'intérêt de 4 %, à capitalisation annuelle. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes.
  - i) Combien d'intérêt paiera-t-elle si le terme du prêt est de 6 ans?
  - ii) Si la fréquence de capitalisation était mensuelle, combien d'intérêt devra être payé?
  - iii) Et si la fréquence de capitalisation était quotidienne?
  - iv) Qu'est-ce qui arrive à l'intérêt à mesure que change la fréquence de capitalisation?

(F1.4)

Demander aux élèves

- Un élève a remboursé à une institution financière un total de 8 218,10 $, soit le capital et les intérêts. Si le taux d'intérêt était de 5 % et que l'intérêt était composé tous les trimestres pendant 10 ans, quelle somme a-t-il empruntée?

(F1.4, F1.5)

- Soit un prêt dont les intérêts sont composés mensuellement. La somme est représentée par $A=10\ 000(1{,}0125)^{20}$. Quel est le taux d'intérêt?

(F1.4, F1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
MÉ: p. 80 - 97
GE: p. 74 - 86

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
F1 Suite...

Indicateur de rendement

F1.5 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent aussi analyser des situations où un prêt, comme un prêt hypothécaire ou un prêt-auto, est remboursé régulièrement tout au long du terme du prêt. Demandez aux élèves pourquoi la fréquence de remboursement du prêt est souvent liée à la période de paye. Les enseignants devraient fournir des exemples où la fréquence de remboursement coïncide avec celle de capitalisation. Par exemple, si le remboursement d'un prêt se fait tous les mois, alors la fréquence de capitalisation devrait être mensuelle aussi. Les problèmes où la fréquence de capitalisation et celle de remboursement ne concordent pas seront explorés plus tard. Comme la formule pour calculer le paiement d'un prêt à remboursement unique ne s'applique pas dans ce cas-ci, soit il faut donner dans le problème le montant du paiement, soit les étudiants devront le déterminer à l'aide d'un logiciel financier. Demandez aux élèves d'utiliser un outil technologique pour créer un tableau d'amortissement pour montrer chaque paiement périodique du prêt. Les élèves tenteront de résoudre un problème semblable à celui qui suit.

- Marc achète un véhicule tout terrain pour l'été. La banque lui consent un prêt de 7 499,99 $ pour le payer, à un taux d'intérêt de 4,5 % à capitalisation mensuelle. Si Mark fait 36 paiements mensuels de 223,10$, calculer l'intérêt total à la fin du prêt.

N°/Année	Date	Paiement	Intérêt	Capital	Solde
Prêt :	01/12/12				7 499,99
1/01	01/01/13	233,10	28,12	194,98	7 305,01
2/01	01/02/13	233,10	27,39	195,71	7 109,30
3/01	01/03/13	233,10	26,66	196,44	6 912,86
4/01	01/04/13	233,10	25,92	197,18	6 715,68
5/01	01/05/13	233,10	25,18	197,92	6 517,76
6/01	01/06/13	233,10	24,44	198,66	6 319,10
7/01	01/07/13	233,10	23,70	199,40	6 119.70
8/01	01/08/13	233,10	22,95	200,15	5 919,55
9/01	01/09/13	233,10	22,20	200,90	5718,65
10/01	01/10/13	233,10	21,44	201,66	5516,99
11/01	01/11/13	233,10	20,69	202,41	5314.58
12/01	01/12/13	233,10	19,93	203,17	5111,41
13/02	01/01/14	233,10	19,17	203,93	4 907,48
14/02	01/02/14	233,10	18,40	204,70	4 702,78
15/02	01/03/14	233,10	17,64	205,46	4 497,32
16/02	01/04/14	233,10	16,86	206,24	4 291,08
17/02	01/05/14	233,10	16,09	207,01	4 084,07
18/02	01/06/14	233,10	15,32	207,78	3 876,29
19/02	01/07/14	233,10	14,54	208,56	3 667,73
20/02	01/08/14	233,10	13,75	209,35	3 458,38
21/02	01/09/14	233,10	12,97	210,13	3 248,25
22/02	01/10/14	233,10	12,18	210,92	3 037,33
23/02	01/11/14	233,10	11,39	211.71	2 825,62
24/02	01/12/14	233,10	10,60	212,50	2 613,12
25/03	01/01/15	233,10	9,80	213,30	2 399,82
26/03	01/02/15	233,10	9,00	214,10	2 185,72
27/03	01/03/15	233,10	8,20	214,90	1 970,82
28/03	01/04/15	233,10	7,39	215,71	1 755,11
29/03	01/05/15	233,10	6,58	216,52	1 538,59
30/03	01/06/15	233,10	5,77	217,33	1 321,26
31/03	01/07/15	233,10	4,95	218,15	1 103,11
32/03	01/08/15	233,10	4,14	218,96	884,15
33/03	01/09/15	233,10	3,32	219,78	664,37
34/03	01/10/15	233,10	2,49	220,61	443,76
35/03	01/11/15	233,10	1,66	221,44	222,32
36/03	01/12/15	233,10	0,83	222,32	0,00
	31/12/15	8 031,65	531,66	7 499,99	

Demandez aux élèves de vérifier les valeurs des deux ou trois premières lignes pour vous assurer qu'ils comprennent comment calculer l'intérêt, le capital et le solde actuel. Ils doivent ensuite analyser le tableau pour relever la tendance dans le calcul de l'intérêt.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Marie contracte un prêt de 100 000 $ à un taux d'intérêt annuel de 6 %. Elle prend 20 ans pour le rembourser. Demander aux élèves de répondre à ce qui suit.

  i) Utilisez un logiciel financier pour déterminer le montant du paiement mensuel.

  ii) Combien d'intérêt aura-t-elle payé au bout de 20 ans?

- Thierry décide d'acheter un BMX à la boutique Vélo Boulot Dodo pour 2 200 $, taxes incluses. Il réfléchit aux options suivantes :

Option A	Option B
- payer 2 200 $ comptant	- frais administratifs initiaux de 30 $ payés comptant; - aucune mise de fonds initiale; - paiements mensuels de 191,37 $ à un taux d'intérêt annuel de 8 % à capitalisation mensuelle pour un terme d'un an.

  Demander aux élèves combien de plus Thierry paiera s'il choisit l'option B plutôt que l'option A.

(F1.5)

Performance

- Dans l'activité *Faites circuler le problème*, des groupes de 5 à 6 élèves se frotteront à un problème d'ordre financier en créant tout d'abord un tableau d'amortissement. Un élève se verra demander de faire les calculs de la première ligne du tableau. Le deuxième élève vérifiera les calculs de l'élève précédent, remplira la ligne suivante et fera circuler le tableau à un autre élève. Les élèves feront circuler le tableau ainsi jusqu'à ce qu'il soit terminé. La dernière personne sera chargée de vérifier tous les calculs à l'aide d'un logiciel financier.

(F1.5)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
MÉ: p. 80 - 97
GE: p. 74 - 86

Lien Internet

Voici l'adresse de quelques établissements financiers :
https://www.cibc.com/ca/personal-fr.html
http://www.scotiabank.com/gls/fr/#about
http://www.scotiabank.com/ca/fr/0,,1001,00.html
http://www.tdcanadatrust.com/francais/produits-et-services/operations-bancaires/index-banking.jsp
http://www.bmo.com/accueil

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F1 Suite...

Indicateurs de rendement

F1.6 *Déterminer, à l'aide de la technologie, le coût total d'un emprunt dans diverses circonstances, ex. : différences de périodes d'amortissement, de taux d'intérêt, de périodes de calcul de l'intérêt, de durée.*

F1.3 *Suite*

F1.7 *Déterminer, à l'aide de la technologie, la valeur d'une des variables dans une situation comportant des intérêts composés.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent évaluer les effets du changement d'une ou plusieurs variables sur le coût total d'un prêt. Ils doivent tout d'abord comparer les effets du changement d'une variable en particulier. Demandez aux élèves de compléter le tableau suivant à l'aide d'un logiciel financier.

Capital	Taux d'intérêt (capit. ann.)	Terme (mois)	Paiement mensuel	Coût total du prêt	Total de l'intérêt (coût total - capital)
18 000 $	4%	48			
18 000 $	4%	36			
18 000 $	3%	48			
18 000$	3%	36			

Les élèves devraient remarquer qu'en raccourcissant la période d'amortissement, ils augmentent leur paiement mensuel, mais ils diminuent le total de l'intérêt. On peut arriver à des conclusions semblables à propos des taux d'intérêt, de la fréquence de capitalisation et des termes.

Les élèves devraient aussi évaluer les effets du changement de plusieurs facteurs sur le montant total du prêt. Par exemple, les élèves peuvent utiliser un logiciel financier pour déterminer laquelle des options hypothécaires suivantes se solde par le coût total du prêt le moins élevé.

- Option 1 : prêt hypothécaire de 300 000 $, taux d'intérêt de 2,5 %, paiements mensuels, amortissement de 25 ans.
- Option 2 : prêt hypothécaire de 300 000 $, taux d'intérêt de 3,5 %, paiements mensuels, amortissement de 20 ans.

Les variables entrant en jeu lorsqu'il est question d'intérêts composés sont la valeur actualisée, le montant du paiement régulier, la fréquence des paiements, le nombre de paiements, le taux d'intérêt annuel, la fréquence de capitalisation, le total de l'intérêt et la valeur capitalisée. Il convient de demander ce qui suit aux élèves :

- Trouvez la valeur actualisée, si toutes les autres variables sont connues.
- Trouvez le nombre de paiements, si toutes les autres variables sont connues.
- Trouvez le montant du paiement régulier, si toutes les autres variables sont connues.
- Trouvez la valeur capitalisée, si toutes les autres variables sont connues.

Les élèves doivent être en mesure de calculer le total de l'intérêt à la fin du terme.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de visiter le site Web d'au moins trois établissements bancaires qui proposent des prêts hypothécaires (CIBC, Banque Scotia, TD, Banque de Montréal, etc.). Ils doivent déterminer lequel offre le meilleur taux pour une hypothèque fermée de 5 ans à taux fixe. Les élèves doivent utiliser le calculateur d'hypothèque dans le site Web et déterminer ce qui suit en fonction d'un amortissement de 25 ans :

  i) le montant du paiement mensuel;

  ii) le coût total du prêt hypothécaire;

  iii) le total de l'intérêt payé.

  Demander aux élèves de changer ensuite la fréquence des paiements à « accéléré toutes les deux semaines ». Ils doivent dire quel effet a ce changement sur les trois valeurs trouvées précédemment et expliquer leur raisonnement.

  (F1.6, F1.3)

Performance

- Former des groupes de 4 ou 5 élèves et leur donner un problème financier semblable à celui qui suit. Chaque groupe doit tout d'abord trouver le paiement mensuel, après quoi il devra s'acquitter d'une tâche distincte et faire rapport à la classe.

  Exemples de tâches :

  Supposons un prêt hypothécaire de 250 000 $ amorti sur 25 ans à un taux d'intérêt annuel de 3 % capitalisé toutes les deux semaines. Trouvez les éléments suivants :

  i) coût total du prêt hypothécaire;

  ii) total de l'intérêt payé à l'échéance;

  iii) montant du capital payé après les cinq premières années;

  iv) montant du capital payé après la première année;

  v) montant du capital payé après la 25e année.

  (F1.6, F1.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
MÉ: p. 80 - 97
GE: p. 74 - 86

Lien Internet

L'application de la SCHL est utile pour calculer les prêts hypothécaires, mais aussi les prêts auto et les prêts personnels.

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F1 Suite...

Indicateur de rendement

F1.7 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

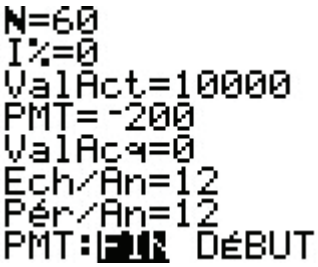
Grâce aux outils technologiques, les élèves sont en mesure de prendre des décisions quant à leur capacité d'emprunter en fonction de leur budget. Demandez aux élèves de résoudre le problème suivant.

- Laurent souhaite acheter une nouvelle maison de 220 000 $. Il veut savoir quelle sera la mensualité d'un prêt hypothécaire amorti sur 30 ans à un taux d'intérêt de 4,75 % à capitalisation mensuelle.

Demandez aux élèves de déterminer quelle sera la mensualité (1 147,62 $) à l'aide d'un programme de finances d'une calculatrice graphique ou d'une calculatrice hypothécaire en ligne.

Voici un autre exemple où il s'agit de déterminer le taux d'intérêt le plus élevé qu'une acheteuse peut se permettre dans le cas d'un prêt auto.

- Jocelyne veut acheter une automobile de 10 000 $ et sait qu'elle peut se permettre de payer au plus 200 $ par mois. Elle ne veut pas que son prêt dure plus de 5 ans. Quel est taux d'intérêt le plus élevé qu'elle peut se permettre?



À l'aide d'un programme de finances d'une calculatrice graphique ou d'une calculatrice de prêt en ligne, les élèves concluent que le taux d'intérêt le plus élevé que Jocelyne peut se permettre est 7,4 %. Demandez aux élèves pourquoi il est si important de connaître cette information au moment de prendre des décisions financières. L'enseignant devrait discuter avec les élèves du fait que cette information, fondée sur le budget personnel, permet à quelqu'un de négocier un taux sans dépasser le maximum.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Inviter les élèves à participer au jeu de *tic tac toe financier* en équipe de deux. Chaque groupe reçoit une série de cartes sur lesquelles sont inscrits des problèmes financiers. Les problèmes et leur solution sont fournis dans une deuxième série de cartes. Les cartes pourraient être numérotées de 1 à 9. Les élèves disposent la première série de cartes en trois rangées de trois cartes, face cachée. À tour de rôle, les élèves retournent une carte et doivent résoudre le problème à l'aide d'un outil technologique. Ils comparent leur réponse à celle de la carte réponse. Si l'un des coéquipiers a une mauvaise réponse, la carte en question est inscrite au crédit de son partenaire. Avant de poursuivre le jeu, les deux coéquipiers discutent de la solution. Le gagnant est celui qui résout correctement trois problèmes alignés le premier.

(F1.7)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.1 Analyse d'emprunts
MÉ: p. 80 - 97
GE: p. 74 - 86

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F1 Suite...

Indicateur de rendement

F1.8 *Comparer et expliquer, à l'aide de la technologie, différentes options d'emprunt à intérêts composés, y compris des cartes de crédit bancaires et commerciales, ainsi que des promotions diverses.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent travailler avec certaines formes de crédit, comme les prêts bancaires, les cartes de crédit et les offres promotionnelles de crédit qui comportent diverses conditions. Ils doivent comparer les options de crédit dont les taux d'intérêt, la fréquence de capitalisation et les frais annuels diffèrent et des offres spéciales comme celles comportant une période « sans intérêt ». Ils utiliseront des tableaux d'amortissement, des feuilles de calcul et des logiciels financiers pour déterminer les mensualités, le coût total du prêt, le total de l'intérêt, etc., pour déterminer, en définitive, quelle est la meilleure décision financière.

L'enseignant devrait amorcer une discussion générale sur les avantages et les inconvénients de recourir à une marge de crédit, au financement sur le lieu de vente et à une carte de crédit pour acheter. Demandez aux élèves de réfléchir aux questions suivantes.

- Quel type d'emprunt a généralement le plus faible taux d'intérêt?
- Prévoyez-vous régler le solde au complet à la fin de chaque mois ou reporter une partie du solde? Dans quelle mesure devriez vous tenir compte de cette question?
- Y a-t-il des offres spéciales dont vous pouvez tirer avantage?
- Y a-t-il des frais « cachés »?
- Devriez-vous payer plus que le montant minimal exigé?
- Quelle option de crédit convient le mieux pour les achats coûteux?

Pour avoir une idée de la façon dont fonctionnent les comptes de crédit, les élèves doivent d'abord commencer par analyser l'information figurant dans les deux tableaux d'amortissement de l'exemple suivant. Bruno et Marie décident de commander en ligne un appareil de musculation domestique. La commande s'élève à 2 668 $ et les frais d'expédition sont de 347 $. Ils peuvent payer des mensualités de 200 $. Demandez aux élèves quelle carte de crédit ils devraient utiliser.

- La carte de crédit de Bruno porte un taux d'intérêt de 13,9 % à capitalisation quotidienne et comporte des frais annuels de 75 $.
- La carte de crédit de Marie porte un taux d'intérêt de 19,8 % à capitalisation quotidienne.

i) Remboursement de la carte de crédit de Bruno :

N°/Année	Date	Paiement	Intérêt	Capital	Solde
Prêt :	01/12/12				3 015,00
1/01	01/01/13	200,00	37,20	162,80	2 927,20
2/01	01/02/13	200,00	35,24	164,76	2 762,44
3/01	01/03/13	200,00	30,02	169,98	2 592,46
4/01	01/04/13	200,00	31,21	168,79	2 423,67
5/01	01/05/13	200,00	28,23	171,77	2 251,90
6/01	01/06/13	200,00	27,11	172,89	2 079,01
7/01	01/07/13	200,00	24,22	175,76	1 903,23
8/01	01/08/13	200,00	22,91	177,09	1 726,14
9/01	01/09/13	200,00	20,78	179,22	1 546,92
10/01	01/10/13	200,00	18,02	181,98	1 364,94
11/01	01/11/13	200,00	16,43	183,57	1 181,37
12/01	01/12/13	200,00	13,76	186,24	995,13
CA	31/12/13	2 400,00	305,12	2 094,87	
Courant	31/12/13	2 400,00	305,13	2 094,87	
13/02	01/01/14	200,00	11,98	188,02	807,11
14/02	01/02/14	200,00	9,72	190,28	616,83
15/02	01/03/14	200,00	6,70	193,30	423,53
16/02	01/04/14	200,00	5,10	194,90	228,63
17/02	01/05/14	231,29	2,66	228,63	0,00
CA	31/12/14	1 031,29	36,16	995,13	
Courant	31/12/14	3 431,29	341,29	3 090,00	

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Laurence envisage de se procurer une carte de crédit. Elle reçoit un appel téléphonique où un représentant commercial lui offre une carte de crédit préapprouvée. Demander aux élèves de trouver cinq questions que Laurence devrait poser avant d'accepter cette offre.

- Demander aux élèves de dresser la liste, à l'aide d'un organisateur graphique, des avantages et des inconvénients de quatre types de crédit, comme les cartes de crédit bancaires, les cartes de crédit de magasin, les marges de crédit, le financement sur le lieu de vente, le crédit sur salaire, les prêts personnels.

(F1.8)

Performance

- Le jeu en ligne *Soccer financier* peut se jouer seul ou en tête à tête. Une bonne réponse à une question financière permet à l'équipe d'avancer sur le terrain pour marquer des buts. Plus les élèves répondent correctement aux questions, plus ils ont des chances de gagner.

(F1.3, F1.6, F1.7, F1.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.2 Exploration de l'utilistion d'une carte de crédit
MÉ: p. 98 - 103
GE: p.87 - 93

2.3 Résolution de problèmes en matière de crédit
MÉ: p. 104 - 119
GE: p. 94 - 101

Lien Internet

Lien vers le jeu Soccer financier :
www.soccerfinancier.ca

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F1 Suite...

Indicateur de rendement

F1.8 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

ii) Remboursement de la carte de crédit de Marie :

N°/Année	Date	Paiement	Intérêt	Capital	Solde
Prêt :	01/12/12				3 015,00
1/01	01/01/13	200,00	51,83	148,17	2 866,83
2/01	01/02/13	200,00	49,28	150,72	2 716,11
3/01	01/03/13	200,00	42,14	157,86	2 558,25
4/01	01/04/13	200,00	43,98	156,02	2 402,23
5/01	01/05/13	200,00	39,95	160,05	2 242,18
6/01	01/06/13	200,00	38,55	161,45	2 080,73
7/01	01/07/13	200,00	34,61	165,39	1 915,34
8/01	01/08/13	200,00	32,93	167,07	1 748,27
9/01	01/09/13	200,00	30,06	169,94	1 578,33
10/01	01/10/13	200,00	26,25	173,75	1 404,58
11/01	01/11/13	200,00	24,15	175,85	1 228,73
12/01	01/12/13	200,00	20,44	179,56	1 049,17
CA - 2013	31/12/13	2 400,00	434,17	1965,82	
Courant	31/12/13	2 400,00	434,17	1965,83	
13/02	01/01/14	200,00	18,04	181,96	867,21
14/02	01/02/14	200,00	14,91	185,09	682,12
15/02	01/03/14	200,00	10,58	189,42	492,70
16/02	01/04/14	200,00	8,47	191,63	301,17
17/02	01/05/14	306,18	5,01	301,17	0,00

L'enseignant pourrait utiliser les questions suivantes pour susciter la discussion dans la classe.

i) Après le troisième paiement, quelle carte semble la meilleure option? Croyez vous que ce sera le cas jusqu'au paiement final?
ii) À la fin du sixième mois, quelle carte semble la meilleure option? Discutez de vos constatations.
iii) Dans l'ensemble, quelle carte est la meilleure option et pourquoi?

Demandez aux élèves de se prononcer sur l'effet des frais annuels au moment de déterminer laquelle des deux cartes est la meilleure option.

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Personne-ressource/Conférencier

- Inviter un conférencier, comme un comptable, un banquier, un spécialiste en prêts hypothécaires ou un conseiller financier, pour susciter la discussion en classe sur les questions des emprunts et des placements.

(F1.8)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.2 Exploration de l'utilistion d'une carte de crédit
MÉ: p. 98 - 103
GE: p. 87 - 93

2.3 Résolution de problèmes en matière de crédit
MÉ: p. 104 - 119
GE: p. 94 - 101

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:
F2 Analyser des coûts et des avantages associés à la location, le crédit-bail et l'achat.

[L, R, RP, T]

Indicateurs de rendement

F2.1 *Identifier et décrire des exemples d'actifs à valeur accrue et d'actifs amortissables.*

F2.2 *Comparer, à l'aide d'exemples, la location, le crédit-bail et l'achat.*

F2.3 *Justifier, étant donné un ensemble de circonstances particulier, si l'achat, la location ou le crédit-bail serait avantageux.*

F2.4 *Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé visant à effectuer une analyse coûts-avantages.*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent résoudre des problèmes où il faut décider entre l'achat, la location ou le crédit bail dans une variété de contextes.

Tant l'appréciation que la dépréciation concerne la valeur d'un bien au fil du temps. La valeur des biens immobiliers et des obligations, par exemple, augmente habituellement au fil du temps, tandis que celle d'autres biens, comme les véhicules, peut diminuer. Demandez aux élèves de penser à des situations où les biens peuvent s'apprécier ou se déprécier et aux facteurs qui y contribuent. Les maisons, par exemple, prennent de la valeur en temps normal, mais elles peuvent se déprécier si la conjoncture n'est pas favorable. Il en va de même avec les véhicules, qui peuvent prendre ou perdre de la valeur. Les élèves pourraient discuter des raisons pour lesquelles ils devraient en tenir compte au moment de décider d'acheter une voiture neuve ou usagée.

Lorsqu'il faut choisir entre la location, le crédit bail ou l'achat, il est essentiel d'effectuer une analyse coûts bénéfices pour faire le bon choix. Dites aux élèves qu'ils doivent réfléchir à ce qui suit s'ils veulent prendre une décision éclairée.

- Mensualités abordables
- Revenu disponible
- Importance de se constituer un avoir
- Taux d'intérêt
- Frais initiaux et éventuelles pénalités
- Mise de fonds
- Coût total, y compris les intérêts
- Avantages personnels, comme l'aspect pratique et la souplesse
- Appréciation et dépréciation
- Revenu disponible (c. à d. argent qui reste lorsque toutes les factures sont payées)
- Importance de se constituer un avoir (c. à d. partie de la maison qui vous appartient une fois le prêt hypothécaire payé)
- Frais initiaux et éventuelles pénalités (p. ex. remboursement hâtif du prêt hypothécaire, frais juridiques, impôt foncier)

Présentez aux élèves l'exemple suivant, qui constitue un bon point de départ.

- Sandrine ira à l'université à l'automne et ses parents se demandent s'ils vont acheter une maison ou louer un appartement pour les cinq années où elle étudiera. La maison qu'ils achèteraient coûte 200 000 $, et la mise de fonds exigée est de 10 000 $. La banque consent un prêt hypothécaire de 20 ans pour le reste de la somme, à 3 % d'intérêt, à capitalisation semestrielle et à paiements mensuels. Le loyer de la maison qu'ils loueraient est de 1 400 $ par mois, après le dépôt de 700 $ en cas de dommages.

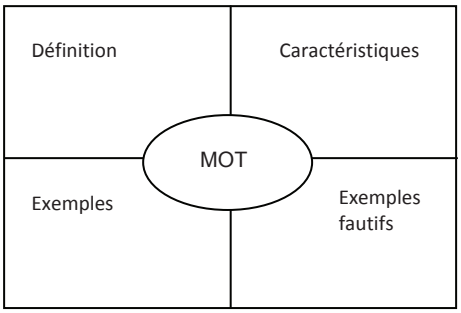
Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le modèle Frayer pour représenter l'appréciation et la dépréciation des biens.

Le modèle Frayer



(F2.1)

- Colette skie pour la première fois lors d'une sortie éducative. Elle adore ça et décide de s'inscrire à des leçons de ski quotidiennes pour les deux prochaines semaines pour, souhaite-t-elle, skier pendant des années encore. Elle doit décider si elle achètera ou louera des skis. La location est de 25 $ par jour et l'achat s'élève à 525 $.

  i) Combien en coûterait-il de louer des skis pour deux semaines?

  ii) Combien en coûterait-il de les acheter?

  iii) Pour la période de deux semaines, est-il plus économique de louer les skis ou de les acheter?

  iv) Après combien de jours le coût de location équivaudra-t-il à celui de l'achat?

  v) Recommanderiez-vous à Colette de louer ou d'acheter les skis? Quels facteurs devrait-elle prendre en compte avant de faire son choix?

(F2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.4 Achat, location ou crédit-bail?
MÉ: p.120 - 133
GE: p. 102 - 108

Mathématiques financières

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir:

F2 Suite...

Indicateurs de rendement

F2.2, F2.3 *Suite*

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

i) Quelle est la mensualité du prêt hypothécaire?
ii) Quel est le montant total dépensé après cinq ans s'ils achètent la maison?
iii) Quel est le loyer mensuel?
iv) Quel est le montant total dépensé après cinq ans de location?
v) Après cinq ans, quelle somme a été consacrée au capital du prêt hypothécaire?
vi) Si seuls les coûts mensuels sont pris en compte, quelle est la meilleure option?
vii) De quels autres facteurs (p. ex. avoir, entretien, frais initiaux, pénalités) faut-il tenir compte au moment de prendre cette décision?

L'enseignant devrait discuter des facteurs en jeu au moment de décider s'il faut louer une maison à court terme ou à long terme, ou l'acheter.

Achat	Location à court terme	Location à long terme
• Constitution d'un avoir • Investissement à long terme • Rénovations • Frais d'entretien	• À court terme • Peut être sans bail	• Investissement à long terme • Bail • Paiement en entier si le locataire décide de partir avant la fin du bail
	• Pas propriétaire • Modifications de la propriété impossibles • Hausse possible du loyer après 12 mois • Règles du propriétaire • Aucun frais d'entretien	

Discuter des facteurs à prendre en compte au moment de décider de louer ou d'acheter une auto :

Achat	Location
• Constitution d'un avoir • Investissement à long terme • Garantie • Kilométrage illimité	• Pas propriétaire • Frais d'entretien • Paiements généralement inférieurs • Garantie • Option d'achat à la fin du contrat • Inspection au retour • Kilométrage limité

Résultat d'apprentissage général: Développer le sens du nombre dans des applications financières.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Marie ne sait trop si elle va acheter ou louer sa nouvelle voiture. Demander aux élèves de choisir deux voitures comparables de deux fabricants différents (p. ex. Toyota Corolla et Honda Civic) et de visiter le site Web des fabricants ou encore de consulter des publicités pour savoir combien elles coûtent. Ils doivent utiliser des calculatrices en ligne pour répondre aux questions suivantes.
  - i) Quelle voiture coûte le moins cher?
  - ii) Si vous contractez un prêt de 60 mois pour l'achat, laquelle des deux voitures sera plus avantageuse?
  - iii) Laquelle des deux voitures sera plus avantageuse dans le cas d'une location sur une période de 60 mois?
  - iv) Selon vous, quelle voiture et quelle option de paiement sont plus avantageuses? Pourquoi? (Note : N'oubliez pas de prendre en compte les caractéristiques de la voiture, le taux d'intérêt, la valeur après 5 ans, etc.).

(F2.2, F2.4)

Journal

- Demander aux élèves de faire ce qui suit :
  - i) Créez un pliage ou un organisateur graphique pour comparer la location et l'achat d'une voiture.

(F2.2, F2.3)

  - ii) Décrivez une situation où la location d'une maison est préférable à l'achat.

(F2.3)

Ressources et notes

Ressource autorisée

Fondements mathématiques 12

2.4 Achat, location ou crédit-bail?
MÉ: p.120 - 133
GE: p. 102 - 108

Annexe

Liste des résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement

(incluant les pages de référence au programme d'études)

Domaine: Raisonnement logique	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement logique.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RL1 Analyser des casse-tête et des jeux comportant le raisonnement numérique et logique à l'aide de stratégies de résolution de problèmes. [CE, L, R, RP]	RL1.1 Déterminer, expliquer et vérifier une stratégie, telle que : • deviner et vérifier; • rechercher une régularité; • établir une liste systématique; • dessiner ou élaborer un modèle; • éliminer des possibilités; • simplifier le problème initial; • travailler à rebours; • élaborer des approches différentes; pour résoudre un casse-tête ou pour gagner à un jeu.	p. 38-47 p. 74, p.116 p. 186
	RL1.2 Identifier et corriger toute erreur dans une solution donnée d'un casse-tête ou dans une stratégie pour gagner à un jeu.	p.38-47
	RL1.3 Concevoir une variante d'un casse-tête ou d'un jeu et décrire une stratégie pour résoudre le casse-tête ou pour gagner au jeu.	p. 46
RL2. Résoudre des problèmes comportant des applications de la théorie des ensembles. [L, R, RP, V]	RL2.1 Fournir des exemples contextualisés de l'ensemble vide, d'ensembles disjoints, de sousensembles et d'ensembles universels et expliquer le raisonnement.	p. 22-24
	RL2.2 Organiser de l'information telle que des données recueillies et des propriétés des nombres à l'aide d'organisateurs graphiques et expliquer le raisonnement.	p. 24-28
	RL2.3 Expliquer ce que représente une région particulière d'un diagramme de Venn à l'aide de connecteurs logiques (et, ou, non) ou de la notation ensembliste.	p. 26-28
	RL2.4 Déterminer les éléments appartenant au complément, à l'intersection ou à l'union de deux ensembles.	p. 26-28
	RL2.5 Expliquer comment la théorie des ensembles est utilisée dans des applications telles que des interrogations à Internet ou des bases de données, l'analyse de données, des jeux et des cassetête.	p. 30-34
	RL2.6 Identifier et corriger toute erreur dans la solution d'un problème comportant des ensembles.	p. 36
	RL2.7 Résoudre un problème contextualisé comportant des ensembles et représenter la solution à l'aide de la notation ensembliste.	p. 36

Domaine: Probabilité	**Résultat d'apprentissage général:** Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
P1 Interpréter et évaluer la validité des cotes et des énoncés de probabilité. [C, CE, L]	P1.1 Relever des exemples d'énoncés comportant des probabilités et des cotes tirés des domaines des médias, de la biologie, des sports, de la médecine, de la sociologie et de la psychologie.	p. 80
	P1.2 Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre une cote (partie-partie) et une probabilité (partie-tout).	p. 80
	P1.3 Exprimer une cote en termes de probabilité et vice-versa.	p. 80
	P1.4 Déterminer la probabilité ou la cote qu'un évènement se produise ou non dans une situation.	p. 82
	P1.5 Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des décisions peuvent être fondées sur des probabilités ou des cotes, et des jugements subjectifs.	p. 82
	P1.6 Résoudre un problème contextualisé comportant des cotes ou la probabilité.	p. 82
P2 Résoudre des problèmes comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs et non mutuellement exclusifs. [L, R, RP, V]	P2.1 Classer des évènements en évènements mutuellement exclusifs ou non mutuellement exclusifs et expliquer le raisonnement.	p. 88
	P2.2 Déterminer si deux évènements sont complémentaires et expliquer le raisonnement.	p. 88
	P2.3 Représenter, à l'aide de la notation ensembliste ou d'organisateurs graphiques, des évènements mutuellement exclusifs (y compris des évènements complémentaires) et des évènements non mutuellement exclusifs.	p. 88
	P2.4 Résoudre un problème contextualisé comportant la probabilité d'évènements mutuellement exclusifs ou non mutuellement exclusifs.	p. 88-90
	P2.5 Concevoir et résoudre un problème comportant des évènements mutuellement exclusifs ou non mutuellement exclusifs.	p. 88-90
P3 Résoudre des problèmes comportant la probabilité de deux évènements. [L, R, RP]	P3.1 Comparer, à l'aide d'exemples, des évènements dépendants et indépendants.	p. 92
	P3.2 Déterminer la probabilité de deux évènements indépendants.	p. 92
	P3.3 Déterminer la probabilité d'un évènement étant donné l'occurrence d'un évènement préalable.	p. 94
	P3.4 Concevoir et résoudre un problème contextualisé comportant la détermination de la probabilité d'évènements dépendants ou indépendants.	p. 94-96

Domaine: Probabilité	**Résultat d'apprentissage général:** Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
P4 Résoudre des problèmes comportant le principe fondamental de dénombrement. [R, RP, V]	P4.1 Représenter et résoudre un problème de dénombrement en utilisant un organisateur graphique.	p. 52-56
	P4.2 Généraliser, à l'aide du raisonnement inductif, le principe fondamental du dénombrement.	p. 52
	P4.3 Identifier et expliquer les hypothèses sur lesquelles repose la solution d'un problème de dénombrement.	p. 52-56
	P4.4 Résoudre un problème de dénombrement contextualisé comportant le principe fondamental de dénombrement et expliquer le raisonnement.	p. 52-56
P5 Résoudre des problèmes comportant des permutations. [CE, R, RP, T, V]]	P5.1 Représenter le nombre d'arrangements de *n* éléments pris *n* à la fois à l'aide de la notation factorielle.	p. 58-60
	P5.2 Déterminer, avec ou sans l'aide de la technologie, la valeur d'une factorielle.	p. 58-60
	P5.3 Simplifier une fraction numérique ou algébrique contenant une factorielle au numérateur et au dénominateur.	p. 60
	P5.4 Résoudre une équation comprenant des factorielles.	p.60, 66-68, 74
	P5.5 Déterminer le nombre de permutations de *n* éléments pris *r* à la fois.	p. 62-66
	P5.6 Formuler des stratégies générales pour déterminer le nombre de permutations de *n* éléments pris *r* à la fois.	p. 62-66
	P5.7 Déterminer le nombre de permutations de *n* éléments pris *n* à la fois où certains éléments ne sont pas distincts.	p. 68
	P5.8 Expliquer, à l'aide d'exemples, l'effet de deux ou de plus de deux éléments identiques sur le nombre total de permutations de *n* éléments.	p. 68
	P5.9 Résoudre un problème contextualisé comportant la probabilité et des permutations.	p. 84-86

Domaine: Probabilité	**Résultat d'apprentissage général:** Développer des habiletés de pensée critique comportant l'incertitude.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
P6 Résoudre des problèmes comportant des combinaisons. [CE, R, RP, T, V]	P6.1 Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi l'ordre est ou n'est pas important dans la résolution de problèmes comportant des permutations ou des combinaisons.	p. 70
	P6.2 Déterminer le nombre de combinaisons de n éléments pris r à la fois.	p. 70-72
	P6.3 Formuler des stratégies générales pour déterminer le nombre de combinaisons de n éléments pris r à la fois.	p. 70-72
	P6.4 Résoudre un problème contextualisé comportant des combinaisons et la probabilité.	p. 74 et 84-86

Domaine: Relations et fonctions	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF1 Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). [C, CE, R]	RF1.1 Expliquer pourquoi une valeur donnée de la variable n'est pas permise dans une expression rationnelle donnée.	p. 102
	RF1.2 Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une expression rationnelle.	p. 102
	RF1.3 Comparer les stratégies de représentation d'expressions rationnelles sous une forme équivalente aux stratégies employées dans le cas de nombres rationnels.	p. 104
	RF 1.4 Déterminer une expression rationnelle équivalente à une expression rationnelle donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même facteur (limité à un monôme ou un binôme) et indiquer les valeurs non permises de la variable de l'expression rationnelle équivalente.	p. 104
	RF1.5 Simplifier une expression rationnelle.	p. 106
	RF1.6 Expliquer pourquoi les valeurs non permises de la variable d'une expression rationnelle et de sa forme irréductible sont les mêmes.	p. 106
	RF1.7 Identifier et corriger toute erreur dans une simplification d'une expression rationnelle et expliquer le raisonnement.	p. 106

Domaine: Relations et fonctions	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF2 Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes et des binômes). [CE, L, R]	RF2.1 Comparer les stratégies pour effectuer une opération donnée sur des expressions rationnelles au processus utilisé pour effectuer la même opération sur des nombres rationnels.	p. 108
	RF2.2 Déterminer les valeurs non permises dans les opérations sur des expressions rationnelles.	p. 108-110
	RF2.3 Déterminer, sous forme irréductible, le produit ou le quotient de deux expressions rationnelles.	p. 108
	RF2.4 Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles ayant un dénominateur commun.	p. 110
	RF2.5 Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence de deux expressions rationnelles dont les dénominateurs ne sont pas les mêmes.	p. 110
RF3. Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes et des binômes). [C, R, RP]	RF3.1 Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une équation rationnelle.	p. 112-114
	RE3.2 Déterminer algébriquement la solution d'une équation rationnelle et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.	p. 112-114
	RF3.3 Expliquer pourquoi une valeur obtenue lors de la résolution d'une équation rationnelle n'est pas nécessairement une solution de l'équation.	p. 112-114
	RF3.4 Résoudre un problème contextualisé dont la solution comporte une équation rationnelle.	p. 114-116

Domaine: Relations et fonctions	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.	
Résultat d'apprentissage spécifique *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF4. Démontrer une compréhension des logarithmes et des lois des logarithmes. [C, CE, L, R, T]	RF4.1 Exprimer une équation logarithmique sous la forme d'une équation exponentielle et viceversa.	p. 172
	RF4.2 Déterminer la valeur d'une expression logarithmique telle que $\log_2 8$, sans l'aide de la technologie.	p. 172
	RF4.3 Développer les lois des logarithmes à l'aide d'exemples numériques et des lois des exposants.	p. 174-176
	RF4.4 Déterminer une expression équivalente pour une expression logarithmique en appliquant les lois des logarithmes.	p. 176
	RF4.5 Déterminer la valeur approximative d'une expression logarithmique telle que $\log_2 9$, avec l'aide de la technologie.	p. 182
RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles. [C, L, R, RP, T]	RF5.1 Déterminer la solution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases sont des puissances les unes des autres, ex. : $2^{x-1} = 4^{x-2}$.	p. 144-148, et 152
	RF5.2 Déterminer la solution d'une équation exponentielle dans laquelle les bases ne sont pas des puissances les unes des autres, ex. : $2^{x-1} = 3^{x+1}$.	p. 148-150, 180
	RF5.3 Résoudre des problèmes comportant l'application des équations exponentielles.	p. 152, 158-160, 184
	RF5.4 Résoudre des problèmes comportant les échelles logarithmiques telles que l'échelle de Richter et l'échelle de pH.	p. 178

Domaine: Relations et fonctions	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF6. Représenter des données à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]	RF6.1 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions exponentielles en analysant leurs graphiques.	p. 140
	RF6.2 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions exponentielles en analysant leurs équations.	p. 142
	RF6.3 Apparier les équations exponentielles d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.	p. 144
	RF6.4 Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction exponentielle qui représente le mieux les données.	p. 154-160
	RF6.5 Interpréter le graphique d'une fonction exponentielle qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.	p. 154-160
	RF6.6 Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions exponentielles et expliquer le raisonnement.	p. 154-160
	RF6.7 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions logarithmiques en analysant leurs graphiques.	p. 166-170
	RF6.8 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions logarithmiques en analysant leurs équations.	p. 166-170
	RF6.9 Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.	p. 170
	RF6.10 Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction logarithmique qui représente le mieux les données.	p. 186
	RF6.11 Interpréter le graphique d'une fonction logarithmique qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.	p. 186
	RF6.12 Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions logarithmiques et expliquer le raisonnement.	p. 186

Domaine: Relations et fonctions	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude de relations.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
RF7 Représenter des données à l'aide de fonctions polynomiales (de degré ≤ 3) pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]	RF7.1 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques de fonctions polynomiales en analysant leurs graphiques.	p. 122-126
	RF7.2 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques de fonctions polynomiales en analysant leurs équations.	p. 128
	RF7.3 Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.	p. 130
	RF7.4 Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction polynomiale qui représente le mieux les données.	p. 132-134
	RF7.5 Interpréter le graphique d'une fonction polynomiale qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.	p. 132-134
	RF7.6 Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions polynomiales et expliquer le raisonnement.	p. 132-134
RF8 Représenter des données à l'aide de fonctions sinusoïdales pour résoudre des problèmes. [C, L, RP, T, V]	RF8.1 Démontrer une compréhension des angles exprimés en degrés et en radians.	p. 192-194
	RF 8.2 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions sinusoïdales en analysant leurs graphiques.	p. 196
	RF8.3 Interpréter le graphique d'une fonction sinusoïdale qui modélise une situation et expliquer le raisonnement.	p. 198
	RF8.4 Décrire oralement et par écrit les caractéristiques des fonctions sinusoïdales en analysant leurs équations.	p. 198-202
	RF8.5 Apparier les équations d'un ensemble donné à leurs graphiques correspondants.	p. 202
	RF8.6 Représenter des données graphiquement et déterminer la fonction sinusoïdale qui représente le mieux les données.	p. 204-206
	RF8.7 Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé comportant des données qui sont le mieux représentées par des graphiques de fonctions sinusoïdales et expliquer le raisonnement.	p. 204-206

Domaine: Mathématiques financières	**Résultat d'apprentissage général:** Développer le sens du nombre dans des applications financières.	
Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève doit pouvoir:*	**Indicateurs de rendement** *Les indicateurs de rendement aident à déterminer si un élève à atteint ou non le résultat d'apprentissage spécifique correspondant.*	**Pages de référence**
F1 Résoudre des problèmes comportant des intérêts composés dans la prise de décisions financières. [C, L, RP, T, V]	F1.1 Expliquer les avantages et les inconvénients des intérêts composés et des intérêts simples.	p. 212-214
	F1.2 Identifier des situations comportant des intérêts composés.	p. 212-214
	F1.3 Résoudre un problème contextualisé comportant des intérêts composés.	p. 212-214, 220
	F1.4 Comparer, dans une situation donnée, le montant total d'intérêts payés ou touchés selon diverses périodes de calcul de l'intérêt.	p. 214-216
	F1.5 Déterminer, étant donné le capital, le taux d'intérêt et le nombre de périodes de calcul de l'intérêt, le montant total d'intérêts payés d'un emprunt.	p.214-218
	F1.6 Déterminer, à l'aide de la technologie, le coût total d'un emprunt dans diverses circonstances, ex. : différences de périodes d'amortissement, de taux d'intérêt, de périodes de calcul de l'intérêt, de durée.	p. 220
	F1.7 Déterminer, à l'aide de la technologie, la valeur d'une des variables dans une situation comportant des intérêts composés.	p. 220-222
	F1.8 Comparer et expliquer, à l'aide de la technologie, différentes options d'emprunt à intérêts composés, y compris des cartes de crédit bancaires et commerciales, ainsi que des promotions diverses.	p. 224-226
F2 Analyser des coûts et des avantages associés à la location, le crédit-bail et l'achat. [L, R, RP, T]	F2.1 Identifier et décrire des exemples d'actifs à valeur accrue et d'actifs amortissables.	p. 228
	F2.2 Comparer, à l'aide d'exemples, la location, le crédit-bail et l'achat.	p. 228-230
	F2.3 Justifier, étant donné un ensemble de circonstances particulier, si l'achat, la location ou le crédit-bail serait avantageux.	p. 228-230
	F2.4 Résoudre, à l'aide de la technologie, un problème contextualisé visant à effectuer une analyse coûts-avantages.	p. 228

RÉFÉRENCES

American Association for the Advancement of Science [AAAS–Benchmarks]. *Benchmarks for Science Literacy.* New York, NY: Oxford University Press, 1993.

Armstrong, Thomas. *7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences.* New York, NY: Plume, 1993.

British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria, BC: British Columbia Ministry of Education, 2000.

Caine, Renate Nummela and Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

Canavan-McGrath, Cathy et al. *Principles of Mathematics 12*. Toronto, ON: Nelson Education Ltd., 2012

Government of Newfoundland and Labrador. *Foundations for the Atlantic Canada Mathematics Curriculum.* Halifax, NS: Atlantic Provinces Education Foundation.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in Junior High.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in the Primary Grades.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.

Keeley, Page and Cheryl Rose Tobey. *Mathematics Formative Assessment*. Thousand Oaks, California: Corwin, 2011.

Kelly, Brendan. et al. *Addison-Wesley Mathematics 12.* Don Mills, Ontario: Addison-Wesley Publishers Limited., 1991.

Knill, George. et. al. *Math Power 11.* Toronto: McGraw-Hill Ryerson Limited, 1999.

Knill, George. et. al. *Math Power 12.* Toronto: McGraw-Hill Ryerson Limited, 2000.

Larson, Roland E. et. al. *Algebra 2*. Toronto, ON: D. C. Heath and Company, 1993.

National Council of Teachers of Mathematics. *Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics.* May 2005. http://www.nctm.org/about/pdfs/position/computation.pdf (Accessed February 22, 2007).

Rubenstein, Rheta N. "Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?" *Mathematics Teacher* 94, 6 (September 2001), pp. 442–446.

Shaw, J. M. and M. J. P. Cliatt. "Developing Measurement Sense." In P. R. Trafton (ed.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook* (Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989), pp. 149–155.

Small, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K-8.* Toronto, ON: Nelson Education, 2008.

Steen, L. A., ed. *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington, DC: Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.

Van de Walle, John A. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmemtally*. 4th ed. Boston, MA: Addison Wesley LAyman, INC., 2001.

Western and Northern Canadian Protocol for Collaboration in Basic Education (Kindergarten to Grade 12). *The Common Curriculum Framework for K–9 Mathematics: Western and Northern Canadian Protocol* – May 2006 and *The Common Curriculum Framework for Grades 10–12* – January 2008. Reproduced (and/or adapted) by permission. All rights reserved.

Septembre 2018
ISBN: 978-1-55146-652-1