Réussites par item de l'examen public Mathématiques 3231 (juin 2006)

Partie I

Item	Réponse	Résultats d'apprentissage spécifiques	Niveau cognitif	
1	B	NO1.3; NO1.7; NO2.1	C	
2	D	RR2.4	AI	
3	B	NO1.6; RR1.4; RR2.2	C	
4	B	NO1.7; NO2.5;	C	
5	C	RR2.1	AI	
6	C	RR2.1	C	
7	A	NO1.4	AI	
8	A	NO1.3; NO2.2; NO2.4; NO2.5; NO2.6;	AI	
9	D	NO1.4; NO1.7; NO2.2; NO2.4; RR2.5	AI	
10	D	RR1.1	C	
11	C	RR1.3	AI	
12	D	RR1.1	AI	
13	B	FE2.1; FE2.3	C	
14	A	FE2.1; FE2.2	AI	
15	A	FE2.4	C	
16	D	FE2.4; FE2.5	AI	
17	C	FE2.1	AI	
18	A	FE2.4; FE2.5; FE3.1	AI	
19	B	NO2.3; FE1.4	AI	
20	D	NO1.7; FE1.3	C	
21	A	NO2.3; RR1.2	C	
22	C	NO1.6; NO2.7; RR1.7; RR2.7	AI	
23	B	RR2.7; RR2.8	AI	
24	C	NO1.2; NO1.7	AI	
25	A	NO1.5; NO1.7; NO2.7; FE1.3	C	

Niveaux cognitifs :

Maîtrise des concepts (C) Compréhension et application- niveau inférieur (AI)

Compréhension et application - niveau supérieur (AS) Processus mentaux supérieurs (P)

Item	Réponse	Résultat d'apprentissage spécifique	Niveau cognitif	
26	D	NO1.1; NO2.3; FE1.2	AI	
27	D	RR1.10	C	
28	B	NO2.7; NO1.5	AI	
29	C	NO1.5; RR2.10	C	
30	A	NO1.5; RR2.10	AI	
31	B	NO1.5; RR2.9	C	
32	D	RR2.9; NO2.3	AI	
33	A	RR2.10	AI	
34	C	RR2.10	C	
35	B	NO1.7; RR2.10	AI	
36	C	NO1.7; RR2.10	AI	
37	C	NO1.5; NO1.7; NO2.3; NO2.7; RR2.10	AI	
38	D	NO2.3; RR2.14	AI	
39	A	SP2.2	AI	
40	C	SP2.1	AI	
41	C	SP2.1	AI	
42	B	SP2.4	AI	
43	A	SP2.7	AI	
44	C	SP2.5; SP2.8; SP2.9	C	
45	A	SP2.6	C	
46	B	SP2.5; SP2.6; SP2.9	AI	
47	B	SP2.5; SP2.8	AI	
48	A	SP2.11	AI	
49	D	SP2.11	AI	
50	C	SP2.5; SP2.12	C	

Partie II

Item	Valeur	Résultats d'apprentissage spécifiques	Niveau cognitif	
51	3	NO1.2; NO2.4	AS	
52 a) b)	4	NO1.7; NO2.4; RR1.1; RR2.3; RR2.6	P	
53	4	NO2.7; RR1.1; RR2.1	P	
54	4	FE2.1;FE3.1	P	
55	3	NO2.7; FE1.6	AS	
56 a) b)	4	RR1.2; RR1.7	P	
57	4	NO1.6; NO2.7; RR1.2; RR1.4; RR1.6; RR1.10; RR2.7	P	
58	4	NO2.3; RR2.14	AS	
59	4	NO1.5; NO2.3; RR2.10	P	
60	4	SP2.1; SP2.9	AS	
61	4	SP2.2	P	
62	4	SP2.5; SP2.9; SP2.10; SP2.11	AS	
63	4	SP2.5; SP2.6; SP2.7; SP2.8	P	

PARTIE II

Valeur totale : 50%

Répondez à **TOUTES** les questions dans l'espace prévu à cet effet. Démontrez **TOUT** votre travail.

Valeur

3 51. Soit $\log_3 x + \log_3 (x-1) = \log_3 2x$, détermine la valeur de x.

$$\log_3 \frac{x(x-1)}{2x} = 0$$
$$3^0 = \frac{(x-1)}{2}$$
$$1 = \frac{(x-1)}{2}$$
$$x = 3$$

4 52. La population de caribous d'une région augmente à un taux annuel de 3%.

a) Détermine l'équation qui représente le nombre de caribous après t années.
b) S'il y a 750 caribous présentement, dans combien d'années y en aura-t-il 900 ?

a) $N(c) = N_0(1+0,03)^t$

b) $900=750(1+0,03)^t$

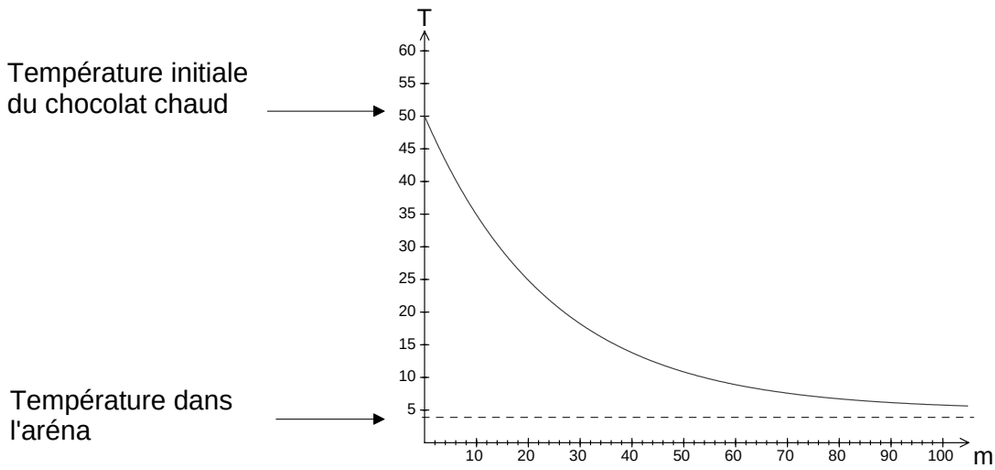
$$\frac{900}{750} = (1+0,03)^t$$
$$1,2 = (1+0,03)^t$$
$$\log 1,2 = t\log(1+0,03)$$
$$\frac{\log 1,2}{\log 1,03} = t$$

$t = 6,17$ Dans 6 ans il y aura 900 caribous.

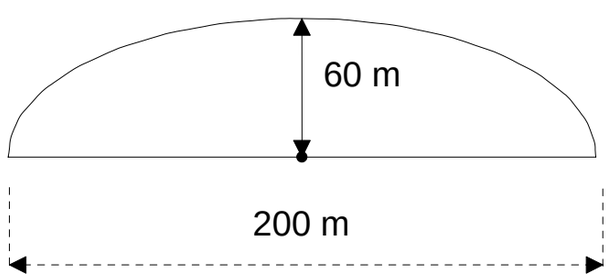
4 53. Le chocolat chaud se refroidi exponentiellement en fonction du temps après qu'il est emporté dans un aréna. Le refroidissement est décrit par la fonction ci-dessous dont la température T, en degrés Celsius et le temps, m en minutes.

$$T = 45(0,95)^m + 5$$

Fais un esquisse des premières 100 minutes. Quelle est la température initiale du chocolat chaud et la température dans l'aréna ?



4 54. Un pont en forme semi-elliptique a une hauteur maximale de 60 m et une largeur de 200m. Quelle est sa hauteur à 40 m de l'une des ses extrémités ?



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$a = 100 \qquad b = 60 \quad x = (100 - 40) = 60$

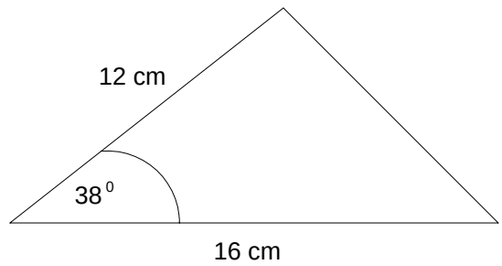
$$\frac{60^2}{100^2} + \frac{y^2}{60^2} = 1$$

$$0,36 + \frac{y^2}{3600} = 1$$

$$y = \sqrt{(1 - 0,36)3600}$$

$y = 48$ m

3 55. Détermine l'aire du triangle au centième de cm^2 près.



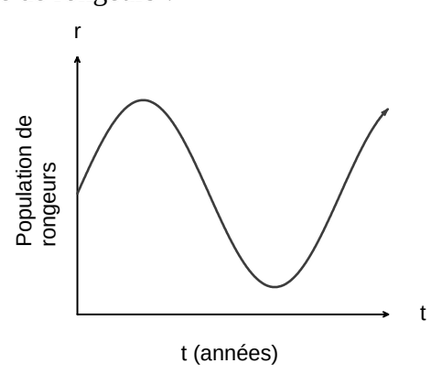
$$\text{Aire} = \frac{1}{2}bc\sin A$$
$$\text{Aire} = \frac{1}{2}(16)(12)\sin 38^0$$
$$\text{Aire} = 96(0,616)$$
$$\text{Aire} = 59\ \text{cm}^2$$

4 56. La population de rongeurs d'une région varie en fonction du nombre de prédateurs. On peut prédire la population de rongeurs $r(t)$ en utilisant la fonction $r(t) = 2500 + 1500\sin\frac{\pi t}{4}$ où t représente le nombre d'années écoulées depuis 1976.

Durant le premier cycle de cette fonction,

a) en quelle année y a-t-il eu le plus grand nombre de rongeurs ?

b) quelle a été la moyenne du nombre de rongeurs ?



a)

$$r(t) = 2500 + 1500\sin\frac{\pi t}{4}$$

La valeur maximum de $r(t)$ est atteinte lorsque $\frac{\pi t}{4} = \frac{\pi}{2}$

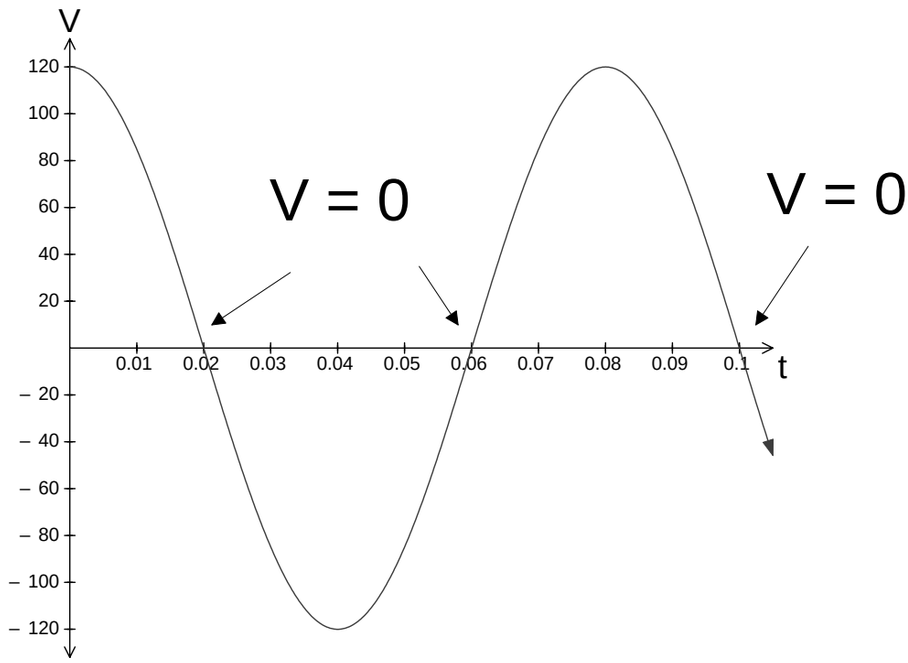
$t = 2$ ans

Il y a eu le plus grand nombre de rongeurs en 1976+2=1978

b) Moyenne = 2 500

4 57. Une génératrice produit un voltage V, en volts, représenté par l'équation

$V(t) = 120\cos 25\pi t$ où t est le temps en seconde. Dessine dans le plan cartésien le graphique de cette fonction dans l'intervalle $0 \le t \le 0{,}1$. À quel(s) moment(s) le voltage était-il à zéro ?



Le voltage était zéro à trois moments, soit $0{,}02$, 0,06 et à 0,1 seconde.

4 58. Démontre l'identité suivante $\dfrac{2\sin x\cos x - \cos x}{1 - \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x} = \dfrac{1}{\tan x}$.

$$\begin{aligned}
\frac{2\sin x\cos x - \cos x}{1 - \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x} &= \frac{\cos x\left(2\sin x - 1\right)}{(1 - \cos^2 x) - \sin x + \sin^2 x} \\
&= \frac{\cos x\left(2\sin x - 1\right)}{\sin^2 x - \sin x + \sin^2 x} \\
&= \frac{\cos x\left(2\sin x - 1\right)}{\sin x\left(\sin x - 1 + \sin x\right)} \\
&= \frac{\cos x\left(2\sin x - 1\right)}{\sin x\left(2\sin x - 1\right)} \\
&= \frac{1}{\tan x}
\end{aligned}$$

4 59. Vingt minutes après son décollage, l'altitude d'un avion varie selon la fonction $A(t) = 600\sin\left(t-\pi\right)+1500$. Combien de temps (à la minute près) après son décollage l'avion atteindra-t-elle un altitude de 1800 m ?

$A(t) = 600\sin\left(t-\pi\right)+1500$

$600\sin\left(t-\pi\right)+1500 = 1800$

$600\sin\left(t-\pi\right) = 300$

$\sin\left(t-\pi\right) = \frac{1}{2}$

$t-\pi = \frac{\pi}{6}$

$t = \frac{7\pi}{6} = \frac{7(3.14)}{6} =$

$t = 3,67$

L'avion a atteint un altitude de 1800m environ 20 + 4 = 24 minutes après son décollage.

.

4 60. Un comité est formé de 6 personnes à partir d'un groupe de12 femmes et de 9 hommes. Quelle est la probabilité qu'exactement 4 femmes soient membres du comité ?

$$P\left(\text{exactement 4 femmes}\right)=\frac{{}_{12}C_4\left({}_9C_2\right)}{{}_{21}C_6}$$

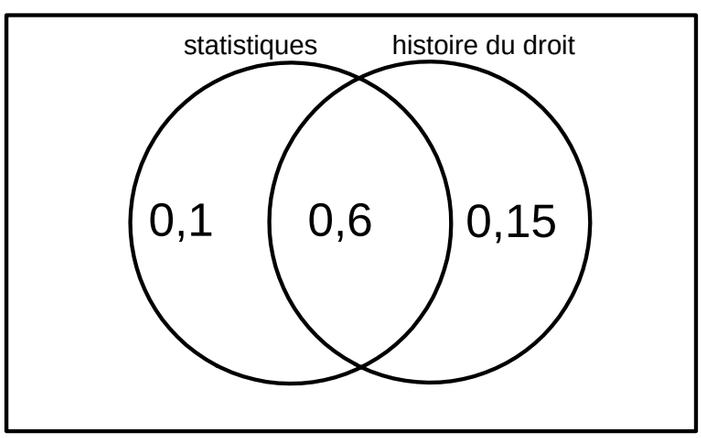
En utilisant la calculatrice à affichage graphique

$$\frac{12\text{nCr}4\left(9\text{nCr}2\right)}{21\text{nCr}6}=0,3284$$

La probabilité qu'exactement 4 femmes soient membre du comité est de 32,8%.

4 61. Dans une université, 70% des étudiants en 1re année d'études en droit réussissent leur cours de statistiques, 75% réussissent leurs cours en histoire du droit et 85% réussissent leurs cours en statistiques ou en histoire du droit. Suppose qu'on choisit au hasard une étudiante ou un étudiant en 1re année d'études en droit. Estime la probabilité qu'elle ou il réussisse son cours de statistiques si elle ou il a réussi son cours d'histoire de droit.

On peut se servir d'un diagramme de Venn pour trouver les probabilités. Étant donné que 85% des étudiantes ou étudiants en première année d'études en droit réussissent leurs cours en statistiques ou en histoire du droit, la somme des probabilités cumulative doit être 85%.



$$P(\text{réussit son cours de statistiques} \mid \text{réussit son cours d'histoire du droit})=$$
$$\frac{P(\text{réussit son cours de statistiques et son cours d'histoire du droit})}{P(\text{réussit son cours d'histoire du droit})}=\frac{0,6}{0,75}=0,8$$

4 62. Étant donné une situation de distribution binomiale où $n = 60$ et $p = 0,61$. Entre quelles valeurs se situe un intervalle de confiance de 95% ?

moyenne $= np$ écart type $= \sqrt{nqp}$

$= 60(0,61)$ $= \sqrt{60(0,61)0,39}$

$= 36,6$ $= 3,778$

Pour une intervalle de confiance de 95%, $z_{\frac{a}{2}}$ est de $-1,96$.

L'intervalle est $\bar{x} + z_{\frac{a}{2}}\sigma < x < \bar{x} - z_{\frac{a}{2}}\sigma$

$36,6 + (-1,96)3,778 < x < 36,6 - (-1,96)3,778$

$29,2 < x < 44,0$

4 63. L'inspection de galettes de bœuf démontre que 85% des galettes contiennent 400g ou plus de bœuf. Quelle est la probabilité que plus de 225 galettes sur un échantillon de 250 contiennent plus de 400g de bœuf ?

$np = 250(0,85) = 212,5$

$n(1-p) = 250(1-0,85) = 37,5$

Comme np et $n(1-p) > 5$, une courbe normale est une bonne approximation de la distribution binomiale

$\bar{x} = 250(0,85) = 212,5$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{250(0,85)(0,15)} = 5,646$

On veut connaître la probabilité que 226 galettes ou plus contiennent 400 g de bœuf

$$z_{226} = \frac{226 - 212,5}{5,646} = 2,39$$

D'après la table de distribution normale, l'aire sous la courbe à gauche de z_{226} est $0,9916$. La probabilité que plus de 225 galettes contiennent plus de 400g de bœuf est de $1 - 0,9916 = 0,008$ ou 0,8 %.