Mathématiques 3231
Examen Juin 2003

FORMULES

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \text{ et } A)}{P(A)}$$

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r\, a^{n-r} b^r$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$z_x = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$\bar{x} = np$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

$$P(x \text{ réussites}) = \frac{n!}{x!(n-x)!}\, p^x q^{n-x}$$

$$A = \pi r^2$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

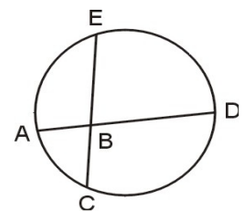
$$|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos B}$$

$$\cos B = \frac{\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} + \vec{v}\|^2}{2 \cdot \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}$$

PARTIE I
Valeur totale : 50 points

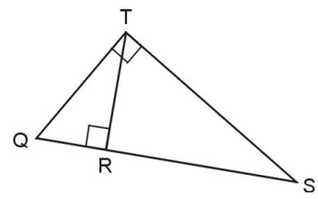
Directives: Ombrez la lettre correspondante à la bonne réponse sur votre grille de notation. Toutes les questions de cette partie ont une valeur de 1 point.

1. Laquelle de ces équations concernant les distances est vraie?



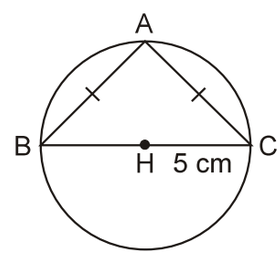
(A) $m\overline{AD} \bullet m\overline{AB} = m\overline{CE} \bullet m\overline{BE}$
(B) $m\overline{AB} \bullet m\overline{BD} = m\overline{CB} \bullet m\overline{BE}$
(C) $m\overline{AB} + m\overline{BD} = m\overline{CB} + m\overline{BE}$
(D) $m\overline{AB} \bullet m\overline{BC} = m\overline{BE} \bullet m\overline{BD}$

2. Lequel des théorèmes justifie la relation suivante $\frac{m\overline{QR}}{m\overline{RT}} = \frac{m\overline{RT}}{m\overline{RS}}$?



(A) le théorème de la hauteur relative à l'hypothénuse
(B) le théorème du produit des cathètes
(C) le théorème des projections sur l'hypothénuse
(D) le théorème de Pythagore

3. Sur la figure ci-contre $m\overline{AB} = m\overline{AC}$ et le rayon du cercle $\overline{HC}$ mesure 5 cm. Quelle est la mesure de $\overline{AC}$?



(A) $2\sqrt{5}$
(B) $5\sqrt{2}$
(C) 10
(D) 5

4. Soit un cercle O. D' un point extérieur A, on trace une tangente $\overline{AB}$ de 24 cm. Sachant que $m\overline{AO}$ est de 25cm, quel est le diamètre du cercle?

(A) 7 cm
(B) 14 cm
(C) 49 cm
(D) 98 cm

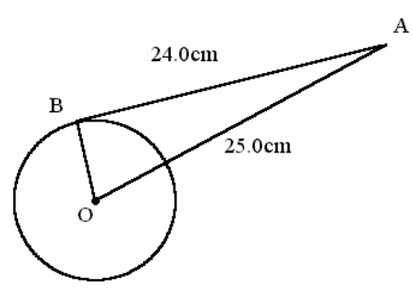
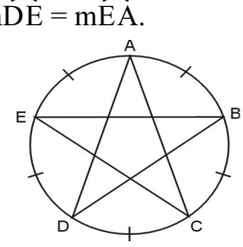


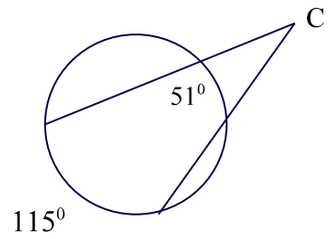
Fig. 4

5. L'étoile ABCDE a ses sommets sur le cercle et $m\widehat{AB} = m\widehat{BC} = m\widehat{CD} = m\widehat{DE} = m\widehat{EA}$.
Quelle est la mesure de ∠ DAC ?



(A) 30º
(B) 36º
(C) 60º
(D) 72º

6. Quel calcul donne la mesure de l' angle C ?



(A) $m\angle C = \dfrac{115^{o}}{2}$

(B) $m\angle C = \dfrac{115^{o} + 51^{o}}{2}$

(C) $m\angle C = \dfrac{115^{o} - 51^{o}}{2}$

(D) $m\angle C = \dfrac{51^{o}}{2}$

7. Laquelle des fonctions suivantes peut être représentée par une courbe graphique croissante?

(A) $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$

(B) $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-x}$

(C) $y = (0{,}4)^{x}$

(D) $y = (1{,}1)^{x}$

8. Laquelle des expressions est équivalente à $\log_2 x + \log_2 (x + 4)$?

(A) $\log_2 x(x+4)$

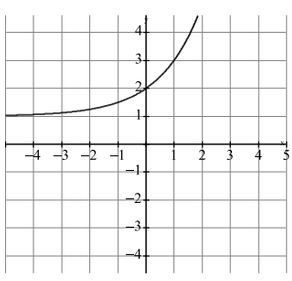
(B) $x^2 \cdot \log_2 4$

(C) $\log_2 (2x+4)$

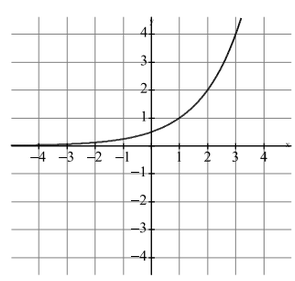
(D) $\log_2 x \cdot \log_2 (x+4)$

9. Lequel des graphiques suivants représente $f(x) = 2^{x-1}$?

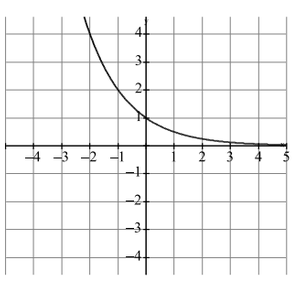
(A)



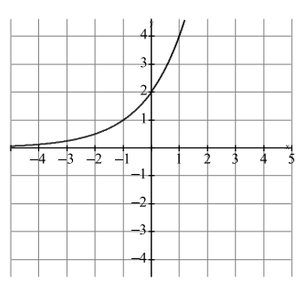
(B)



(C)



(D)



10. Soit $f(x) = 2^{3x}$ et $g(x) = 2^{x-1}$ si $h(x) = f(x)/g(x)$. Quelle est la règle de $h(x)$?

(A) $h(x) = 2^{3x+1}$

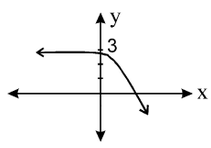
(B) $h(x) = 2^{x-1}$

(C) $h(x) = 2^{x+1}$

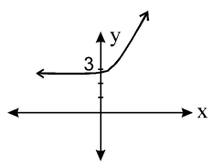
(D) $h(x) = 2^{3x-1}$

11. Quel graphique représente la fonction $y=-a^{2(x-1)}+3$ où $a>0$?

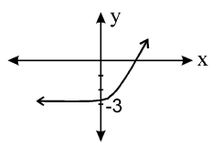
(A)



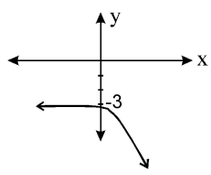
(B)



(C)



(D)



12. Laquelle des fonctions suivantes représente les données de cette table de valeur?

x	0	3	6	9	12
y	10	20	40	80	160

(A) $y = 10(2)^{x/3}$

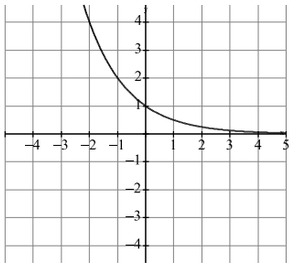
(B) $y = 10(2)^{3x}$

(C) $\frac{1}{3}y = 10(2)^{x}$

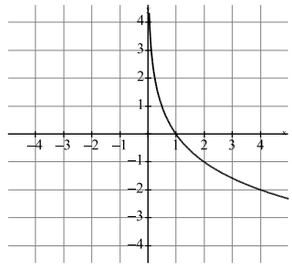
(D) $3y = 10(2)^{x}$

13. Parmi les graphiques suivants, lequel représente la fonction d' équation $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$?

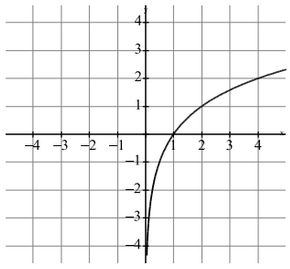
(A)



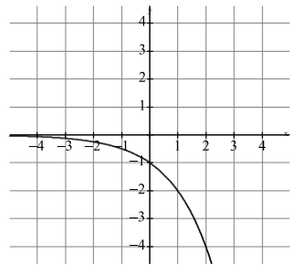
(B)



(C)



(D)



14. Laquelle des expressions suivantes représente le vecteur $\vec{r} - \vec{s}$ si $\vec{r} = (a,b)$ et $\vec{s} = (c,d)$

(A) $(a - c,\ b - d)$

(B) $(a - b,\ c - d)$

(C) $(a + b,\ c + d)$

(D) $(-a + b,\ d - b)$

15. Laquelle des opérations suivantes représente une multiplication du vecteur (a,b) par le scalaire k?

(A) (ka, b)

(B) (ka, kb)

(C) $(k + a,\ k + b)$

(D) (a, kb)

16. Sachant que $\vec{s} = (-1,-7)$ et $\vec{t} = (-x, 3x)$ quel est le produit de $\vec{s} \cdot \vec{t}$?

(A) $(x, -21x)$

(B) $(-8, 2x)$

(C) $-16x$

(D) $-20x$

17. Lequel de ces vecteurs pourrait représenter une force approximative de 4N, 315^0?

(A)

(B)

(C)

(D)

18. Soit la fonction définie par la règle $f(x) = a\cos b(x-h)+k$. Laquelle des expressions suivantes représente la période de cette fonction?

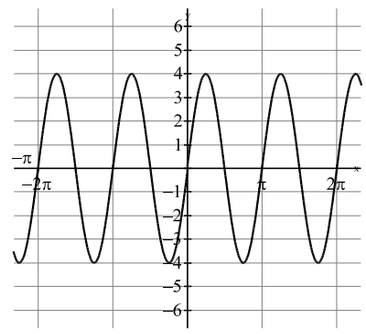
(A) $\dfrac{2\pi}{|b|}$

(B) $\dfrac{2\pi}{a}$

(C) $2\pi b$

(D) $\dfrac{|a|}{|b|}$

19. Àquelle règle correspond le graphique suivant?



(A) $f(x) = 2\sin 4x$

(B) $f(x) = 4\sin x$

(C) $f(x) = 4\sin 2x$

(D) $f(x) = \frac{1}{4}\sin 2x$

20. Quel est l' équivalent de $2\sin^2\theta + \cos^2\theta$?

(A) $1 + 3\sin^2\theta$

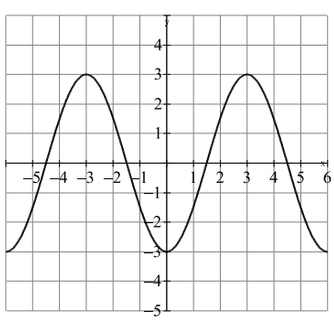
(B) 2

(C) $\sin^2\theta + 1$

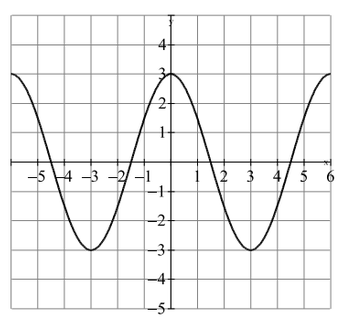
(D) $2\sin^2\theta$

21 Lequel des graphiques représente $y = -3\cos\pi(\frac{x}{3})$?

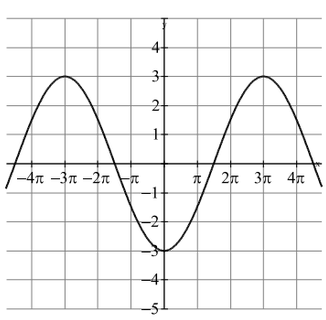
(A)



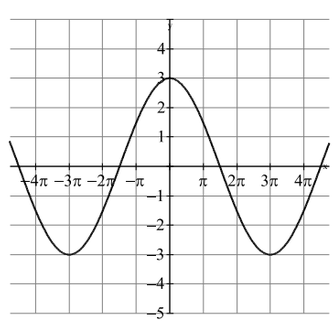
(B)



(C)



(D)



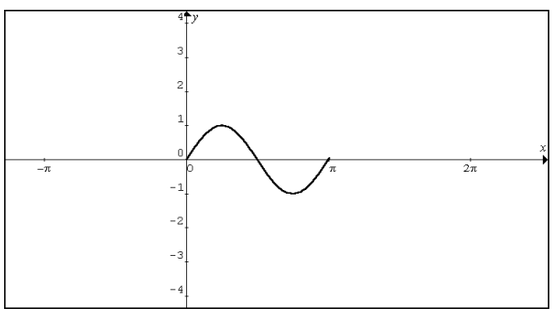
22. Quelle est l' ensemble solution de l' équation suivante: $2\sin x = 1 \quad 0^\circ \leq x < 180^\circ$?

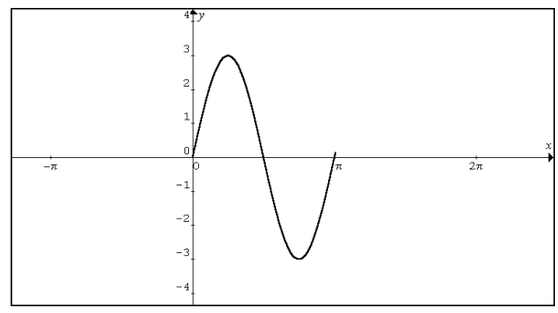
(A) $30^\circ, 120^\circ$
(B) $30^\circ, 150^\circ$
(C) $60^\circ, 120^\circ$
(D) $60^\circ, 150^\circ$

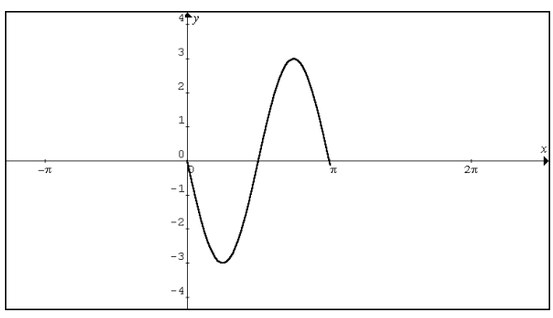
23. Soit la fonction $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{2}) + 4$, lequel des énoncés suivants est vrai?

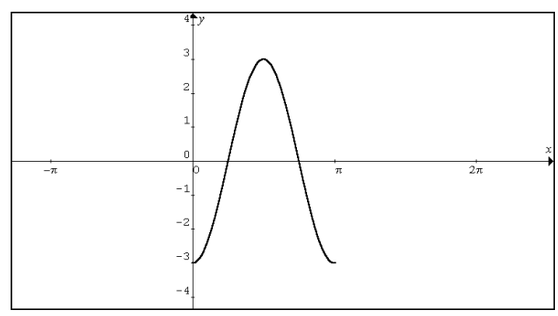
(A) La période est 2π
(B) L'amplitude est de 1
(C) La fonction est translatée de $(\frac{\pi}{4}, 4)$
(D) Le maximum est 6

24. Soient $f(x) = \sin 2x$ et $g(x) = 2\sin 2x \quad 0 \leq x < \pi$. Lequel des graphiques correspond à $h(x) = -(g(x) + f(x))$?

(A)


(B)


(C)


(D)


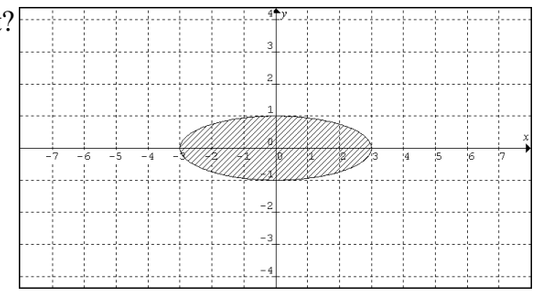
25. Soit la fonction $f(x) = 2\sin 3x$. Quels sont les zéros de f(x) dans l' intervalle $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$?

(A) $\left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
(B) $\left\{0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$
(C) $\left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
(D) $\left\{0, \frac{3}{\pi}, \frac{3}{2\pi}\right\}$

26. Quelle section conique correspond à la définition suivante:
Lieu d' un point dont la différence absolue des distances à deux points fixes est constante.

(A) une parabole
(B) une hyperbole
(C) une ellipse
(D) un cercle

27. Laquelle des inéquations correspond au graphique suivant?



(A) $\frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{3^2} \leq 1$

(B) $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} > 1$

(C) $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} \leq 1$

(D) $\frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{3^2} < 1$

28. Laquelle des expressions suivantes représente un cercle de centre (5, -8) et de diamètre 6?

(A) $(y+8)^2 + (x-5)^2 = 9$
(B) $(x-5)^2 + (y+8)^2 = 9$
(C) $(x-5)^2 + (y+8)^2 = 36$
(D) $(y+8)^2 + (x-5)^2 = 36$

29. Laquelle des équations définie une ellipse?

(A) $\frac{(x-9)^2}{4} + \frac{(y-1,5)^2}{4} = 1$

(B) $\frac{x^2+9}{4} - \frac{y^2+25}{16} = -1$

(C) $\frac{x^2+9}{4} + \frac{y^2+25}{16} = 1$

(D) $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+5)^2}{96} = 1$

30. Quel est le centre de la conique $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y+5)^2}{25} = 1$?

(A) (6, 5)
(B) (2, –5)
(C) (–6, 5)
(D) (–2, –5)

31. Quelle est la section conique dont l' équation est $\frac{(x+4)^2}{52} - \frac{(y-8)^2}{49} = 1$?

(A) une hyperbole de centre (4, 8)
(B) une ellipse de centre (4, 8)
(C) une hyperbole de centre (- 4, 8)
(D) une ellipse de centre (- 4, 8)

32. Quelle est la raison d' une suite dont la formule est $t_n = \frac{3}{5}(n-1)+1$?

(A) $\frac{5}{3}$
(B) 1
(C) $\frac{3}{5}$
(D) -1

33. Laquelle des expressions suivantes représente une formule de récurrence pour générer une suite géométrique?

(A) $t_n = ar^{n-1}$
(B) $S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n$
(C) $t_n = a + (n-1)d$
(D) $S_n = a + ar^2 + ar^3 + \ldots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$

34. Quels sont les cinq premiers termes de la suite arithmétique dont le premier terme $a_1 = 4$ et la raison $d = -6$?

(A) 4, -24, 48, -72, 96
(B) 4, -24, -48, -72, -96
(C) 4, 10, 16, 22, 28
(D) 4, -2, -8, -14, -20

35. Écris les quatre premiers termes de la suite à l' aide de la formule de récurrence $t_1 = 54;\ t_{n+1} = \frac{1}{3}(t_n)$.

(A) 162, 486, 1458, 4374
(B) 54, 18, 6, 2
(C) 57, 21, 9, 5
(D) 51, 15, 3, -1

36. Quelle formule de récurrence a généré la suite 2,3,5,8,13,21,34?

(A) $t_n = |t_{n-1} + t_{n-2}| - 10$
(B) $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$
(C) $t_n = t_{n-1} \times t_{n-2}$
(D) $t_n = t_{n-1} + 2t_{n-2}$

37. Soit la suite de nombre 2,6,18,54,… quelle est la formule de récurrence décrivant cette suite?

(A) $t_n = 3(2)^{n-1}$
(B) $t_n = 3(2)^n$
(C) $t_n = 2(3)^{n-1}$
(D) $t_n = 2(3)^n$

38. Un puit produit 32 000 m^3 de pétrole par année. On sait que sa production diminue de 4% par année. Quelle sera sa production annuelle dans 20 ans?

(A) 1 600 m^3
(B) 13 578 m^3
(C) 14 144 m^3
(D) 13 578 m^3

39. Afin de déterminer le nombre d' arrangements possibles de 10 différentes billes prises 5 à la fois, il s' agit d' évaluer l' expression …

(A) ${}_5P_{10}$
(B) ${}_5C_{10}$
(C) ${}_{10}C_5$
(D) ${}_{10}P_5$

40. Combien d' indicatifs régionaux à 3 chiffres peut-on former si le premier chiffre va de 2 à 9 inclusivement, le deuxième chiffre est 0 ou 1 et que le troisième est n' importe quel chiffre entre 0 et 9?

(A) 140
(B) 144
(C) 160
(D) 480

41. Sept personnes sont assises à une table ronde. De combien de façons différentes ces personnes peuvent être placées autour de la table?

(A) 120
(B) 40 320
(C) 5 040
(D) 720

42. Il faut choisir quatre élèves dans une classe de 24. Combien de groupes différents de quatre élèves peut-on choisir?

(A) 96
(B) 576
(C) 10 626
(D) 255 024

43. L' espace échantillon est …

(A) l' ensemble de tous les résultats possibles d' une expérience
(B) l'ensemble de toutes les expériences possibles d'un événement
(C) l' ensemble de toutes les combinaisons possibles d' une expérience
(D) l' ensemble de toutes les permutations possible d' une expérience

44. Quel énoncé correspond à une paire d' événements indépendants?

(A) Aujourd' hui, marche 40 km en une heure et fais la même chose demain.
(B) Lance deux pièces de monnaie, l'une tombe du côté pile et l'autre, du côté face.
(C) Tire une carte et ne la remets pas dans le jeu. Tire ensuite une autre carte.
(D) Étudie pour ton examen de sciences durant deux heures tous les soirs. Obtiens un A à ton prochain examen.

45. Soit P (nombre pair et divisible par 5) = $0,1$ et P (nombre pair) = $0,5$. Quelle est, au dixième près, la valeur de P(nombre pair et divisible par 5 | nombre pair) ?

(A) 0,6
(B) 0,5
(C) 0,2
(D) 0,4

46. Soit un jeu de 52 cartes. Dans ce jeu, il y a 4 AS. Si 6 cartes sont tirées aux hasard, quelle est la probabilité d' obtenir 4 AS?

(A) $6,13 \times 10^{-6}$

(B) $3,69 \times 10^{-6}$

(C) $5,08 \times 10^{-5}$

(D) $9,66 \times 10^{-4}$

47. La probabilité que l'évènement A se produise est de $\frac{1}{7}$ et la probabilité que l'évènement B se produise est de $\frac{3}{11}$. Si ces deux événements sont mutuellement exclusifs, quelle est la probabilité que l' un ou l' autre se produise?

(A) $\frac{3}{77}$

(B) $\frac{10}{77}$

(C) $\frac{11}{77}$

(D) $\frac{32}{77}$

48. Un fabricant estime que 3% des ballons qu' il produit sont défectueux. Si un client lui en commande 200, quelle est, à un pour cent près, la probabilité qu' au moins deux ballons soient défectueux?

(A) 6%
(B) 4%
(C) 94%
(D) 98%

49. Les résultats de l' examen étaient normalement distribués avec une moyenne de 52 et un écart type de 10. Quel pourcentage approximatif des résultats se situe entre 42 et 52?

(A) 95%
(B) 14%
(C) 34%
(D) 82%

50. En se servant de la calculatrice à affichage graphique on peut déterminer que l' écart type de l' ensemble de données suivantes 68,74,66,80 est …

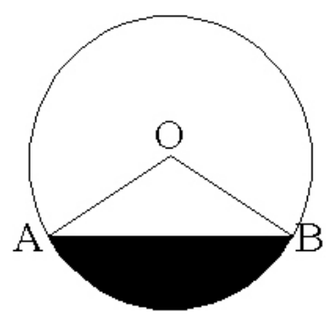
(A) 5,5
(B) 72
(C) 71
(D) 14

PARTIE II
Valeur totale: 50%

Répondez à toutes les questions dans l' espace prévue à cet effet. Démontrez tout votre travail.

Valeur
4% 51. Démontre que les tangentes tracées à partir d' un point à l' extérieur du cercle sont de longueur égale.

Valeur
4% 52. Soit un cercle de centre O où $\widehat{AB} = 120^0$ et de rayon 25,0 cm. Si $m\overline{AB} = 43{,}4cm$, détermine l'aire de la partie ombragée du cercle.



Valeur

3% 53. Résous l' équation $4^{2x+3} = \left(\sqrt[4]{2}\right)^{x}$.

Valeur

4% 54. La population de goélands atteint un stade dangereusement élevé pour une région. On compte 12 500 pour cette région. La population continue à augmenter de 5% tous les ans. Dans combien d' années la population sera-t-elle de 19 079 goélands?

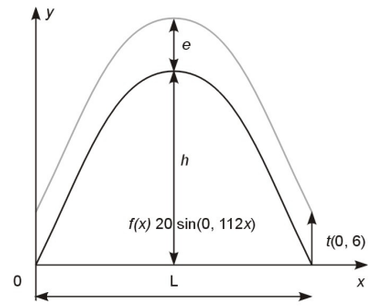
Valeur

3% 55. Un avion se dirigeant vers l'est à une vitesse de 350 km/h est soudainement dévié de sa trajectoire par un vent. Le vent est de 80 km/h et provient du sud. Quelle est la vitesse de l'avion et son orientation par rapport à sa trajectoire initiale?

Valeur
3%

56. L' intérieur d' un toît a exactement la forme d' une demi-période d' une courbe sinusoïdale. Son équation est $f(x) = 20\sin(0,112x)$. La courbe de l' extérieur du toît est une translation t(0,6) de la courbe du dessous.

a) Quelle est la largeur de l' abri?
b) Quelle est sa hauteur intérieure h?
c) Quelle épaisseur de béton a-t-on utilisé pour construire cet abri?
d) Quelle est l' équation de l' extérieur du toît?



Valeur
4%

57. Un objet fixé à un resort oscille selon la fonction suivante :
$y = 3,9\cos\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)$ où t représente le temps et y le déplacement de l' objet en mètres.

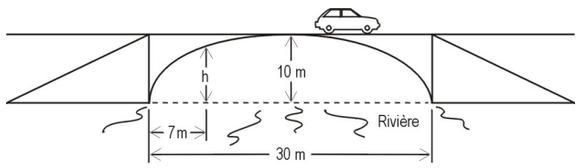
Détermine

a) l' amplitude
b) la période
c) déphasage
d) les maximums et minimums

Valeur
4%

58. Un pont en arc, de forme semi-elliptique, enjambe une rivière de 30 m de largeur. La hauteur est de 10 m.

a) Écris l' équation de la courbe du pont semi-elliptique.
b) Quelle hauteur maximale doit avoir un voilier situé à 7m de la rive pour pouvoir passer sous le pont? (Arrondis au dixième de mètre)



Valeur
4%

59. Un boulet de canon tiré au niveau du sol et parcourant un trajet parabolique, monte à une hauteur maximale de 50 m. Il atteint une cible situé à 100m. Àquelle altitude se situe le boulet quand il se trouve à 20 m de la cible?

Valeur

3% 60. Trouve le nième terme de la suite géométrique si $a_3 = 45$ et $a_{12} = 885\ 735$. Écris ta réponse sous la forme $t_n = ar^{n-1}$.

Valeur

4% 61. On t' offre un emploi de 20 heures semaine comme promeneur de chien (40 promenades de une demi-heure chacune). Tu as le choix d' être payé 6 $ l' heure pour 20h ou encore 3,25 $ pour la première heure, 3,50 $ pour la deuxième heure, 3,75 pour la troisième heure et ainsi de suite jusqu' à 20 h. Quelle option paie le plus ? De combien ?

Valeur

2% 62. Un terme du développement binomial $(ax + y)^8$, où $a > 0$, est $112\ x^2\ y^6$. Quelle est la valeur de **a** à un nombre entier positif près?

Valeur

4% 63. Une serrure de valise comporte 6 roulettes numérotées de 0 à 9. Quelle est la probabilité qu' une personne devine le code si:

a) les chiffres ne se répètent pas.
b) les chiffres peuvent se répéter.

Valeur

4% 64. Certaines tortues ont une espérance de vie bien supérieure à 100 ans. Une espèce donnée présente une espérance de vie de 180 ans en captivité, l'écart type étant de 40 ans.

a) Détermine au dixième près, l'intervalle où l'on s'attendrait à trouver l'âge de 90% de ces tortues.
b) Au dixième près, quel pourcentage de ces tortues vivra de 100 à 260 ans ?
c) Quelle est la probabilité que l'une de ces tortues, choisie au hasard en captivité, vive plus de 100 ans?

ÀL' UTILISATION DU LECTEUR SEULEMENT	
MATHÉMATIQUES 3231	
51.	
52.	
53.	
54.	
55.	
56. (a)	
(b)	
(c)	
(d)	
57. (a)	
(b)	
(c)	
(d)	
58. (a)	
(b)	
59.	
60.	
61.	
62.	
63. (a)	
(b)	
64. (a)	
(b)	
(c)	
TOTAL	