Mathématiques

Mathématiques avancées 2230

Terre-Neuve Labrador

Programme d'études
2014

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements iii

Introduction 1
- Objet du présent document 1
- Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques 1
- Domaine affectif 2
- Des buts pour les élèves 2

Cadre conceptuel des mathématiques 10-12 3
- Les processus mathématiques 3
- La nature des mathématiques 7
- Résultats d'apprentissage transdisciplinaires 10
- Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement 11
- Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année 12
- Sommaire 12

Évaluation 13
- Stratégies d'évaluation 15

Orientation pédagogique 17
- Planification de l'enseignement 17
- Séquence d'enseignement 17
- Temps d'enseignement par module 17
- Ressources 17

Résultats d'apprentissage généraux et spécifiques 18

Résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement
- Module 1: Suites et séries 19
- Module 2: Trigonométrie 39
- Module 3: Fonctions quadratiques 69
- Module 4: Équations quadratiques 95
- Module 5: Expressions et équations contenant des radicaux 113
- Module 6: Expressions et équations rationnelles 141
- Module 7: Les fonctions valeur absolue et les fonctions inverses 167
- Module 8: Les systèmes d'équations 191
- Module 9: Les inégalités linéaires et quadratiques 203

Références 215

REMERCIEMENTS

Le ministère de l'Éducation tient à remercier le Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC), pour sa collaboration. Le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-9* (mai 2006) et le *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12* (janvier 2008) ont été reproduits ou adaptés sous autorisation. Tous droits réservés.

Ce document est une traduction et une adaptation du document *Advanced Mathematics 2200 - Interim Edition, Department of Education - Curriculum Guide, 2013.*

Le ministère de l'Éducation désire aussi remercier le bureau des services en français qui a fourni les services de traduction ainsi que le Programme des langues officielles en éducation du Patrimoine canadien qui a fourni de l'aide financière à la réalisation de ce projet.

Enfin, nous remercions le comité du programme provincial de mathématiques, 11e année, ainsi que les enseignants et les conseillers pédagogiques qui ont contribué à l'élaboration de ce programme d'études.

Tous les efforts ont été déployés pour reconnaître les diverses sources ayant contribué à la rédaction du présent document.

Toute omission ou erreur éventuelle sera rectifiée dans la version finale.

À NOTER : Dans le présent document, le masculin est utilisé à titre épicène.

INTRODUCTION

Objet du présent document

Le programme d'études présente des attentes élevées pour les élèves.

Les programmes d'études de mathématiques de la province de Terre-Neuve-et-Labrador ont été établis à partir du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*, *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens*, janvier 2008. Ces programmes incorporent le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année, ainsi que les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les indicateurs de rendement établis dans le cadre commun des programmes d'études. Ils incluent aussi des stratégies d'enseignement et d'apprentissage, des suggestions de stratégies d'évaluation et font la correspondance entre le programme et la ressource autorisée et le matériel recommandé.

Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques

La compréhension mathématique se construit à partir des expériences personnelles et des connaissances antérieures de chacun des élèves.

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu et d'acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens entre ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent quand ils peuvent attribuer une signification à ce qu'ils font; et chacun d'entre eux doit construire son propre sens des mathématiques. C'est en allant du plus simple au plus complexe ou du plus concret au plus abstrait que les élèves ont le plus de possibilités de développer leur compréhension des mathématiques. Il existe de nombreuses approches pédagogiques et matériel de manipulation destinées aux enseignants qui ont à composer avec les multiples modes d'apprentissage et cultures de leurs élèves ainsi qu'avec leurs stades de développement respectifs. Ces approches concourent au développement de concepts mathématiques valides et transférables: quels que soient leurs niveaux, tous les élèves bénéficieront d'un enseignement appuyé par une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour développer leurs conceptions personnelles des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. La discussion entre élèves peut engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Le milieu d'apprentissage offert aux élèves devrait mettre en valeur et respecter leur vécu et tous leurs modes de pensée, quels qu'ils soient. Ainsi, tout élève devrait se sentir en mesure de prendre des risques intellectuels en posant des questions et en formulant des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes est essentielle au développement de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et d'arriver à diverses solutions.

Domaine affectif

Il est important que les élèves développent une attitude positive envers les matières qui leur sont enseignées, car cela aura un effet profond et marquant sur l'ensemble de leurs apprentissages. Les environnements qui offrent des chances de succès et favorisent le sentiment d'appartenance ainsi que la prise de risques contribuent au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en eux-mêmes. Les élèves qui feront preuve d'une attitude positive envers les mathématiques seront vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer à des activités, à persévérer pour que leurs problèmes ne demeurent pas irrésolus, et à s'engager dans des pratiques réflexives.

Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer lorsqu'ils s'efforcent de les réaliser.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent comprendre la relation qui existe entre les domaines affectif et intellectuel; et ils doivent s'efforcer de miser sur les aspects affectifs de l'apprentissage qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils s'efforcent de réaliser ces objectifs.

L'aspiration au succès, à l'autonomie et au sens des responsabilités englobe plusieurs processus à plus ou moins longs termes, et elle implique des retours réguliers sur les objectifs personnels fixés et sur l'évaluation de ces mêmes objectifs.

Des buts pour les élèves

Dans l'enseignement des mathématiques, les principaux buts sont de préparer les élèves à :

L'enseignement des mathématiques doit préparer les élèves à utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes.

- utiliser les mathématiques avec confiance pour résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et son utilisation;
- s'engager dans un processus d'apprentissage pour le reste de leur vie;
- devenir des adultes compétents en mathématiques, et mettre à profit leur compétence en mathématiques afin de contribuer à la société.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques en tant que science, philosophie et art;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre des travaux et des projets de mathématiques, et persévérer à les compléter;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques lorsqu'ils font des travaux de mathématiques;
- faire preuve de curiosité.

CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le diagramme ci-dessous montre l'influence des processus mathématiques ainsi que de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.

NIVEAUX / SUJETS D'ÉTUDE	10	11	12
Les sujets d'étude varient selon le cours de mathématiques de la 10e à la 12e année. Les sujets abordés dans ces cours peuvent comprendre : • l'algèbre • les mathématiques financières • la géométrie • le raisonnement logique • le projet de recherche mathématique • la mesure • le nombre • les permutations, les combinaisons et le théorème de Newton • la probabilité • les relations et les fonctions • la statistique • la trigonométrie	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES, ET INDICATEURS DE RENDEMENT**		

NATURE DES MATHÉMATIQUES

Changement, constance, sens du nombre, régularités, relations, sens spatial, incertitude

PROCESSUS MATHÉMATIQUES — COMMUNICATION, LIENS, CALCUL MENTAL ET ESTIMATION, RÉSOLUTION DE PROBLÈMES, RAISONNEMENT, TECHNOLOGIE, VISUALISATION

Les processus mathématiques

Dans un programme de mathématiques, il y a des éléments auxquels les élèves doivent absolument être exposés pour être en mesure d'atteindre les objectifs de ce programme et acquérir le désir de poursuivre leur apprentissage des mathématiques pendant le reste de leur vie.

Les élèves devraient :

- communiquer pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension;
- établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- démontrer une habileté en calcul mental et en estimation;
- développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer pour résoudre des problèmes;
- développer le raisonnement mathématique;
- choisir et utiliser des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes;
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

- *Communication [C]*
- *Liens [L]*
- *Calcul mental et estimation [CE]*
- *Résolution de problème [RP]*
- *Raisonnement [R]*
- *Technologie [T]*
- *Visualisation [V]*

Le programme d'études incorpore ces sept processus mathématiques intimement liés, qui ont pour but d'infuser l'enseignement et l'apprentissage.

La communication [C]

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés.

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Cela favorise chez eux la création de liens entre leur propre langue et leurs idées, et le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Les liens [L]

En établissant des liens, les élèves devraient commencer à trouver les mathématiques utiles et pertinentes.

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à voir l'utilité, la pertinence et l'intégration des mathématiques dans la vie de tous les jours.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « *Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs*. » (Caine and Caine, 1991, p. 5 [traduction])

Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont des éléments fondamentaux du sens des nombres.

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens des nombres. C'est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoires externes.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans crayon ni papier. Il améliore la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin – plus que jamais – en estimation et en calcul mental. (NCTM, mai 2005)

Les élèves compétents en calcul mental « *sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de multiples façons de résoudre des problèmes.* » (Rubenstein, 2001)

Le calcul mental « *est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse.* » (Hope, 1988)

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents), ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations ainsi que quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours.

La résolution de problèmes [RP]

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes.

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques devrait être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « *Comment devriez-vous savoir...*? » ou « *Comment pourriez-vous...*? », le processus de résolution de problème est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour que cette activité en soit une de résolution de problème, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Celui-ci doit donc développer cette compréhension et démontrer son engagement.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant, qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. L'observation de problèmes en cours de formulation ou de résolution peut encourager les élèves à explorer plusieurs solutions possibles. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres de rechercher ouvertement différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à donner un sens aux mathématiques et à penser logiquement.

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions d'un niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité devant les mathématiques.

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices au raisonnement. Les élèves peuvent expérimenter et noter des résultats, analyser leurs observations, faire et vérifier des généralisations à partir de régularités. Les élèves peuvent arriver à de nouvelles conclusions en construisant sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

Les habiletés de raisonnement permettent aux élèves d'utiliser un processus logique pour analyser un problème pour arriver à une conclusion et pour justifier ou pour défendre cette conclusion.

Technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de calculatrices et d'ordinateurs, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des opérations de base et tester des propriétés;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- créer des régularités géométriques;
- simuler des situations;
- développer leur sens des nombres.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves, qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques et ce, à tous les niveaux.

Visualisation [V]

L'utilisation du matériel concret, de la technologie et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial* » (Armstrong, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens des nombres, du sens de l'espace et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens de l'espace ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation. (Shaw et Cliatt, 1989 [Traduction])

La nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs éléments, auxquels on fera référence d'un bout à l'autre du présent document. Ces éléments incluent le changement, la constance, le sens des nombres, les régularités, les relations, le sens de l'espace et l'incertitude.

Le changement

Le changement constitue l'une des propriétés fondamentales des mathématiques et de l'apprentissage des mathématiques.

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :

- *le nombre de perles d'une certaine couleur dans chaque rangée d'un motif*
- *compter par sauts de 2, à partir de 4*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2*
- *une fonction linéaire avec un domaine discret.*

(Steen, 1990, p. 184 [Traduction])

La constance

La constance peut être décrite de bien des façons, soit en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires, et de symétrie. (AAAS – Benchmarks, 1993, p. 270 [Traduction])

La constance peut-être décrite en termes de stabilité, de conservation, d'équilibre, d'états stationnaires et de symétrie.

Les mathématiques, comme toutes les sciences, ont pour objets des phénomènes qui demeurent stables, inchangés (autrement dit, constants), quelles que soient les conditions externes dans lesquelles ils sont testés. En voici quelques exemples :

- Le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un tipi est le même peu importe la longueur des poteaux.
- Pour tout triangle, la somme des angles intérieurs de ce triangle est toujours égale à 180°.
- La probabilité théorique d'obtenir le côté face après avoir lancé une pièce de monnaie est de 0,5.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données, à la variation directe, à la somme des angles de divers polygones, etc.

Le sens du nombre

Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie. (Le ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2000, p. 146 [Traduction])

Le sens du nombre est la compétence la plus fondamentale de la numératie.

Un sens véritable du nombre va bien au-delà de l'habileté à savoir compter, à mémoriser des faits et à appliquer de façon procédurale des algorithmes en situation. La maîtrise des faits devrait être acquise par l'élève en développant leur sens du nombre. La maitrise permet l'application des faits et facilite les calculs plus complexes mais ne devrait pas être atteinte au dépend de la compréhension du sens du nombre. l

Le développement du sens du nombre chez l'élève se fait à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. Ce qui en résulte, c'est un élève qui possède un raisonnement de calcul fluide, qui développe de la souplesse avec les nombres et qui, en fin de compte, développe une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. Cependant, le développement du sens du nombre chez les élèves peut résulter de l'exécution de tâches mathématiques complexes où il leur est possible d'établir des liens avec leurs expériences individuelles et leurs apprentissages antérieurs.

Les régularités

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques.

Les mathématiques traitent de la reconnaissance, de la description et de la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines.

C'est en travaillant avec des régularités que les élèves établissent des liens à l'intérieur et au-delà des mathématiques. Ces habiletés contribuent à la fois aux interactions des élèves avec leur environnement et à la compréhension qui endécoule.

Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, prolonger, créer et utiliser des régularités mathématiques. Les régularités permettent aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes routiniers et non routiniers.

C'est en apprenant à travailler avec les régularités dès leurs premières années que les élèves développent leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites des années à venir.

Les relations

Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations.

Les mathématiques sont un outil pour exprimer des faits naturels étroitement liés dans une perception globale du monde. Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collection et l'analyse de données numériques ainsi que la description de relations, de façon imagée, symbolique, orale ou écrite.

Le sens spatial

Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique et d'y réfléchir.

Le sens spatial comprend la visualisation, l'imagerie mentale et le raisonnement spatial. Ces habiletés jouent un rôle crucial dans la compréhension des mathématiques.

Le sens spatial se développe par le biais d'expériences variées et d'interactions des élèves avec leur environnement. Il contribue à la capacité des élèves de résoudre des problèmes comprenant des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions. Le sens spatial est un moyen d'interpréter l'environnement physique ainsi que les objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions et d'y réfléchir.

Il y a des problèmes qui exigent l'établissement de liens entre des nombres et des unités de mesure et les dimensions de certains objets. Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions, ex: en doublant la longueur du côté d'un carré, on augmente son aire selon un facteur de quatre. En bref, le sens spatial leur permet de créer leurs propres représentations des formes et des objets et de les communiquer aux autres.

L'incertitude

L'incertitude est inhérente à toute formulation d'une prédiction.

En mathématiques, l'interprétation de données et les prédictions basées sur des données peuvent manquer de fiabilité.

Certains évènements et expériences génèrent des ensembles de données statistiques qui peuvent être utilisés pour faire des prédictions. Il est important de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) basées sur ces régularités comportent nécessairement un certain degré d'incertitude.

La qualité d'une interprétation est directement reliée à la qualité des données. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure d'interpréter des données et d'en évaluer la fiabilité.

La chance réfère à la prévisibilité d'un résultat donné. Au fur et à mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise.

Résultats d'apprentissage transdisciplinaires

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont des énoncés précisant les connaissances, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent avoir acquises à la fin du secondaire. Les apprentissages confirment la nécessité pour les élèves d'établir des liens entre les disciplines. Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont les suivants : *expression artistique, civisme, communication, développement personnel, résolution de problèmes, compétences technologiques, développement spirituel et moral, langue et culture françaises*.

Expression artistique

Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.

Civisme

Les finissants seront en mesure d'apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale.

Communication

Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire une langue (ou plus d'une), d'utiliser des concepts et des symboles mathématiques et scientifiques afin de penser logiquement, d'apprendre et de communiquer efficacement.

Développement personnel

Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.

Résolution de problèmes

Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés à la langue, aux mathématiques et aux sciences.

Compétences technologiques

Les finissants seront en mesure d'utiliser diverses technologies, de faire preuve d'une compréhension des applications technologiques et d'appliquer les technologies appropriées à la résolution de problèmes.

Développement spirituel et moral

Les finissants sauront comprendre et apprécier le rôle des systèmes de croyances dans le façonnement des valeurs morales et du sens éthique.

Langue et cultures françaises

(Ce résultat ne s'applique qu'aux élèves du programme de Français langue première).

Les finissants seront conscients de l'importance et de la particularité de la contribution des Acadiens et des francophones à la société canadienne. Ils reconnaîtront leur langue et leur culture comme base de leur identité et de leur appartenance à une société dynamique, productive et démocratique dans le respect des valeurs culturelles des autres.

- *accéder à l'information en français provenant de divers médias et de la traiter.*
- *faire valoir leurs droits et d'assumer leurs responsabilités en tant que • francophones.*

Veuillez consulter le document *Foundations for the Atlantic CanadaMathematics Curriculum*.
Le programme de mathématiques vise à aider les élèves à atteindre les résultats d'apprentissage transdisciplinaires (RAT). Les énoncés relatifs à la communication, la résolution des problèmes et les compétences technologiques sont particulièrement pertinents aux processus mathématiques.

Les résultats d'apprentissage et les indicateurs de rendement

Les éléments du programme d'études sont formulés en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'indicateurs de rendement.

Résultats d'apprentissage généraux

Les résultats d'apprentissage généraux sont les énoncés d'ordre général des principaux apprentissages attendus des élèves dans chacun des domaines ou sous-domaines.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque cours.

Dans ce document, l'expression « y compris » indique que tout élément qui suit est une partie intégrante du résultat d'apprentissage.
L'expression « tel que » indique que tout ce qui suit a été inclus à des fins d'illustration ou de clarification et ne constitue pas un élément essentiel pour atteindre le résultat d'apprentissage.

Indicateurs de rendement

Les indicateurs de rendement fournissent un exemple représentatif de la profondeur, de l'étendue et des attentes d'un résultat d'apprentissage. L'étendue des exemples se veut représentative de la profondeur du résultat d'apprentissage specifique. (RAS).
Les RAS représentent comment les élèves peuvent atteindre les résultats d'apprentissage généraux et ensuite les résultats d'apprentissages transdisciplinaires.

Organisation des cours de mathématiques 10e à 12e année

Filières	1er cours	2e cours	3e cours	4e cours
Avancée	Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230	Mathématiques 3238
Académique		Mathématiques 2231	Mathématiques 3231	
Appliquée	Mathématiques 1232	Mathématiques 2232	Mathématiques 3232	

Le programme de mathématiques appliquées vise à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été ciblées pour l'admission à la majorité des programmes des écoles de métiers et pour l'entrée directe sur le marché du travail.

Les programmes de mathématiques académiques et avancés visent à fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique nécessaires à l'entrée dans des programmes d'études postsecondaires. Les élèves qui réussissent le programme avancé seront mieux préparés pour les programmes qui comprennent des cours de calcul infinitésimal.

Les programmes visent à rendre les élèves capables d'établir des liens entre les mathématiques et leurs applications et à en faire des adultes qui soient aptes à calculer et à contribuer à la société par les mathématiques.

Sommaire

Le cadre conceptuel des mathématiques de la 10e à la 12e année (p. 3) décrit la nature des mathématiques, les processus mathématiques et les concepts mathématiques qui seront abordés. Les composantes ne doivent pas être prises isolément. Les activités réalisées dans les cours de mathématiques doivent être fondées sur une approche de résolution de problèmes et des processus mathématiques qui amèneront les élèves à comprendre la nature des mathématiques par l'acquisition de connaissances, d'habilités et d'attitudes précises dans un cadre interdisciplinaire.

ÉVALUATION

Buts de l'évaluation

L'apprentissage qui est évalué, la façon de l'évaluer et la façon dont les résultats sont communiqués envoient un message clair aux élèves et aux autres personnes concernées sur ce qui est véritablement valorisé.

Des techniques d'évaluation sont utilisées pour recueillir de l'information sur l'apprentissage. Cette information aide les enseignants à définir les forces et les besoins des élèves dans leur apprentissage des mathématiques et oriente les approches pédagogiques.

L'enseignant est encouragé à faire preuve de souplesse lorsqu'il évalue les résultats en matière d'apprentissage des élèves, et à chercher différentes façons de permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leur savoir-faire.

L'*évaluation* consiste aussi à mettre en balance l'information recueillie relative à l'apprentissage et aux critères, afin d'évaluer ou de porter un jugement sur les résultats de l'élève.

L'évaluation a trois fonctions interdépendantes :

- l'évaluation *au service de* l'apprentissage a pour but d'orienter l'enseignement et d'y contribuer;
- l'évaluation *en tant qu'*apprentissage a pour but d'inciter les élèves à procéder à une autoévaluation et à établir des objectifs pour leur propre apprentissage;
- l'évaluation *de* l'apprentissage a pour but de porter un jugement sur le rendement de l'élève en lien avec les résultats d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage

L'évaluation *au service de* l'apprentissage exige des évaluations fréquentes et interactives conçues pour faire en sorte que la compréhension de l'élève soit évidente. Ceci permettra à l'enseignant de cerner les besoins en matière d'apprentissage et d'adapter son enseignement en conséquence. Il s'agit d'un processus continu d'enseignement et d'apprentissage.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage :

- exige la collecte de données à l'aide de toute une gamme d'évaluations qui servent d'outils d'enquête pour en savoir le plus possible sur ce que l'élève sait;
- offre une rétroaction descriptive, précise et constructive aux élèves et aux parents en ce qui a trait au stade suivant d'apprentissage;
- fait participer activement les élèves à leur propre apprentissage du fait qu'ils s'autoévaluent et comprennent comment améliorer leur rendement.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage pousse l'élève à réfléchir activement à son propre apprentissage et à suivre ses propres progrès. Elle se concentre sur le rôle de l'élève comme lien essentiel entre l'évaluation et l'apprentissage, et développe et favorise du même coup la métacognition chez les élèves.

L'évaluation *en tant qu'*apprentissage :

- soutient les élèves par l'analyse critique de leurs connaissances en fonction des résultats d'apprentissage;
- incite les élèves à envisager des moyens de bonifier leur apprentissage;
- permet aux élèves d'utiliser l'information recueillie pour adapter leurs processus d'apprentissage et découvrir de nouvelles perspectives.

L'évaluation *de* l'apprentissage

L'évaluation *de* l'apprentissage fait intervenir des stratégies visant à confirmer ce que les élèves savent, à déterminer s'ils ont atteint les résultats d'apprentissage ou à vérifier les compétences des élèves et à prendre des décisions concernant leurs besoins futurs en matière d'apprentissage. L'évaluation *de* l'apprentissage a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage qui contribue directement aux résultats qui seront présentés.

Habituellement, l'enseignant se fie à ce type d'évaluation pour porter un jugement sur le rendement de l'élève; il mesure l'apprentissage après le fait, puis en rend compte aux autres.

Toutefois, l'utilisation de l'évaluation *de* l'apprentissage de concert avec les autres processus d'évaluation décrits précédemment a pour effet de renforcer ce type d'évaluation.

L'évaluation *de* l'apprentissage :

- offre l'occasion de rendre compte aux parents (ou tuteurs) et aux autres intervenants des réalisations de l'élève à ce jour en lien avec les résultats d'apprentissage;
- confirme les connaissances et le savoir faire de l'élève;
- a lieu à la fin d'une expérience d'apprentissage, au moyen d'outils variés.

Comme les conséquences de l'évaluation *de* l'apprentissage sont souvent très importantes, il incombe à l'enseignant de faire un compte rendu juste et équitable de l'apprentissage de chacun des élèves, en s'inspirant des renseignements tirés de toute une gamme de contextes et d'applications.

Stratégies d'évaluation

Les techniques de mesure doivent être adaptées au style d'apprentissage et d'enseignement utilisé. Les enseignants peuvent choisir parmi les nombreuses options proposées dans le présent guide en fonction des résultats d'apprentissage, de la classe et des politiques de l'école et du district scolaire.

Observations (formelles ou informelles)

Cette technique permet de recueillir de l'information assez rapidement pendant le déroulement de la leçon. Dans le cas des observations formelles, les élèves doivent être informés de l'observation et des critères utilisés. L'observation informelle peut prendre la forme d'une vérification fréquente, mais brève, en fonction de critères bien précis. L'observation peut fournir de l'information sur le niveau de participation d'un élève dans le cadre d'une tâche spécifique, de l'utilisation d'un appareil ou l'application d'un processus. Pour consigner les résultats, on peut utiliser une liste de contrôle, une échelle d'évaluation ou de brèves notes écrites. Une bonne planification est nécessaire pour définir les critères précis, préparer les relevés et veiller à ce que tous les élèves soient observés à l'intérieur d'une période raisonnable.

Performance

Ce programme d'études favorise l'apprentissage par la participation active. De nombreux résultats d'apprentissage du programme vise le développement des habiletés et leur application. Pour amener l'élève à comprendre l'importance du développement des habiletés, la mesure doit offrir une rétroaction sur les diverses habiletés. Il peut s'agir, par exemples, de la façon d'utiliser le matériel de manipulation, de la capacité d'interpréter et de suivre des instructions ou de chercher, d'organiser et de présenter de l'information. L'évaluation des performances se fait le plus souvent par l'observation du processus.

Papier et crayon

Cette technique peut être formative ou sommative. Peu importe le type d'évaluation, l'élève doit connaître les attentes associées à l'exercice et comment il sera évalué. Des travaux écrits et des tests peuvent être utilisés pour évaluer les connaissances, la compréhension et l'application des concepts. Ces techniques sont toutefois moins appropriées pour l'évaluation des processus et des attitudes. Le but de l'évaluation devrait déterminer la technique d'évaluation utilisée.

Journal

Le journal d'apprentissage permet à l'élève d'exprimer des pensées et des idées dans le cadre d'une réflexion. En inscrivant ses sentiments, sa perception de la réussite et ses réactions face à de nouveaux concepts, l'élève peut être amené à identifier le style d'apprentissage qui lui convient le mieux. Savoir comment apprendre de façon efficace constitue une information très utile. Les inscriptions au journal fournissent également des indicateurs sur les attitudes développées face aux concepts, aux processus et aux habiletés scientifiques, et sur leur application dans la société. L'auto-évaluation, par le biais d'un journal d'apprentissage, permet à l'élève d'examiner ses forces et ses faiblesses, ses attitudes, ses intérêts et de nouvelles idées. Le développement de ces habitudes aidera l'élève dans ses futurs choix académiques et professionnels.

Entrevue

Le présent programme d'études encourage la compréhention et l'application des concepts mathématiques. En interviewant un élève, l'enseignant peut confirmer que l'apprentissage va au-delà de la mémorisation des faits. La discussion permet également à l'élève de démontrer sa capacité d'utiliser l'information et de préciser sa compréhension. L'entrevue peut prendre la forme d'une courte discussion entre l'enseignant et l'élève ou elle peut être plus exhaustive et inclure l'élève, un parent et l'enseignant. Ces entretiens permettent à l'élève d'afficher ses savoirs de façon proactive. Les élèves doivent être informés des critères qui seront utilisés lors des entrevues formelles. Cette technique de mesure donne une chance aux élèves qui s'expriment mieux verbalement que par écrit.

Présentation

Ce programme d'études comprend des résultats d'apprentissage qui demandent que les élèves soient capables d'analyser et d'interpréter de l'information, de travailler en équipe et de communiquer de l'information. Les présentations constituent la meilleure façon de démontrer et d'évaluer ces résultats. Les présentations peuvent être faites oralement, par écrit ou en images, sous forme de résumé de projet ou par voie électronique (vidéo, présentation sur ordinateur). Peu importe le degré de complexité ou le format utilisé, l'évaluation doit être fondée sur les résultats d'apprentissage. Ceux-ci précisent le processus, les concepts et le contexte pour lesquels et à propos desquels la présentation est réalisée.

Portfolio

Le portfolio permet de mesurer les progrès de l'élève par rapport aux résultats d'apprentissage sur une plus longue période de temps. Il permet à l'élève d'être au cœur du processus d'apprentissage. Certaines décisions au sujet du portfolio et de son contenu peuvent être confiées à l'élève. Que contient le portfolio, quels sont les critères de sélection, comment le portfolio est utilisé, comment et où il est rangé et comment il est évalué sont autant de questions dont il faut tenir compte lorsqu'on planifie de réunir et d'afficher les travaux des élèves de cette façon. Le portfolio devrait fournir un compte-rendu à long terme du développement de l'apprentissage et des habiletés. Ce dossier est important pour la réflexion individuelle et l'auto-évaluation mais il est aussi important de le partager avec d'autres. Tous les élèves, spécialement les plus jeunes, sont emballés à la perspective d'examiner un portfolio et de constater le développement au fil du temps.

ORIENTATION PÉDAGOGIQUE

Planification de l'enseignement

Les remarques ci-dessous devraient être prises en compte lors de la planification de l'enseignement:

- Les processus mathématiques doivent être intégrés dans chacun des sujets à l'étude.
- En réduisant la grandeur des nombres utilisés dans les calculs écrits et en mettant moins l'accent sur la mémorisation de calculs ou la pratique répétitive de l'arithmétique, l'enseignant pourra consacrer plus de temps à l'enseignement de concepts.
- La résolution de problèmes, le raisonnement et l'établissement de liens jouent un rôle crucial dans la croissance de la pensée mathématique.
- Il doit y avoir un équilibre entre le calcul mental et l'estimation, les calculs écrits et l'utilisation de la technologie, y compris les calculatrices et les ordinateurs. Les concepts devraient être présentés aux élèves à l'aide de matériel de manipulation, puis passer graduellement du concret à l'image et au symbole.
- Les élèves apportent à l'école de la diversité en ce qui concerne les styles d'apprentissage et les milieux culturels. Ils sont également à des stades de développement différents.

Séquence d'enseignement

Le programme d'études de Mathématiques avancées 2230 est organisé en modules. Il s'agit uniquement d'un ordre suggéré pour le cours. Il existe diverses combinaisons de séquences qui peuvent convenir à l'enseignement de ce cours.

Chaque double page indique le domaine, le résultat d'apprentissage général et le résultat d'apprentissage spécifique. À noter que ce cours pourrait aussi être enseigné par domaine.

Temps d'enseignement par module

Le nombre d'heures d'enseignement par module est indiqué sur la première page de chaque module. Le nombre d'heures suggéré inclut le temps consacré aux activités d'évaluation et de révision. Les durées suggérées au début de chaque module existent pour aider l'enseignant dans sa planification. Il n'est pas obligatoire de suivre ces durées. Cependant, pendant l'année scolaire l'enseignement de tous les résultats d'apprentissage est obligatoire et une planification à long terme est conseillée. L'enseignement des résultats d'apprentissage a lieu au cours de l'année et l'enseignant peut les revoir au besoin.

Ressources

Les ressources sélectionnées et autorisées par la province Terre-Neuve-et-Labrador pour les élèves et les enseignants est *Mathématiques pré-calcul 11 (Chenelière, 2011)*. C'est pour cette raison que la quatrième colonne du programme d'études fait référence à ces ressources.

Les enseignants peuvent utiliser d'autres ressources ou combinaison de ressources pour obtenir les résultats spécifiques visés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES

RÉSULTATS GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES AVEC INDICATEURS DE RENDEMENT (pages 19 à 214)

Cette section présente les résultats généraux et spécifiques avec les indicateurs de rendement correspondants; elle est organisée par module. La liste d'indicateurs contenue dans cette section ne se veut pas exhaustive. Elle a plutôt pour but de fournir aux enseignants des exemples de preuve de compréhension qui peuvent être utilisés pour déterminer si les élèves ont atteint, ou non, un résultat d'apprentissage spécifique donné. Les enseignants peuvent utiliser autant d'indicateurs de rendement qu'ils le désirent ou ajouter d'autres indicateurs comme preuve de l'apprentissage recherché. Les indicateurs de rendement devraient aussi aider les enseignants à se former une image claire de l'intention et de la portée de chacun des résultats d'apprentissage spécifiques.

Le cours de Mathématiques avancées 2230 est organisé en neuf modules:

- Suites et séries
- Trigonométrie
- Fonctions quadratiques
- Équations quadratiques
- Expressions et équations contenant des radicaux
- Expressions et équations rationnelles
- Les fonctions valeur absolue et les fonctions inverses
- Les systèmes d'équations
- Les inégalités linéaires et quadratiques

Suites et séries

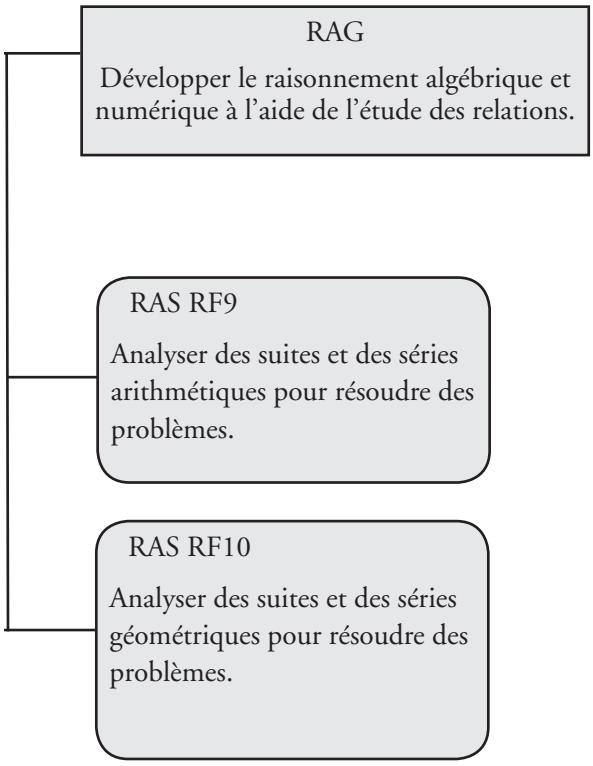
Durée suggérée: 13 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves apprendront à distinguer les suites finies des suites infinies. Ils découvriront et étudieront la formule du terme général d'une suite arithmétique et géométrique et passeront ensuite aux séries arithmétiques et géométriques. Les élèves seront amenés à déterminer si les suites sont convergentes ou divergentes. Ils écriront ensuite l'équation générale de la somme d'une série géométrique infinie. Ils résoudront enfin des problèmes à l'aide des concepts des suites et des séries.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
	Relations et fonctions	
Non traité	RF9 **Analyser des suites et des séries arithmétiques pour résoudre des problèmes.** [L, R, RP] RF10 **Analyser des suites et des séries géométriques pour résoudre des problèmes.** [R, RP]	**Non traité**

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF9 Analyser des suites et des séries arithmétiques pour résoudre des problèmes.

[L, R, RP]

Indicateurs de rendement :

RF9.1 *Identifier les hypothèses sur lesquelles repose la définition d'une suite ou d'une série arithmétique.*

RF9.2 *Fournir et justifier un exemple d'une suite arithmétique.*

RF9.3 *Formuler une règle pour déterminer le terme général d'une suite arithmétiques.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont étudié les régularités linéaires (9RR1). Dans le cours de mathématiques 1231, ils ont appris à déterminer l'équation d'une relation linéaire (RF7). Dans ce module, ils exploreront les concepts des suites et des séries arithmétiques. Ils travailleront avec des suites dont les termes consécutifs produisent une différence commune. Les élèves rédigeront la formule du terme général d'une suite arithmétique et trouveront les mesures manquantes.

Une fois les suites étudiées, les élèves seront initiés aux séries arithmétiques. Ils vont constater qu'une série arithmétique est la somme d'une suite arithmétique, ils vont établir une formule et l'appliquer à la résolution de divers problèmes.

Les élèves devraient étudier le concept des suites en observant diverses régularités numériques en vue d'assimiler la notation, les symboles et le domaine liés aux suites arithmétiques (c. à dire les termes t_1, t_2, la suite finie, la suite infinie, la différence commune *d*, et le terme général, t_n).

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont été initiés au concept du domaine des fonctions linéaires (RF1). Donnez des exemples de suites arithmétiques aux élèves et demandez leur de faire une représentation graphique des termes de la suite. Les élèves devraient se rendre compte que les termes de la suite forment les paires ordonnées du graphique. Demandez aux élèves ce que représentent les valeurs x et y de paires ordonnées et à quel système de numération elles appartiennent. Ils devraient comprendre que le domaine de la suite est l'ensemble des nombres naturels.

Encouragez les élèves à trouver leurs propres exemples de suite arithmétique et à expliquer pourquoi, en calculant la différence entre les termes consécutifs, la suite est dite arithmétique. Les élèves ne devraient pas présumer que parce qu'une suite est croissante ou décroissante, elle est arithmétique. Ils devraient plutôt conclure qu'une suite dont les termes augmentent du même nombre est arithmétique.

À l'aide d'un exemple numérique, donnez l'occasion aux élèves de cerner les régularités des suites arithmétiques et de trouver une règle possible. À l'aide d'une suite comme 5, 7, 9, 11, 13… posez les questions suivantes aux élèves afin d'alimenter la discussion :

- Quelle est la différence commune?
- Peut-on reformuler cette suite pour montrer la régularité du premier terme et la différence commune?
- Pouvez-vous trouver la formule du terme général d'une suite arithmétique fondée sur la régularité suivante : 5, 5 + 2, 5 + 2(2), 5 + 3(2),…?
- Pouvez-vous déterminer le terme général à partir du premier terme et de la différence commune d'une suite?

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de trouver les cinq premiers termes de chaque suite.

i) $t_n = 2n - 1$

ii) $t_n = \sqrt{4n^2 - 4n + 1}$

iii) $t_n = \frac{2n^2+n-1}{n+1}$

- Leur demander si les suites sont arithmétiques étant donné que les cinq premiers termes sont {1, 3, 5, 7, 9}. Ils doivent expliquer leur raisonnement.

(RF9.2)

Observation

- Demander aux élèves d'examiner les suites suivantes et de trouver lesquelles sont arithmétiques. Ils doivent justifier leurs réponses.

i) 5,3, 5,9, 6,5

ii) $x - 1, x + 1, x + 3$

iii) $x_1, x_2, x_3,$

iv) $2x + 5, 4x + 5, 6x + 5$

(RF9.2)

Journal

- Demander aux élèves d'expliquer le terme « suite » dans leurs propres mots et de comparer leur définition à celle trouvée sur l'Internet. Ils doivent expliquer les points communs et les différences entre les définitions.

(RF9.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée
Mathématiques pré-calcul 11

1.1 Les suites arithmétiques

Manuel de l'élève (MÉ): pp.6-21
Guide d'enseignement (GE): pp.10-18
Feuille à reproduire (FR): 1-3, 1-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF9 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF9.2, RF9.3 *Suite*

RF9.4 *Déterminer t_1, d, n, or t_n dans un problème comportant une suite arithmétique.*

RF9.5 *Résoudre un problème comportant une suite ou une série arithmétique.*

RF9.6 *Décrire la relation entre des suites arithmétiques et des fonctions linéaires.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient comprendre que les termes des suites arithmétiques dont le premier terme est t_1 et la différence commune est d peuvent s'écrire ainsi : $t_1 = t_1$, $t_2 = t_1 + d$, $t_3 = t_1 + 2d$, $t_4 = t_1 + 3d$... À l'aide de cette régularité, ils peuvent trouver la formule de toute suite arithmétique : $t_n = t_1 + (n - 1)d$.

Les élèves doivent avoir l'occasion d'inventer leurs propres exemples de suites arithmétiques et de trouver la formule appropriée. Ils devraient utiliser des exemples numériques et algébriques. Encouragez les d'abord à désigner t_1, d et n, et ensuite à écrire l'équation de t_n.

Les élèves devraient résoudre une variété des problèmes de suites arithmétiques, comme les suivants :

- trouver le terme général t_n à l'aide de tableaux, de schémas ou d'une équation.
- déterminer le nombre de termes d'une suite arithmétique finie étant donné la valeur du n^e terme.
- trouver la différence commune à l'aide d'expressions algébriques représentant la valeur des termes de la suite.

Lorsqu'ils connaissent le terme général, les élèves ont parfois de la difficulté à distinguer le terme et le numéro du terme. Par exemple, s'ils doivent trouver le 10e terme, ils hésitent peut-être à écrire t_{10} ou $t_n = 10$. Il importe de clarifier que t_{10} représente le 10e terme et que $t_n = 10$ signifie que le n^{ième} terme a une valeur de 10.

Les élèves se rendront compte que la représentation graphique d'une suite arithmétique est un graphique linéaire. Ils auront peut-être besoin de revoir les graphiques de fonctions linéaires construits à l'aide d'un tableau de valeurs ou de la méthode de la pente ordonnée à l'origine. Les élèves devraient constater les caractéristiques suivantes lorsqu'ils comparent une suite arithmétique et une fonction linéaire :

- La pente est à la différence commune.
- L'ordonnée à l'origine est la valeur initiale moins la différence commune.
- Le domaine d'une suite correspond à l'ensemble des nombres naturels, tandis que le domaine d'une fonction linéaire peut être défini, selon le contexte, comme l'ensemble des nombres réels.
- Le graphique d'une suite arithmétique consiste en des données discrètes, tandis que le graphique d'une fonction linéaire peut représenter des données discrètes ou continues.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de créer deux suites arithmétiques et de trouver leur terme général t_n. Ils devront ensuite déterminer la somme et le produit des deux suites. Les élèves devront expliquer si ces nouvelles suites sont arithmétiques en justifiant leur conclusion.

  (RF9.2, RF9.4)

- Demander aux élèves de trouver une formule t_n pour les suites arithmétiques suivantes et de déterminer le terme indiqué au moyen de cette formule.

  (i) -4, 1, 6, 11, … , t_{13}
  (ii) 9, 1, -7, -15, …, t_{46}

  (RF9.4, RF9.5)

- Les élèves doivent trouver la valeur de x si une suite arithmétique possède les termes consécutifs suivants : $(5 + x)$, 8 et $(1 + 2x)$.

  (RF9.4, RF9.5)

- Le schéma suivant présente des nombres entiers positifs disposés sur 5 colonnes. Si la régularité devait se poursuivre, dans quelle colonne les chiffres donnés se retrouveraient-ils?

  (i) 49
  (ii) 117
  (iii) 301
  (iv) 8725

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5
1		2		3
	5		4	
6		7		8
	10		9	13
11		12		13
	15		14	

(RF9.4, RF9.5)

Entrevue

- Demander aux élèves de lire le problème suivant et de déterminer si le calcul est correct. Ils doivent justifier leur réponse.

  Paul doit trouver le 50e terme d'une suite arithmétique commençant par 5 et ayant une différence commune de 9. Il effectue le calcul suivant : (50 x 9) + 5 = 455.

  (RF9.4, RF9.5)

- Zachary a de la difficulté à se rappeler la formule $t_n = t_1 + (n - 1)d$. Il croit que la formule devrait être $t_n = t_1 + nd$. Demander aux élèves comment ils expliqueraient à Zachary d'utiliser $(n - 1)d$ plutôt que nd dans la formule.

  (RF9.4, RF9.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.1 Les suites arithmétiques

MÉ: pp.6-21
GE: pp.10-18
FR: 1-3, 1-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF9 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF9.6 *Suite*

RF9.7 *Formuler une règle pour déterminer la somme de n termes d'une série arithmétiques.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La relation entre une suite arithmétique et une fonction linéaire peut être examinée à l'aide de l'exercice suivant :

n	1	2	3	4	5
t_n	3	5	7	9	11

- Déterminez le terme général t_n et comparez l'équation à l'équation linéaire $y = mx + b$. Ces équations sont-elles similaires?
- Représentez graphiquement la suite. Que remarquez-vous?
- Quelle est la relation entre la pente de la droite et la différence commune?
- Soustrayez la différence commune du premier terme? Que représente la valeur ainsi obtenue dans l'équation linéaire?

La relation entre une suite arithmétique et une fonction linéaire peut également être décrite à l'aide d'une approche symbolique.

$t_n = t_1 + (n - 1)d$
$t_n = t_1 + dn - d$
$t_n = dn + t_1 - d$
$t_n = dn + (t_1 - d)$ comparativement $y = mx + b$
où $d = m$ et $t_1 - d = b$

Les élèves trouveront la somme des n premiers termes pour toute suite arithmétique. Ils travailleront avec des exemples numériques et dégageront une formule générale en s'appuyant sur leurs observations. L'exemple suivant donne l'occasion aux élèves de revoir les suites arithmétiques et de s'initier aux séries arithmétiques.

- Supposons que tu te crées un compte Facebook et que tu ajoutes un ami le premier jour, 4 amis le deuxième jour et 4 autres tous les autres jours pour un total de 25 jours. Combien d'amis aurais-tu à la fin du 25e jour?

Guidez les élèves à l'aide des questions suivantes :

- Quelle est la suite arithmétique?
- Quel est le premier terme?
- Quelle est la règle de t_n? Quel est le dernier terme?
- Que représente la somme des termes de la suite?
- Combien de termes additionnons-nous?
- Comment peut-on déterminer la valeur de S_{25}?

Certains élèves vont simplement additionner tous les termes de la suite, mais ils devraient se rendre compte que ce n'est pas la méthode la plus efficace.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de réaliser l'activité suivante à l'aide de la technologie :

n	1	2	3	4	5
t_n	1	-1	-3	-5	-7

i) Trouvez la formule du terme général t_n et notez vos résultats.

ii) Tracez le graphique des données discrètes.

iii) Tracez une ligne reliant les points et notez l'équation.

iv) Comparez les résultats de la première et de la troisième étape. Quel est le lien entre la pente et la différence commune?

v) Soustrayez d du premier terme de la suite et comparez la valeur obtenue à l'ordonnée à l'origine de la droite de meilleur ajustement. Que remarquez-vous?

(RF9.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.1 Les suites arithmétiques

MÉ: pp.6-21
GE: pp.10-18
FR: 1-3, 1-4

1.2 Les séries arithmétiques

MÉ: pp.22-31
GE: pp.19-25
FR: 1-3, 1-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF9 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF9.7 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Initiez les élèves à la méthode de Gauss pour déterminer la somme des 100 premiers entiers positifs. Déterminez ensuite la valeur de S_{25} de l'exemple précédent à l'aide de cette méthode. Demandez aux élèves d'écrire la série deux fois, la première en ordre croissant et la deuxième, en ordre décroissant. Dites leur enfin d'additionner les deux séries.

$$\begin{aligned}
S_{25} &= 1 + 5 + 9 + \ldots\ldots\ldots + 89 + 93 + 97 \\
\hline
+S_{25} &= 97 + 93 + 89 + \ldots\ldots\ldots + 9 + 5 + 1 \\
2S_{25} &= 98 + 98 + 98 + \ldots\ldots\ldots + 98 + 98 + 98 \\
2S_{25} &= 25(98)
\end{aligned}$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}(98)$$

Encouragez les élèves à trouver d'où proviennent les diverses parties de la formule. Il est préférable de laisser les valeurs originales plutôt que de simplifier l'expression lorsque les élèves tentent de formuler une hypothèse générale. Demandez aux élèves ce que représentent selon eux les valeurs 25 et 98. Ils devraient prendre conscience que 25 est le nombre de termes et 98 est la somme de 1 et 97, qui représentent t_1 et t_{25} respectivement.

Donc : $S_{25} = \frac{25}{2}(t_1 + t_{25})$.

Les élèves devraient également employer l'approche algébrique pour déterminer la somme des séries arithmétiques générales, $S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ La somme des n termes d'une série arithmétique est représentée par la formule suivante :

$S_n = t_1 + t_1 + d + \ldots t_1 + (n - 2)d + t_1 + (n - 1)d$. À l'aide de la méthode de Gauss, guidez les élèves dans le calcul suivant.

$$\begin{aligned}
S_n &= t_1 + t_1 + d + \ldots\ldots t_1 + (n-2)d + t_1 + (n-1)d \\
S_n &= t_1 + (n-1)d + t_1 + (n-2)d + \ldots\ldots t_1 + d + t_1 \\
2S_n &= 2t_1 + (n-1)d + 2t_1 + (n-1)d + \ldots\ldots 2t_1 + (n-1)d + 2t_1 + (n-1)d \\
2S_n &= n(2t_1 + (n-1)d) \\
2S_n &= n(t_1 + \underbrace{t_1 + (n-1)d}_{t_n}) \\
2S_n &= n(t_1 + t_n) \\
S_n &= \frac{n(t_1+t_n)}{2}
\end{aligned}$$

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer la somme des 12 premiers nombres entiers positifs à l'aide de la méthode de Gauss.

(RF9.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.2 Les séries arithmétiques

MÉ: pp.22-31
GE: pp.19-25
FR: 1-3, 1-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF9 Suite ...
Indicateurs de rendement:

RF9.8 *Déterminer t_1, d, n, or S_n dans un problème donné comportant une série arithmétique.*

RF9.5 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devront évaluer et manipuler les séries arithmétiques données afin de déterminer le premier terme, la différence commune, le nombre de termes dans la série, le n^e terme ou la somme. Ils devraient résoudre des problèmes faisant intervenir des séries arithmétiques dans un contexte particulier. Prenez l'exemple suivant :

- Si la première rangée d'un auditorium compte 20 sièges, la deuxième 24 sièges, la troisième 28 sièges et ainsi de suite, et que la salle compte un total de 30 rangées. Combien de sièges contient l'auditorium?

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent se poser les questions suivantes :

- Que dois-je trouver exactement?
- Quelle est la régularité? Représente-t-elle une suite arithmétique?
- Quelle information dois-je trouver?

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Trois équipes doivent participer à un tournoi toutes rondes. Demander aux élèves de calculer le nombre de matchs nécessaire pour que chaque équipe joue contre les autres exactement une fois. Répéter l'activité, mais avec un tournoi de quatre équipes. À l'aide de leurs conclusions tirées des activités susmentionnées, les élèves devront trouver le nombre total de matchs d'un tournoi toutes rondes auquel participent les 10 provinces et les 3 territoires. Ils devront expliquer de quelle manière leur réponse s'apparente aux séries arithmétiques.

  (RF9.5, RF9.8)

- Demander aux élèves de déterminer la somme de 20 + 14 + 8 + … + (-70).

  (RF9.8)

- Si la première rangée d'un théâtre compte 60 sièges, la deuxième 68 sièges, la troisième 76 sièges et ainsi de suite selon la même progression, combien de sièges contient le théâtre s'il compte 20 rangées?

  (RF9.5, RF9.8)

- Demander aux élèves de déterminer la différence commune et la somme des 20 premiers termes de la série arithmétique où $t_1 = 6$ et $S_9 = 108$.

  (RF9.8)

- Pendant les 3 mois de l'été (12 semaines), l'emploi A rapporte 325 $ par mois, y compris une augmentation de 100 $ par mois, alors que l'emploi B rapporte 50 $ par semaine, y compris une augmentation de 10 $ par semaine. Demander aux élèves de trouver quel emploi rapporte le plus et de justifier leur réponse.

  (RF9.5, RF9.8)

- Demander aux élèves de démontrer que

  $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$.

  (RF9.5, RF9.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.2 Les séries arithmétiques

MÉ: pp.22-31
GE: pp.19-25
FR: 1-3, 1-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF10 Analyser des suites et des séries géométriques pour résoudre des problèmes.

[R, RP]

Indicateurs de rendement :

RF10.1 *Identifier les hypothèses sur lesquelles repose l'identification d'une suite ou d'une série géométrique.*

RF10.2 *Fournir et justifier un exemple d'une suite géométrique.*

RF10.3 *Formuler une règle pour déterminer le terme général d'une suite géométrique.*

RF10.4 *Déterminer t_1, r, n ou t_n dans un problème comportant une suite géométrique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient continuer d'examiner les régularités, mais ils devraient être initiés aux suites et aux séries géométriques. Ils étudieront des exemples de suites géométriques possédant un « rapport commun » débouchant sur une formule particulière. Les élèves seront ensuite amenés à distinguer une suite géométrique d'une série géométrique.

Pour noter les termes des suites géométriques, les élèves utiliseront une notation semblable à celle des suites arithmétiques. Le symbole *r* représente le rapport commun.
Les élèves devraient trouver des exemples de suites géométriques et illustrer le concept de rapport commun en calculant le quotient de paires de termes consécutifs (c. à d. $\frac{t_{n+1}}{t_n}$), ce qui démontrait pourquoi une telle série est géométrique.

Les élèves doivent se pencher sur ce qui distingue une suite géométrique d'une suite arithmétique. Ils doivent faire la distinction entre une différence commune et un rapport commun. Dans le but d'expliquer la formule d'une suite géométrique, présentez la suite suivante aux élèves : 1, 3, 9, 27, 81… Guidez leur raisonnement à l'aide des questions suivantes :

- Qu'est-ce que le rapport commun?
- Cette suite peut-elle être reformulée de manière à montrer la régularité du premier terme et du rapport commun?
- Pouvez-vous déterminer une formule de suite géométrique pour la régularité suivante : 1, $1(3)^1$, $1(3)^2$, $1(3)^3$, $1(3)^4$.....?
- Pouvez-vous déterminer le terme général à partir du premier terme et du rapport commun d'une suite?

Les élèves devraient remarquer que les termes d'une suite géométrique dont le premier terme est représenté par t_1 et le rapport commun par *r* peuvent être formulés ainsi : $t_1 = t_1$, $t_2 = t_1(r)^1$, $t_3 = t_1(r)^2$, $t_4 = t_1(r)^3$ ... Ils devraient se rendre compte que la formule d'une suite géométrique est $t_n = t_1(r^{n-1})$.
Demandez aux élèves de tracer le graphique d'une suite géométrique où l'axe des *x* représente le numéro du terme, et l'axe des *y* représente le terme. Les élèves remarqueront que les termes d'une suite géométrique ne sont pas linéaires. Il serait pertinent de leur montrer le graphique d'une fonction exponentielle étant donné que le graphique d'une suite géométrique est une représentation d'une fonction exponentielle dont le domaine est composé de nombres naturels. Les élèves étudieront les fonctions exponentielles et leur représentation graphique dans le cours de mathématiques 3230.
Fournissez aux élèves des exemples numériques et algébriques de suites géométriques pour qu'ils les évaluent et les manipulent en vue de trouver le premier terme, le rapport commun, le nombre de termes d'une suite finie ou le terme général.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Donner aux élèves des carrés de papier de diverses tailles, n. Ils devront plier les papiers en deux moitiés à plusieurs reprises. Après chaque pli, ils mesureront et noteront l'aire de la surface du dessus. Demander aux élèves d'identifier le type de suite qui résulte de l'expérience et d'expliquer leur raisonnement.

(RF10.2)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de trouver les trois premiers termes des deux suites suivantes $t_n = 3^n$ *et* $t_n = 3(3^{n-1})$. Que remarquent-ils à propos des valeurs de t_1, t_2 et t_3 et du type de suites créées? Ils devront expliquer leur raisonnement.

(RF10.1, RF10.2)

- La formule d'une suite géométrique est déterminée à partir de la suivante : $t_n = t_1 (r^{n-1})$. Les élèves devront créer divers exemples de suites géométriques ayant cette forme et expliquer ce qui se passe si $n = 1$. Les élèves doivent identifier le type de suite qu'ils créeront continuellement si $n = 1$.

(RF10.4)

- On vous offre un emploi d'une durée d'un mois et on vous propose deux régimes de paye. Selon le régime A, vous seriez payé 3 $ le premier jour, 6 $ le deuxième, 9 $ le troisième, et ainsi de suite. Selon le régime B, vous seriez payé 0,01 $ le premier jour, 0,02 $ le deuxième, 0,04 $ le troisième, et ainsi de suite. Demander aux élèves de déterminer quel régime serait le plus facile à instaurer et pourquoi un employeur pourrait ou ne pourrait pas offrir un régime comme le B.

(RF10.4)

Entrevue

- Un camarade de classe a de la difficulté avec la formule $t_n = t_1 (r^{n-1})$. Il croit que la formule devrait être $t_n = t_1 (r^n)$. Demander aux élèves comment ils lui expliqueraient qu'il doit utiliser r^{n-1} plutôt que r^n.

(RF10.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.3 Les suites géométriques

MÉ: pp.32-45
GE: pp.26-33
FR: 1-3, 1-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

Indicateurs de rendement :

RF10 Suite ...

RF10.5 *Formuler une règle pour déterminer la somme de n termes d'une série géométrique.*

RF10.6 *Déterminer t_1 , r, n or S_n dans un problème comportant une série géométrique.*

RF10.7 *Résoudre un problème comportant une suite ou une série géométrique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves exploreront d'abord les séries géométriques finies. À l'aide de l'enseignant, ils découvriront la formule de la somme des *n* premiers termes d'une série géométrique, soit $S_n = \frac{t_1(r^n-1)}{r-1}$. Encouragez les élèves à expérimenter la formule au moyen de l'exemple numérique suivant. Cet exercice leur permettra de revoir les suites géométriques et de s'initier aux séries géométriques. Prenez l'exemple suivant :

- Un élève construit son arbre généalogique et souhaite remonter à 10 générations afin de calculer combien il a d'ascendants. Trouvez le nombre d'ascendants de cet élève après 10 générations.

Les élèves devraient prendre conscience que chaque personne a deux parents, 4 grands-parents, 8 arrières grands-parents, et ainsi de suite. Donc, le nombre d'ascendants après 10 générations se calcule ainsi : 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024. La somme de cette série sera représentée par S. Demandez aux élèves de multiplier S par le rapport commun, 2.

$$\begin{array}{ll} S_{10}= & 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 \\ \hline 2S_{10} = & \quad 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 2048 \\ 2S_{10}-1S_{10} = -2 & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + 2048 \end{array}$$

Les élèves calculeront la somme des 10 premiers termes de la série et obtiendront 2 046. Après 10 générations, chaque personne a 2 046 ascendants.

Les élèves évalueront et manipuleront des séries géométriques données afin de déterminer le premier terme, le rapport commun, le nombre de termes dans la suite, le n^e terme ou la somme d'une suite finie. Il est essentiel que les élèves résolvent des problèmes contextualisés qui font intervenir des séries géométriques. Prenez l'exemple suivant :

- Une balle tombe de 38,28 m de haut et rebondit à 60 % de la hauteur originale. Quelle distance aura parcourue la balle après avoir rebondi 10 fois?

Lorsqu'ils travaillent sur des problèmes, rappelez aux élèves les directives suivantes :

- Tracez un schéma au besoin.
- Écrivez les termes de la suite.
- Déterminez si le problème consiste dans une suite ou une série.
- Déterminez si le problème consiste dans une suite (ou une série) arithmétique ou géométrique.
- Élaborez la formule à l'aide de l'information donnée dans le problème.
- Résolvez le problème.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

i) Expliquez pourquoi il est impossible que le premier terme d'une série géométrique infinie soit 12 et que la somme donne 5.

ii) Expliquez pourquoi la somme d'une série géométrique infinie est positive uniquement si le premier terme est positif.

(RF10.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.4 Les séries géométriques

MÉ: pp.46-57
GE: pp.34-40
FR: 1-3, 1-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF10 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF10.8 *Expliquer pourquoi une série géométrique est convergente ou divergente.*

RF10.9 *Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale pour déterminer la somme d'une série géométrique infinie.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour trouver la somme d'une série géométrique infinie, $S_n = \frac{t_1}{1-r}$ où $r \neq 1$, les élèves devront d'abord apprendre à distinguer une série convergente d'une série divergente. Pour leur faire comprendre les concepts de convergence et de divergence, présentez aux élèves diverses suites géométriques dont les rapports communs sont tous différents. Demandez leur de déterminer la somme partielle en additionnant les deux premiers termes, les trois premiers termes, et ainsi de suite. Les élèves vérifieront si la somme partielle se rapproche d'une valeur particulière à mesure qu'augmente le nombre de termes.

Série géométrique	Somme partielle	Convergente ou divergente
2 + 4 + 8 +16+... ($r > 1$)	$S_1 = 2$, $S_2 = 6$, $S_3 = 14$	Elle diverge
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+....$ ($-1 < r < 1$)	$S_1 = \frac{1}{2}$, $S_2 = \frac{3}{4}$, $S_3 = \frac{7}{8}$	Elle converge vers 1
-1 + 1+ -1 + 1+ .... ($r = -1$)	$S_1 = -1$, $S_2 = 0$, $S_3 = -1$ $S_4 = 0$	Elle diverge
1 + 1 + 1 + 1 +... ($r = 1$)	$S_1 = 1$, $S_2 = 2$, $S_3 = 3$, $S_4 = 4$	Elle diverge

Une fois qu'ils auront déterminé le rapport commun de chaque série, les élèves tireront leur conclusion sur la convergence et la divergence en fonction de la valeur de r. Demandez aux élèves pourquoi r ne peut avoir zéro comme valeur.

Les élèves peuvent utiliser une représentation concrète pour mieux assimiler les séries géométriques infinies. Les élèves couperont en deux moitiés une ficelle de 1m, et placeront une moitié tendue sur une table. Ils couperont l'autre moitié de façon à obtenir deux quarts de l'original. Ils placeront un des quarts au bout de la ficelle tendue sur la table. Ils auront maintenant placé les $\frac{3}{4}$ de la ficelle sur la table. Ils couperont en deux la ficelle restante en vue de créer deux huitièmes de la ficelle originale et placeront une de ces moitiés au bout des ficelles sur la table. Ils auront maintenant déposé $\frac{7}{8}$ de la ficelle sur la table, et ainsi de suite. L'objectif de cet exercice est de faire prendre conscience aux élèves qu'une série infinie consiste en une suite de sommes partielles. Les élèves pourront vérifier que la somme devrait être de 1 à l'aide de la formule suivante : $S_n = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer si les suites suivantes sont convergentes ou divergentes. Ils doivent expliquer leur raisonnement.

  (i) 8, 4, 2, 1, 0,5 ....

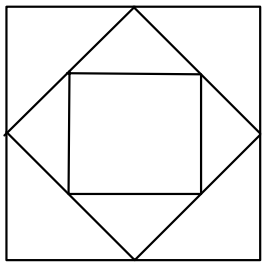
  (ii) $3, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}, 1, \frac{1}{3}, ...$

  (iii) $5^{-3}, 5^{-2}, 5^{-1}, 5^{0}, ...$

  (iv) $t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, t_1 + 4d, ...$

  (RF10.8)

- Les points milieux d'un carré dont les côtés mesurent 1 m sont reliés pour former un autre carré. Les points milieux de ce carré sont ensuite reliés pour former un troisième carré. Ce processus est répété à l'infini pour former un ensemble de carrés de plus en plus petits qui convergent au centre du carré original. Demander aux élèves de déterminer la longueur totale des segments qui forment les côtés de tous les carrés.



(RF10.9)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

1.5 Les séries géométriques infinies

MÉ: pp.58-65
GE: pp.41-46
FR: 1-3, 1-8

Trigonométrie

Durée suggérée: 14 heures

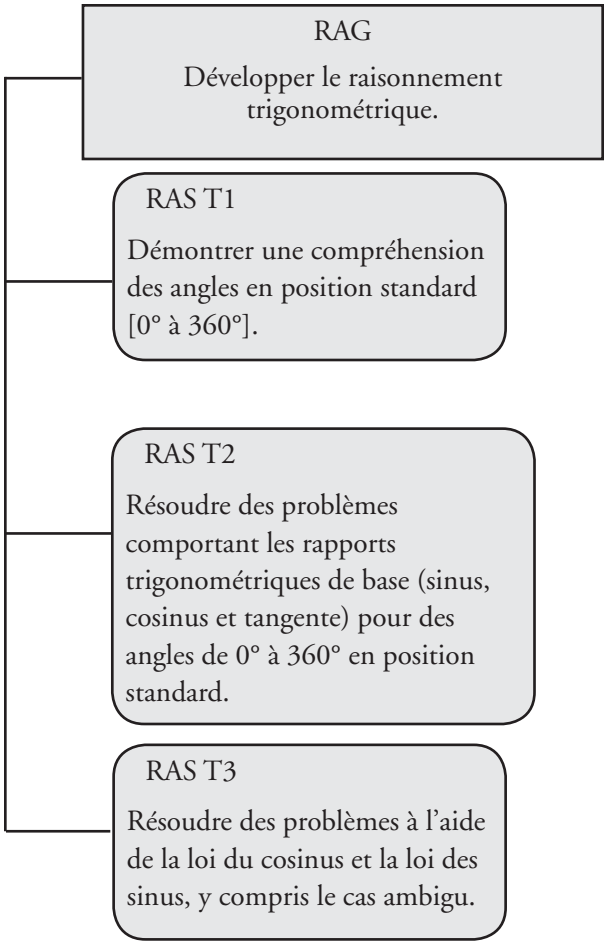
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves exploreront les angles en position standard, où 0 °≤ θ ≤ 360°. Ils se familiariseront aussi avec les angles de référence et les angles quadrantaux. Les élèves détermineront la valeur exacte des principaux rapports trigonométriques pour des angles se situant entre 0° et 360°.

Les élèves recourront à la loi des sinus et à la loi des cosinus pour trouver les mesures d'angles et de côtés inconnus dans des triangles obliques. Ils devront expliquer pourquoi ils optent pour une loi plutôt que l'autre.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[**C**] Communication
[**L**] Liens
[**RP**] Résolution de problèmes
[**V**] Visualisation
[**CE**] Calcul mental et estimation
[**R**] Raisonnement
[**T**] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Mesure	Trigonométrie	Trigonométrie
M4 Développer et appliquer les rapports trigonométriques, de base (sinus, cosinus, tangente) pour résoudre des problèmes comportant des triangles rectangles. [C, L, R, RP, T, V]	T1 Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°]. [R, V] T2 Résoudre des problèmes comporant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangente) pour des angles de 0° à 360° en position standard. [C, CE, R, RP, T, V] T3 Résoudre des problèmes à l'aide de la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le cas ambigu. [C, L, R, RP, T]	T1 Démontrer une compréhension des angles en position standard exprimés en degrés et en radians. [L, CE, R, V] T2 Développer et appliquer l'équation du cercle unitaire. [L, R, V] T3 Résoudre des problèmes à l'aide des six rapports trigonométriques d'angles exprimé en radians et en degrés. [CE, R, RP, T, V] T4 Représenter graphiquement et analyser les fonctions trigonométriques sinus, cosinus et tangente pour résoudre des problèmes. [L, RP, T, V] T5 Résoudre, algébriquement et graphiquement, des équations trigonométriques du premier et du second degré dont le domaine est exprimé en degrés et en radians [L, R, RP, T, V] T6 Démontrer des identités trigonométriques, y compris : • les identités inverses; • les identités des quotients; • les identités de Pythagore; • les identités de la somme ou de la différence (limitées au sinus, au cosinus et à la tangente) • les identités de l'angle double (limitées au sinus, au cosinus et à la tangente) [R, T, V]

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

T1 Démontrer une compréhension des angles en position standard [0° à 360°].

[R, V]

Indicateurs de rendement :

T1.1 *Esquisser un angle en position standard à partir de sa mesure.*

T1.2 *Déterminer l'angle de référence d'un angle en position standard.*

T1.3 Expliquer, à l'aide d'exemples, comment déterminer les angles de 0° à 360° qui ont le même angle de référence qu'un angle de référence qu'un angle donné.

T1.4 *Illustrer, à l'aide d'exemples, que tout angle de 90° à 360° est la réflexion par rapport à l'axe des x et/ou à l'axe des y de son angle de référence.*

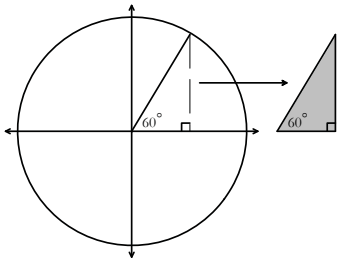
T1.5 *Déterminer le quadrant dans lequel se situe le côté terminal d'un angle en position standard.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cadre du cours de mathématiques 1231, les élèves ont utilisé le théorème de Pythagore et les principaux rapports trigonométriques pour déterminer les mesures des angles et des côtés inconnus dans un triangle rectangle. Ils ont également travaillé avec les angles d'élévation et de dépression (M4). Dans le présent module, les élèves évalueront, à l'aide d'un plan cartésien, les principaux rapports trigonométriques pour des angles se situant entre 0° et 360°. Ils auront aussi recours aux principaux rapports trigonométriques, à la loi des sinus (cas ambigu compris) et à la loi des cosinus pour résoudre des problèmes portant sur des triangles obliques.

Dans ce module, les élèves seront appelés à résoudre des problèmes comportant des angles entre 0° et 360°. Les angles de rotation négatifs et les angles co-terminaux ne seront pas abordés dans ce module, mais plutôt dans le cours de mathématiques 3230.
Présentez aux élèves la terminologie connexe : côté initial, côté terminal, sommet et position standard. Les élèves traceront des angles en position standard dans le plan cartésien et ils détermineront le quadrant dans lequel se situe le côté terminal.

Il est crucial que les élèves comprennent bien la notion d'angle de référence pour pouvoir comparer le rapport trigonométrique d'un angle en position standard et le rapport trigonométrique de l'angle de référence. L'angle de référence sera aussi utile quand l'élève devra déterminer la valeur exacte des rapports trigonométriques pour des angles en position standard qui sont des multiples de 30°, 45° ou 60° et résoudre des équations de la forme $\sin \theta = a$ ou $\cos \theta = a$.
Pour aider les élèves à se représenter le lien entre un angle en position standard et l'angle de référence correspondant, remettez-leur (individuellement ou par petit groupe) une feuille quadrillée sur laquelle vous aurez tracé un cercle. Donnez-leur aussi un triangle rectangle, découpé dans une feuille colorée, qui représente l'angle correspondant en position standard.



Pour guider les élèves, dites-leur ce qui suit :

- Placez le triangle rectangle sur l'angle tracé dans le cercle. Que remarquez-vous à propos des deux angles? Les élèves devraient constater que l'angle de 60° est en position standard.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Créer un plan cartésien des coordonnées comportant un côté initial et un côté terminal qui peuvent être déplacés. Donner aux élèves une mesure d'angle située entre 0° et 360°. Les élèves doivent indiquer la position du côté terminal dans le plan cartésien. Explorer les angles aigus, obtus, droits, plats et rentrants.

(T1.1

Papier et crayon

- Remettre aux élèves des tracés d'angles en position standard. Choisir des angles se terminant dans les deuxième, troisième et quatrième quadrants, p. ex. 150°, 210° et 330°. Les élèves déterminent l'angle de référence correspondant et expliquent pourquoi l'angle de référence est le même dans les trois cas.

(T1.1, T1.2, T1.3, T1.4)

- Demander aux élèves de déterminer l'angle de référence des angles suivants :

  i) 100°
  ii) 250°
  iii) 315°

(T1.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.1 Les angles en position standard

Manuel de l'élève (MÉ): pp. 74-87
Guide d'enseignement (GE): pp. 57-64
Feuille à reproduire (FR): 2-3, 2-4

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

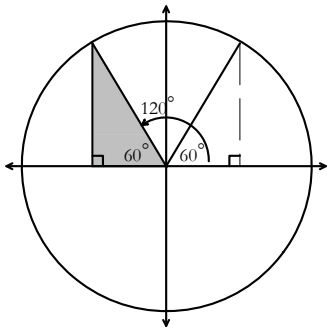
L'élève doit pouvoir :
T1 Suite ...

Indicateurs de rendement :

T1.3, T1.4, T1.5 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

- Effectuez la réflexion du triangle en fonction de l'axe des *y* dans le deuxième quadrant.
- Déterminez la mesure de l'angle formé par le segment positif de l'axe des *x* et l'hypoténuse du triangle (côté terminal) dans le deuxième quadrant.



- Expliquez en quoi les deux angles sont liés.

Les élèves devraient constater que 120° = 180° - 60° ou θ_R = 180° - θ°.

- Poursuivre l'activité dans le troisième quadrant. Demandez aux élèves de faire une rotation de l'angle de 60° initial suivant un angle de 180° autour de l'origine. Les élèves effectuent ensuite la réflexion de l'angle initial en fonction de l'axe des *x* (dans le quatrième quadrant). Encouragez les élèves à expliquer leurs observations.

Les élèves devraient remarquer que dans le troisième quadrant, les deux angles observent la relation suivante : 240° = 180° + 60° ou θ_R = 180° + θ°. Dans le quatrième quadrant, les angles observent la relation suivante : 300° = 360° – 60° ou θ_R = 360° - θ°.

T1.6 *Tracer un angle en position standard à partir d'un point P(x, y) quelconque situé sur le côté terminal de l'angle.*

Maintenant que les élèves ont exploré tous les quadrants, c'est l'occasion de leur poser des questions sur les propriétés générales des angles de référence. Ils devaient prendre conscience du fait que l'angle de référence est toujours positif et qu'il mesure entre 0° et 90°.

T1.7 *Illustrer, à l'aide d'exemples, que les points P(x, y); P(-x, -y); P(x, -y) sont des points sur les côtés terminaux d'angles en position standard ayant le même angle de référence.*

Une fois que les élèves ont tracé un angle en position standard et qu'ils ont déterminé dans quel quadrant l'angle se termine, l'étape qui vient naturellement ensuite consiste à tracer un angle en fonction d'un point situé sur le côté terminal de cet angle. Les élèves détermineront dans quel quadrant se situe le côté terminal de l'angle d'après un point P(*x,y*) donné.

Donnez l'occasion aux élèves d'effectuer la réflexion d'un point par rapport à l'axe des *y*, à l'axe des *x* et à l'origine. Ils verront ainsi comment, par exemple, le point (1,2) situé sur le côté terminal d'un angle devient (-1,2) dans le deuxième quadrant, (-1,-2) dans le troisième quadrant et (1,-2) dans le quatrième quadrant après ces réflexions.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Donner aux élèves des points représentant l'extrémité des côtés terminaux d'angles en position standard dans les deuxième, troisième et quatrième quadrants, p. ex. (-3, 4), (-3, -4) et (3, -4). Les élèves doivent expliquer pourquoi l'angle de référence correspondant est le même dans les trois cas.

(T1.1, T1.2, T1.3, T1.4)

Observation

Demander aux élèves d'explorer le point à l'extrémité du côté terminal d'un angle θ si le côté coïncide avec un axe : (1, 0), (0, 1), (-1, 0) et (0, -1).

(T1.6, T1.7)

Performance

- Les élèves plient une feuille de manière à former un livre à quatre volets. Sur chaque volet, les élèves inscrivent le numéro du quadrant correspondant. À l'intérieur, ils indiquent la «règle» générale permettant de déterminer l'angle de référence dans chaque quadrant, accompagnée d'un exemple.

Volets		Intérieur	
Deuxième quadrant	Premier quadrant	$\theta_R = 180° - \theta$	θ_R
Troisième quadrant	Quatrième quadrant	$\theta_R = 180° + \theta$	$\theta_R = 360° - \theta$

(T1.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.1 Les angles en position standard

MÉ: pp. 74-87
GE: pp. 57-64
FR: 2-3, 2-4

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

T2 Résoudre des problèmes comportant les rapports trigonométriques de base (sinus, cosinus et tangante) pour des angles de 0° to 360° en position standard.
[C, CE, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement :

T2.1 *Déterminer, à l'aide du théorème de Pythagore ou de la formule de distance entre deux points, la distance de l'origine à un point P(x, y) situé sur le côté terminal d'un angle.*

T2.2 *Déterminer la valeur de sin θ, cos θ, ou tan θ à partir d'un point P(x, y) quelconque sur le côté terminal d'un angle θ .*

T2.3 *Déterminer le signe d'un rapport trigonométrique étant donné un angle sans l'aide de la technologie et expliquer.*

T2.4 *Esquisser un diagramme pour représenter un problème.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cadre du cours de mathématiques 1231, les élèves ont appliqué les principaux rapports trigonométriques à des angles de 0° à 90°. Ils exploreront maintenant les angles de 0° à 360° au moyen des coordonnées et des angles de référence.

Si θ représente un angle en position standard et que le point P(*x,y*) se situe sur le côté terminal de cet angle, les élèves peuvent utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse *r*. Les trois principaux rapports trigonométriques seront définis par rapport à *x, y* et *r*.

$$\sin\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{y}{r} \quad \cos\theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{x}{r} \quad \tan\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{y}{x}$$

Les élèves manipuleront des rapports trigonométriques exacts, et ils pourraient avoir à calculer la valeur exacte de l'hypoténuse. Les angles spéciaux formés par l'axe des *x* et l'axe des *y* (angles quadrantaux) seront également abordés. Les élèves devront résoudre des équations trigonométriques simples de la forme sin θ = *a* ou cos θ = *a* (où $-1 \le a \le 1$) ou encore tanθ = *a* (où *a* est un nombre réel).

L'activité qui suit permet aux élèves d'explorer les rapports trigonométriques en fonction d'un point situé le côté terminal de l'angle θ. Commencez avec le point (-4,-5) et poursuivez l'activité en veillant à utiliser des points dans tous les quadrants. Voici les consignes à donner aux élèves et les questions à leur poser :

- Marquez le point P(-4,-5) dans le plan cartésien. Dans quel quadrant se situe-t-il?
- Construisez l'angle en position standard correspondant.
- Tracez une droite perpendiculaire à l'axe des x pour créer un triangle rectangle. Quelle est la valeur correspondant à la longueur du côté adjacent? Quelle est la valeur correspondant à la longueur du côté opposé?
- Comment pouvez-vous déterminer la longueur exacte de l'hypoténuse?
- Donnez le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle.
- Qu'est-ce qui détermine le signe du rapport trigonométrique? Expliquez votre raisonnement.

Si θ est un angle en position standard, les élèves devraient être en mesure de dire dans quel quadrant le côté terminal de l'angle se situe si :

(i) tan θ > 0 ou tan θ < 0

(ii) sin θ > 0 ou sin θ < 0

(iii) cos θ > 0 ou cos θ < 0

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Papier and crayon

- Demander aux élèves de remplir le tableau suivant et de proposer des stratégies pour déterminer le signe (+ ou -) des différents rapports trigonométriques selon le quadrant. Les élèves comparent ensuite leurs réponses avec le reste du groupe.

	cos θ	sin θ	tan θ
I			
II			
III			
IV			

(T2.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.2 Les rapports trigonométriques d'un angle quelconque

MÉ: pp. 88-99
GE: pp. 65-72
FR: 2-3, 2-5

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

T2.5 *Déterminer, sans l'aide de la technologie, la valeur de sin θ, cos θ, ou tan θ à partir d'un point P(x, y) quelconque sur le côté terminal de l'angle θ, où θ = 0 °, 90 °,180 °, 270 °ou 360 ° .*

T2.4 *Suite*

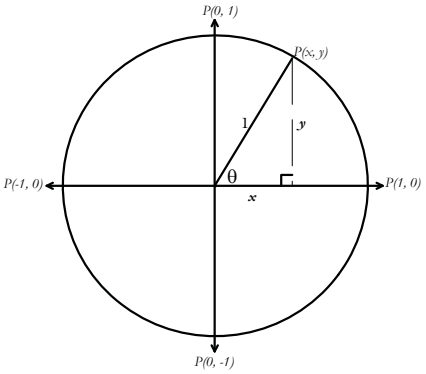
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves exploreront maintenant les rapports trigonométriques des angles de 0°, 90°, 180°, 270° et 360°. Demandez aux élèves de tracer un angle de leur choix dans le plan cartésien puis de répondre aux questions suivantes en utilisant l'angle de 90° comme guide :

- Où se situe le côté terminal?
- Cet angle a-t-il un angle de référence correspondant?
- Peux-tu tracer un triangle de référence? Explique.

Les élèves doivent prendre conscience du fait que chaque angle en position standard a un angle de référence correspondant, sauf les angles quadrantaux.

Le cercle trigonométrique ne sera abordé officiellement que dans le cours de mathématiques 3230, mais il peut être utile pour présenter les angles quadrantaux. Le cercle trigonométrique, un cercle dont le rayon mesure 1 unité et le centre correspond à (0, 0), peut aider les élèves à mieux comprendre la fonction sinus et la fonction cosinus.



Encouragez les élèves à utiliser le cercle trigonométrique pour les aider à définir le sinus, le cosinus et la tangente de chacun des angles quadrantaux. Comme $\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$ et $\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$, puis P($x$,$y$) = (cos θ, sin θ).

Invitez les élèves à pousser plus loin l'activité en utilisant les points (3, 0), (0, 3), (-3, 0) et (0, -3). Demandez-leur comment la longueur du côté terminal influe sur la valeur du sinus et du cosinus.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de tracer les points (1,0), (0,1), (-1,0) et (0,-1) et de calculer, à l'aide des outils technologiques, la valeur du sinus et du cosinus pour les angles suivants : 0°, 90°, 180°, 270° et 360°. En mettant en relation les coordonnées *x* et *y* du point à l'extrémité du côté terminal et la valeur du rapport trigonométrique, ils doivent expliquer les régularités ou les liens qui semblent se dégager.

(T2.4, T2.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.2 Les rapports trigonométriques d'un angle quelconque

MÉ: pp. 88-99
GE: pp. 65-72
FR: 2-3, 2-5

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

T2.6 *Résoudre, pour toute valeur de 0, une équation de la forme sin θ = a ou cos θ = a, où* $-1 \le a \le 1$*, ou une équation de la forme tan θ = a, où a est un nombre réel.*

T2.7 *Déterminer la valeur exacte du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un angle dont l'angle de référence est de 30°, 45° or 60°.*

T2.4 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

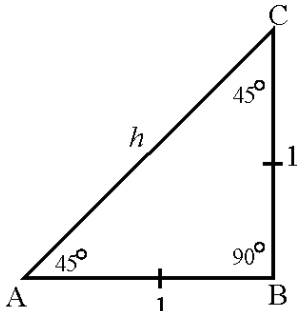
Jusqu'à maintenant, les élèves devaient trouver la valeur d'un rapport trigonométrique à partir d'une mesure d'angle connue entre 0° et 360°. Ils feront maintenant l'opération inverse, c'est-à-dire qu'ils devront trouver la mesure d'un angle à partir d'une équation de la forme sin θ = *a* ou cos θ = *a* (quand $-1 \le a \le 1$) ou tan θ = *a* (quand *a* est un nombre réel). Posez les questions suivantes aux élèves pour les guider dans la résolution d'une équation de la forme cos θ = 0,25, par exemple :

> Dans quels quadrants les solutions se situent-elles? Y a-t-il des restrictions?
>
> Quel est l'angle de référence pour la valeur donnée (*a* = 0,25)?
>
> Quelle est la mesure des angles en position standard connexes si 0° ≤ θ ≤ 360°?

Dans certains problèmes, les élèves devront remanier l'équation avant de la résoudre. Demandez-leur comment ils s'y prendraient pour résoudre l'équation -2cos θ - 1 = 0 par rapport à l'équation linéaire -2*x* - 1 = 0. Demandez-leur d'expliquer en quoi les deux démarches sont similaires et en quoi elles sont différentes.

Les élèves ont calculé la valeur de rapports trigonométriques pour des angles situés entre 0° et 360°. Ils ont également dégagé le lien entre l'angle et l'angle de référence, p. ex. sin θ = - sin(θ_R), lorsque θ est situé dans le troisième quadrant. Les élèves verront souvent les angles de référence 30°, 45° et 60° dans les problèmes. Il est tout aussi important qu'ils comprennent l'origine du sinus, du cosinus et de la tangente de ces angles.

Les propriétés géométriques des triangles rectangles contenant des angles de 30°, 45° ou 60° peuvent être utilisées pour calculer la valeur des rapports trigonométriques. Pour calculer la valeur trigonométrique exacte de θ = 45°, les élèves peuvent tracer un triangle isocèle dont le côté le plus court mesure 1 unité, puis appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse ($\sqrt{2}$).



RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Papier and crayon

- Demander aux élèves de résoudre les équations ci-dessous $0° \leq \theta \leq 360°$:

  (i) $\sin\theta = \frac{1}{3}$

  (ii) $\cos\theta = -\frac{3}{7}$

  (iii) $\tan\theta = \sqrt{3}$

  (iv) $\cos\theta = 0{,}8660$

  (v) $\sin\theta = 0{,}7071$

(T2.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.2 Les rapports trigonométriques d'un angle quelconque

MÉ: pp. 88-99
GE: pp. 65-72
FR: 2-3, 2-5

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T2 Suite ...

Indicateurs de rendement:

T2.7, T2.4 *Suite*

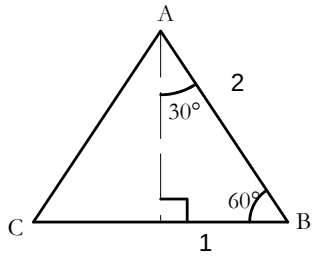
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Voici des questions à poser aux élèves pour les guider dans leur apprentissage :

- Quelle est la valeur exacte de sin 45°?
- Que remarques-tu si tu calcules sin 45° à l'aide d'une calculatrice?
- Que remarques-tu au sujet de sin 45°et cos 45°? Peux-tu expliquer pourquoi les deux expressions ont la même valeur?
- Quelle est la valeur de tan 45°? Peux-tu déterminer la valeur de tan 90° à l'aide d'un triangle rectangle? Explique ton raisonnement.
- Quelles sont les similarités entre sin 45° et sin 225°? Quelles sont les différences?
- Quelles sont les similarités entre cos 45° et cos 135°? Quelles sont les différences?
- Quelles sont les similarités entre tan 45° et tan 135°? Quelles sont les différences?

Lorsque les élèves détermineront la valeur exacte des rapports trigonométriques d'un angle donné, ils obtiendront parfois une réponse où le dénominateur contient un radical, p. ex. cos 45°= $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Les élèves n'auront pas à rationaliser les dénominateurs à ce stade-ci de leur apprentissage; le module sur les expressions contenant des radicaux viendra plus tard dans le cours.

Une stratégie similaire pour calculer la valeur trigonométrique exacte de $\theta = 30°$ ou $\theta = 60°$ consiste à tracer un triangle équilatéral dont les côtés mesurent 2 unités. Les élèves tracent ensuite la hauteur du triangle à partir du sommet A puis ils appliquent le théorème de Pythagore pour calculer la hauteur de $\sqrt{3}$.



RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Diviser la classe en deux groupes. Dans le premier groupe, chacun des élèves reçoit une carte sur laquelle est inscrit le rapport trigonométrique d'un angle remarquable (p. ex. sin 60°, cos 120°, etc). Dans le deuxième groupe, chaque élève reçoit une carte sur laquelle est indiquée la valeur exacte d'un rapport trigonométrique (p. ex. $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$). L'élève doit trouver le camarade qui possède la carte appariée à la sienne.

(T2.7, T2.4)

Journal

- Demander aux élèves d'expliquer pourquoi on dit que $\frac{1}{\sqrt{2}}$ est la valeur exacte de sin 45° et que 0,707 est la valeur approximative de sin 45°.

(T2.7, T2.4)

Intrevue

- Demander aux élèves de répondre aux questions ci dessous en s'appuyant sur un triangle 30° 60° 90° :
  - (i) Calcule la valeur exacte de sin 30° et de cos 30°.
  - (ii) Calcule la valeur exacte de sin 60° et de cos 60°.
  - (iii) À l'aide d'une calculatrice, détermine la valeur de sin 30°, cos 30°, sin 60^0 et cos 60°. Que remarques-tu?
  - (iv) Quel rapport trigonométrique a la plus grande valeur : sin 60° ou sin 30°? Pourquoi?
  - (v) Quelles sont les similarités entre sin 30° et sin 150°? Quelles sont les différences?
  - (vi) Quelles sont les similarités entre cos 30° et cos 150°? Quelles sont les différences?
  - (vii) Compare la valeur exacte de tan 30° et la valeur exacte de tan 60° à l'aide d'un triangle rectangle. Que remarques-tu?
  - (viii) Quelles sont les similarités entre tan 30° et tan 330°? Quelles sont les différences?

(T2.7, T2.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.2 Les rapports trigonométriques d'un angle quelconque

MÉ: pp. 88-99
GE: pp. 65-72
FR: 2-3, 2-5

Note: Dans la ressource, les rapports sont souvent présentés sous la forme irrationnelle (c.à.d. $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

T2.8 *Identifier et expliquer des régularités dans et entre les rapports sinus, cosinus et tangente d'angles compris entre 0° to 360°.*

T2.9 *Résoudre un problème contextualisé comportant des rapports trigonométriques.*

T2.4 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Encouragez les élèves à recourir au calcul mental pour déterminer la valeur d'un rapport trigonométrique lorsque le côté terminal forme un angle de 30°, 45° ou 60° par rapport à l'axe des x.

Donnez l'occasion aux élèves d'explorer les régularités dans les valeurs des rapports trigonométriques (sinus, cosinus, tangente). Ils peuvent utiliser les outils technologiques pour tracer des graphiques et un tableau de valeurs pour consigner les points. Rappelez aux élèves de choisir un intervalle convenable pour les valeurs de θ (entre 0° et 360°) lorsqu'ils tracent la courbe de $y = \sin\theta$, $y = \cos\theta$ et $y = \tan\theta$.

Les élèves devront résoudre des problèmes en utilisant les rapports trigonométriques. Encouragez-les à faire un croquis du problème pour avoir une perspective visuelle de la situation. Exemple :

- La valeur minimale de l'angle d'inclinaison du bras d'une grue utilisée pour lever des objets très lourds est de 30° et la valeur maximale de l'angle d'inclinaison est de 60°. Trouve une expression (contenant des valeurs exactes) qui représente le déplacement vertical de l'extrémité du bras de la grue en fonction de la longueur du bras (a).

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Observer les élèves en train de tracer les courbes des fonctions $y = \sin \theta$, $y = \cos \theta$ et $y = \tan \theta$ (angles de 0° à 360°). Poser aux élèves les questions suivantes :

  (i) Quelle est la valeur maximale de $\sin \theta$ de $\cos \theta$ et de $\tan \theta$? Quelle est la valeur minimale?
  (ii) Où se situe la valeur maximale? Où se situe la valeur minimale?
  (iii) Quels sont les points d'intersection avec l'axe des x et avec l'axe des y?
  (iv) Pour quelles valeurs de θ la fonction est-elle positive? Pour quelles valeurs est-elle négative?
  (v) Quelle comparaison peut-on faire entre la fonction sinus et la fonction cosinus?

(T2.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.2 Les rapports trigonométriques d'un angle quelconque

MÉ: pp. 88-99
GE: pp. 65-72
FR: 2-3, 2-5

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

T3 Résoudre des problèmes à l'aide de la loi du cosinus et la loi des sinus, y compris le cas ambigu.

[C, L, R, RP, T]

Indicateurs de rendement :

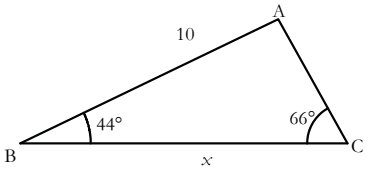
T3.1 *Esquisser un diagramme pour représenter un problème comportant un triangle qui n'a pas d'angle droit.*

T3.2 *Résoudre, à l'aide des rapports trigonométirques de base, un triangle qui n'a pas d'angle droit.*

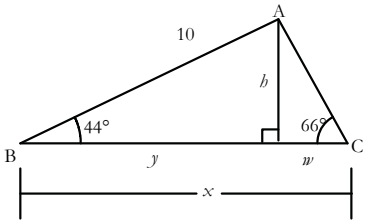
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cadre du cours de mathématiques 1231, les élèves ont eu recours aux trois principaux rapports trigonométriques pour déterminer la mesure des côtés et des angles inconnus dans des triangles rectangles (M4). Toutefois, les problèmes trigonométriques ne sont pas limités aux triangles rectangles. Dans ce module, les élèves verront la loi des sinus et la loi des cosinus et ils les appliqueront en contexte de résolution de problèmes.

Les élèves se sont familiarisés avec la trigonométrie appliquée aux triangles rectangles. Ils s'attarderont maintenant aux triangles obliques. Encouragez les élèves à faire un croquis du problème pour avoir une perspective visuelle de la situation. Exemple :



Demandez aux élèves s'il est possible de créer deux triangles rectangles à partir de ce triangle et quelles stratégies pourraient être utilisées pour déterminer la longueur du côté *x*. Les élèves devraient reconnaître que ce problème commande une démarche en plusieurs étapes. Il faut élaborer une stratégie avant de se lancer dans les calculs. Les élèves peuvent tracer la hauteur du triangle à partir du sommet A, puis recourir aux principaux rapports trigonométriques et au théorème de Pythagore pour trouver la valeur inconnue.



$\cos 44° = \frac{y}{10}$ $(y = 7,2)$

$10^2 = 7,2^2 + h^2$ $(h = 6,9)$

$\tan 66° = \frac{6,9}{w}$ $(w = 3,1)$

$x = y + w$

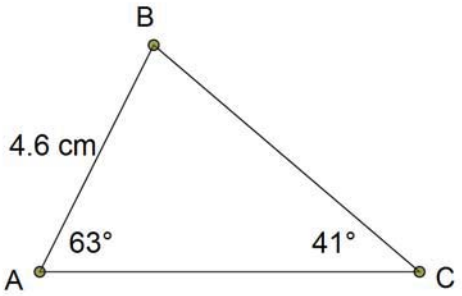
Les élèves se familiariseront avec des méthodes plus efficaces pour résoudre les triangles obliques, soit la loi des sinus et la loi des cosinus.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de trouver la longueur du côté AC dans le triangle ci-dessous :



(T3.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.3 La loi des sinus

MÉ: pp. 100-113
GE: pp. 73-80
FR: 2-3, 2-7

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

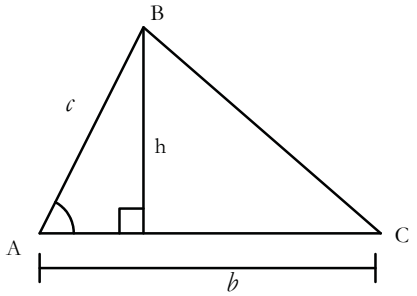
L'élève doit pouvoir :
T3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

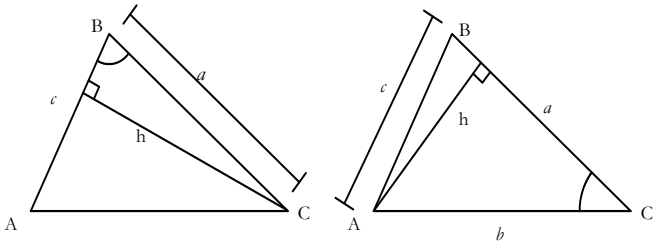
T3.3 *Expliquer les étapes dans une démonstration donnée de la loi des sinus ou de la loi du cosinus.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves démontreront la loi des sinus puis l'appliqueront pour résoudre des triangles. Pour démontrer la loi des sinus, on peut prendre appui sur la formule permettant de calculer l'aire d'un triangle rectangle:



Le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle. Par conséquent, les élèves traceront la hauteur du triangle à partir du sommet B. La formule pour calculer l'aire d'un triangle rectangle est la suivante : $\text{Aire} = \frac{1}{2}(\text{base}) \times (\text{hauteur})$. Demandez aux élèves d'écrire une expression représentant la hauteur (h) à l'aide de la formule du sinus. Étant donné que $\sin A = \frac{h}{c}$, h = c(sinA). Ainsi, $\text{Aire} = \frac{1}{2}bc\sin A$. Demandez aux élèves de répéter le processus en traçant la hauteur du triangle à partir des autres sommets et en écrivant une équation représentant l'aire du triangle ABC.



Les élèves devraient parvenir à la conclusion que $\text{Aire} = \frac{1}{2}ac\sin B$ et $\text{Aire} = \frac{1}{2}ab\sin C$. Demandez aux élèves pourquoi les trois expressions sont équivalentes. Comme $\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$, les élèves peuvent diviser chaque expression par $\frac{1}{2}abc$, ce qui donne la loi des sinus.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

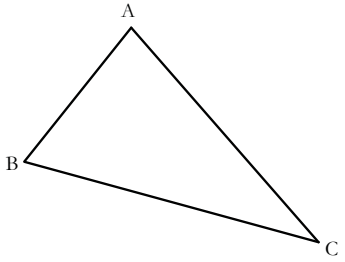
Autrement dit, la loi des sinus est une relation de proportionnalité entre chaque angle d'un triangle et son côté inclus.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Remettre aux élèves un triangle. Les élèves en mesurent les côtés et les angles à l'aide d'une règle et d'un rapporteur d'angle.



	Mesure		Mesure		Calcul
∠A		Côté *a*		$\frac{\sin A}{a}$	
∠B		Côté *b*		$\frac{\sin B}{b}$	
∠C		Côté *c*		$\frac{\sin C}{c}$	

Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

(i) Quelle conclusion peux-tu tirer à propos des rapports calculés ci dessus?

(ii) Ta conclusion serait-elle toujours valide si tu utilisais l'inverse des rapports en question?

(T3.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.3 La loi des sinus

MÉ: pp. 100-113
GE: pp. 73-80
FR: 2-3, 2-7

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

T3 Suite ...

Indicateurs de rendement:

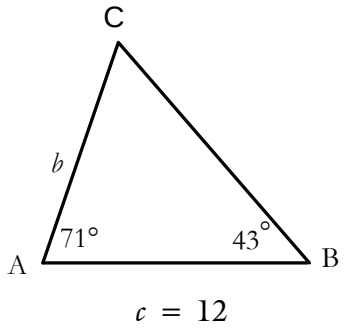
T3.4 *Esquisser un diagramme et résoudre un problème à l'aide de la loi des sinus.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves appliqueront la loi des sinus pour déterminer les mesures des côtés et des angles inconnus dans des triangles. Encouragez-les à faire un croquis et à y indiquer les données connues et les variables inconnues.

Demandez aux élèves quelles sont les données qu'il faut connaître pour résoudre un problème à l'aide de la loi des sinus. Cette loi concerne le rapport du sinus d'un angle à la longueur du côté opposé. Les élèves devraient savoir que s'ils ne connaissent la mesure d'aucun des trois angles du triangle ou s'ils n'ont pas la mesure d'un angle et du côté opposé, ils ne pourront résoudre le problème à l'aide de la loi des sinus.

Lorsque les élèves utilisent la loi des sinus, il arrive parfois qu'ils se trompent en identifiant l'angle opposé à un côté. Pour éviter que cette erreur ne se produise, conseillez-leur de tracer des flèches dans leur croquis pour relier l'angle et son côté opposé. Il est aussi possible que les élèves commettent des erreurs en faisant la multiplication croisée des rapports. Par exemple, en manipulant l'équation $\frac{\sin A}{12} = \frac{\sin 30°}{4}$, les élèves pourraient se tromper et écrire 4sinA = sin 360°. L'enseignant doit insister sur l'importance des parenthèses : 4(sinA)= 12(sin 30°). Une autre erreur fréquemment commise par les élèves consiste à croire, à tort, qu'ils n'ont pas suffisamment d'information pour utiliser la loi des sinus alors qu'ils connaissent la mesure de deux angles et du côté reliant ces angles. Exemple :



Les élèves peuvent se reporter à la propriété selon laquelle la somme des angles d'un triangle est de 180° pour trouver la mesure de ∠ C, soit 66°. Ils peuvent ensuite recourir à la loi des sinus pour calculer la longueur du côté AC. Encouragez les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse. Par exemple, si ∠ C est légèrement plus petit que ∠ A, on peut s'attendre à ce que le côté AB soit un peu plus court que le côté CB. Les élèves peuvent aussi se poser les questions suivantes : Le côté le plus court est-il à l'opposé du plus petit angle? Le côté le plus long est-il à l'opposé de l'angle le plus grand?

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

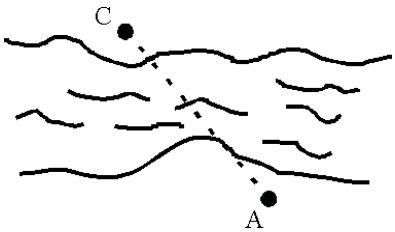
Observation

- Remettre aux élèves plusieurs problèmes leur permettant de s'exercer à appliquer la loi des sinus. Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes pendant qu'ils s'emploient à résoudre les problèmes :
  - (i) Quelle est la donnée inconnue? S'agit-il d'un angle ou d'un côté?
  - (ii) Comment peux-tu t'y prendre pour isoler la donnée inconnue?
  - (iii) Comment peux-tu faire les calculs?
  - (iv) Comment sais-tu s'il faut utiliser le sinus ou l'inverse du sinus?
  - (v) Ta conclusion permet-elle de répondre à la question posée?

(T3.4)

Entrevue

- Un arpenteur se tient sur le bord d'une rivière impossible à traverser. Il n'a en sa possession qu'un ruban à mesurer d'une longueur de 100 m et un sextant (instrument qui sert à mesurer les angles). Comment l'arpenteur peut-il calculer la distance entre le point A et le point C à l'aide uniquement de ces deux outils et de la loi des sinus?



(T3.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.3 La loi des sinus
MÉ: pp. 100-113
GE: pp. 73-80
FR: 2-3, 2-7

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

T3.5 *Décrire et expliquer des situations où un problème pourrait n'avoir aucune, ou avoir une seule ou deux solutions.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves verront les cas suivants lorsqu'ils travailleront avec la loi des sinus:

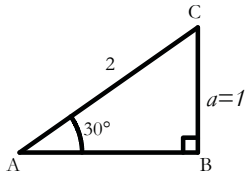
(i) deux angles et le côté reliant ces deux angles sont connus (ACA);

(ii) deux angles et le côté opposé à l'un de ces angles sont connus (AAC);

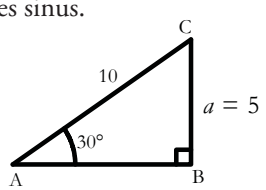
(iii) deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés sont connus (CCA – le cas ambigu).

Le cas ambigu peut causer des maux de tête à certains élèves. Lorsqu'ils connaissent la mesure de deux côtés et de l'angle opposé à l'un de ces côtés, les élèves s'attendent généralement à pouvoir tracer un triangle. Un exemple numérique (voir celui décrit ci dessous) pourrait aider les élèves à approfondir leur connaissance de la loi des sinus et à explorer des cas où il est possible de tracer un ou deux triangles et les cas où il n'est pas possible de tracer un triangle.

Les élèves connaissent bien le triangle 30°-60°-90°.

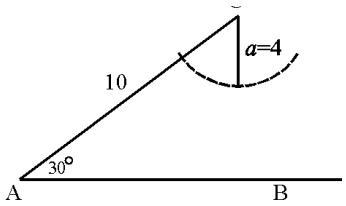


Demandez aux élèves de construire un $\angle$ A de 30° et un côté AC de 10 unités en utilisant le sommet C comme centre du cercle. Les élèves devraient d'abord se rendre compte qu'il est possible de tracer un triangle, où $\angle$ B = 90° et $a = 5$ unités. Ils peuvent faire la vérification à l'aide de la loi des sinus.



$$\frac{\sin 30°}{5} = \frac{\sin B}{10}$$
$$\sin B = \frac{10(\sin 30°)}{5}$$
$$\sin B = 1$$
$$\angle B = 90°$$

Les élèves devraient ensuite examiner le cas où $a < 5$. À l'aide de la géométrie, ils tracent un arc de cercle dont le rayon a mesure 4 unités.



$$\frac{\sin 30°}{4} = \frac{\sin B}{10}$$
$$\sin B = \frac{10(\sin 30°)}{4}$$
$$\sin B = 1,25$$

Les élèves devraient remarquer qu'il n'est pas possible de tracer un triangle dans ce cas-ci. S'ils n'utilisent pas cette méthode, ils tenteront peut-être d'utiliser la loi des sinus pour résoudre le problème. Il s'agit d'une bonne occasion pour les élèves de revoir les valeurs minimale et maximale de la fonction $y = \sin \theta$. Les élèves devraient reconnaître qu'il n'est pas possible de tracer un triangle car la valeur de sin B > 1.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Papier et papier

- Demander aux élèves de résoudre les triangles décrits ci-dessous en utilisant la loi des sinus (si possible) et en précisant si le problème permet de tracer un triangle, deux triangles ou encore aucun.
  - (i) $\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$, and $a = 14$
  - (ii) $\angle B = 40°$, $a = 12$, $b = 6$
  - (iii) $\angle A = 25°$, $a = 2$, $b = 3$

(T3.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.3 La loi des sinus
MÉ: pp. 100-113
GE: pp. 73-80
FR: 2-3, 2-6, 2-7

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T3 Suite ...
Indicateurs de rendement :

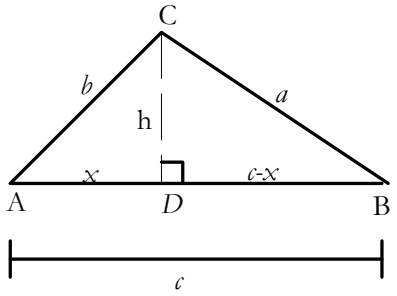
T3.5 *Suite*

T3.3 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Demandez aux élèves de répéter l'activité pour $a > 5$. Si on utilise un arc de cercle qui mesure de 8 unités, par exemple, la loi des sinus donne deux valeurs possibles pour $\angle$ B = 53,1° ou $\angle$ B126,9°. Par conséquent, deux triangles sont possibles.

Les élèves démontreront la loi des cosinus et l'appliqueront pour résoudre des triangles. Remettez aux élèves un triangle *ABC* dont les côtés sont identifiés par les lettres *a, b* et *c*. Demandez aux élèves de tracer la hauteur (h) du triangle en joignant le sommet C au côté opposé AB. Le point à l'intersection de la hauteur et du côté AB sera identifié par la lettre D (voir la figure ci dessous). Si x représente la longueur du segment AD, les élèves devraient reconnaître que BD = $c - x$. Guidez les élèves dans la démarche :



- Utilisez le théorème de Pythagore dans le ΔBCD : $a^2 = h^2 + (c - x)^2$
- Décomposez le binôme : $a^2 = h^2 + c^2 - 2cx + x^2$
- Appliquez le théorème de Pythagore dans le ΔADC ($x^2 + h^2 = b^2$).

  Que devient le binôme si on substitue $b^2 - x^2$ à h^2. Les élèves devraient reconnaître que l'équation devient $a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$.
- Lequel des principaux rapports trigonométriques peut-on utiliser pour déterminer la hauteur? Les élèves devraient reconnaître que dans le ΔACD, $\cos A = \frac{x}{b}$, et, donc, que $x = b\cos A$.
- Insérez $x = b\cos A$ dans l'équation $a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$. Que remarque-t-on? ($a^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos A$)

Les élèves peuvent ensuite exprimer la formule sous différentes formes pour trouver la longueur des autres côtés du triangle.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Expliquer pourquoi la loi des cosinus permet de valider le théorème de Pythagore si l'angle compris entre les deux côtés connus mesure 90°.

(T3.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.4 La loi du cosinus
MÉ: pp. 114-125
GE: pp. 81-87
FR: 2-3, 2-8

Trigonométrie

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
T3 Suite ..,

Indicateurs de rendement :

T3.6 *Esquisser un diagramme et résoudre un problème à l'aide de la loi du cosinus.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La loi des cosinus peut servir à déterminer la mesure d'un côté ou d'un angle inconnu dans un triangle. Continuez d'encourager les élèves à faire un croquis illustrant l'information connue et les variables inconnues pour résoudre le problème. Demandez aux élèves quelle est l'information qu'il faut connaître pour pouvoir recourir à la loi des cosinus. Ils doivent explorer pourquoi la loi des cosinus est la seule option possible pour trouver un angle inconnu lorsqu'on connaît la mesure de trois côtés ou lorsqu'on connaît la mesure de deux côtés et de l'angle compris entre ces deux côtés.

Lorsque l'élève connaît la mesure de trois côtés d'un triangle, il peut utiliser la loi des cosinus pour trouver la mesure d'un angle. Certains réorganiseront l'équation de manière à isoler la variable représentant un angle particulier. D'autres substitueront les valeurs connues dans la loi des cosinus puis remanieront l'équation pour trouver l'angle en question. Il est important qu'ils soient conscients que deux stratégies s'offrent à eux pour trouver le deuxième angle. Ils peuvent opter pour la loi des cosinus ou pour la loi des sinus. La mesure du troisième angle peut être déterminée à l'aide de la somme des angles d'un triangle.

Encouragez les élèves à se poser les questions suivantes lorsqu'ils doivent résoudre un triangle :

- Quelles sont les données connues?
- Quelle est la mesure que je dois trouver?
- Étant donné les mesures connues, devrais-je utiliser la loi des sinus ou la loi des cosinus? Est-ce que les deux options sont possibles?
- Quelle forme de la loi des cosinus dois-je utiliser pour calculer la mesure d'un côté du triangle? Quelle forme dois-je utiliser pour calculer la mesure d'un angle?

Lorsque deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés sont connus, l'élève peut recourir à la loi des cosinus et à la loi des sinus pour déterminer la longueur du troisième côté. Il peut aussi choisir d'appliquer deux fois la loi des sinus. Présentez aux élèves de nombreux exemples afin qu'ils puissent trouver la méthode qui leur convient le mieux.

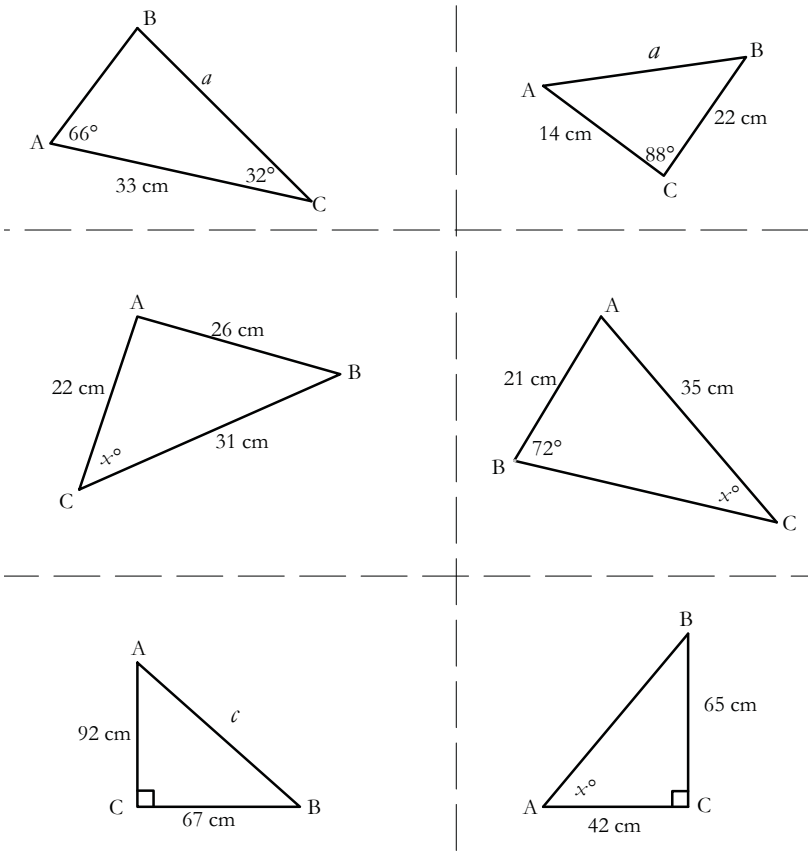
Lorsque les élèves manipulent la loi des cosinus, ils commettent parfois des erreurs dans l'ordre des opérations. Une erreur fréquente de la part des élèves consiste à simplifier une équation telle que $a^2 = 365 - 360\cos 70°$, sous la forme $a^2 = 5\cos 70°$. Pour éviter les erreurs de ce genre, l'enseignant doit rappeler aux élèves que la multiplication s'effectue avant la soustraction.

RAG : Développer le raisonnement trigonométrique.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Dans l'activité qui suit, les élèves sont appelés à réfléchir à la méthode qu'ils utiliseraient pour résoudre un triangle. Dans chaque coin de la classe, fixer une étiquette au mur : loi des sinus, loi des cosinus, théorème de Pythagore, rapports trigonométriques. Remettre un triangle à chaque élève. L'élève détermine quelle méthode il utiliserait pour trouver l'angle ou le côté inconnu puis il se dirige vers le coin de la classe correspondant à la stratégie en question. Les élèves discutent ensuite des raisons pour lesquelles cette stratégie particulière est celle qui convient le mieux à leur triangle. Voici des exemples de triangles :



(T3.4, T3.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

2.4 La loi du cosinus
MÉ: pp. 114-125
GE: pp. 81-87
FR: 2-3, 2-8

Fonctions quadratiques

Durée suggérée: 12 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, on initiera les élèves aux formes générale et canonique d'une fonction quadratique. Ils étudieront les caractéristiques d'une fonction quadratique à l'aide de notions telles que les coordonnées à l'origine, le sommet, l'axe de symétrie, le domaine et l'image.

Les élèves solutionneront des problèmes tirés de situations que l'on peut modéliser à l'aide de fonctions quadratiques.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS RF3

Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et déterminer :

- le sommet
- le domaine et l'image
- la direction de l'ouverture
- l'axe de symétrie
- les coordonnées à l'origine.

RAS RF4

Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour identifier les caractéristiques du graphique correspondant, y compris :

- le sommet
- le domaine et l'image
- la direction de l'ouverture
- l'axe de symétrie
- les coordonnées à l'origine;

pour résoudre des problèmes.

Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Algèbre et nombre	Relations et fonctions	Relations et fonctions
AN4 Démontrer une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées à des monômes, des binômes et des trinômes) de façon concrète, imagée et symbolique. [L, R, V] AN5 Démontrer une compréhension de diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]	RF3 Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$, et déterminer: • le sommet • le domaine et l'image • la direction de l'ouverture • l'axe de symétrie • les coordonnées à l'origine. [L, R, T, V] RF4 Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour identifier les caractéristiques du graphique correspondant, y compris : • le sommet • le domaine et l'image • la direction de l'ouverture • l'axe de symétrie • les coordonnées à l'origine pour résoudre des problèmes. [L, R, RP, T, V]	RF10 Démontrer une compréhension de la décomposition en facteurs de polynômes de degré supérieur à 2 (limités aux polynômes de degré ≤ 5 ayant des coefficients entiers). [C, CE, L] RF11 Tracer le graphique et analyser des fonctions polynomiales (limitées aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5). [C, L, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF3 Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$, et déterminer :

- le sommet
- le domaine et l'image
- la direction de l'ouverture
- l'axe de symétrie
- les coordonnées à l'origine.

[**L, R,T, V**]

Indicateurs de rendement :

RF3.1 *Expliquer pourquoi une fonction donnée sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$ est une fonction quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont été initiés à la notation fonctionnelle par des exercices sur les fonctions linéaires. Ils ont appris les notions de « relation » et de « fonction » et ont déterminé si une relation était une fonction (RF2). Ils ont également déterminé le domaine d'une fonction linéaire, étant donné l'image, et inversement (RF8). Le domaine et l'image d'un graphique ont été transcrits à l'aide de la notation des intervalles ou des ensembles (RF1). Dans ce module, les élèves seront initiés aux fonctions quadratiques. Ils vont d'abord étudier les fonctions quadratiques exprimées sous forme canonique,
$y = a(x - p)^2 + q$, et déterminer les coordonnées à l'origine, le sommet, l'axe de symétrie, l'orientation de l'ouverture, le domaine et l'image. Ils vont également tracer des graphiques selon les caractéristiques ci-dessus et effectuer des transformations. À l'aide d'un raisonnement inductif, les élèves vont étudier l'effet d'une variation des paramètres a, p et q sur la forme du graphique et sur le nombre d'abscisses à l'origine.

Avant d'être initiés à la forme canonique d'une fonction quadratique, les élèves doivent se familiariser avec la forme d'une fonction quadratique et la manière de l'identifier. Les termes « quadratique » et « parabole » sont nouveaux pour les élèves. Ce sera la première fois qu'ils verront les fonctions non linéaires.

On devrait fournir aux élèves la possibilité d'examiner en quoi consiste une fonction quadratique. Demander aux élèves de se choisir un partenaire pour multiplier deux équations linéaires ou élever un binôme de la forme $ax + b$ au carré. Soit les exemples $y = (x + 1)(x - 4)$ et $y = (3x - 2)^2$. Demander aux élèves ce qu'ils remarquent à propos du degré du polynôme et si cela est semblable au développement de fonctions de la forme $y = a(x - p)^2 + q$.

Le mouvement d'un projectile peut servir à expliquer la trajectoire d'une balle de baseball ou le saut d'un skieur. Pour aider les élèves à se représenter le mouvement d'un projectile, lancez une balle à un élève. Demandez aux élèves de décrire la trajectoire de la balle à un partenaire et de tracer la trajectoire de la balle en hauteur en fonction du temps (l'axe de la variable indépendante représente le temps et l'axe de la variable dépendante, la hauteur de la balle). Encouragez les à partager leur graphique avec d'autres élèves. Demandez leur de trouver d'autres exemples qui pourraient convenir aux diagrammes de paraboles qui s'ouvrent vers le haut ou vers le bas. Ils doivent expliquer pourquoi ils estiment que les relations quadratiques représentent des fonctions.

Les caractéristiques de la parabole résultante, telles que le sommet et l'axe de symétrie, doivent être discutées. Il est important de faire remarquer aux élèves que chaque point sur une parabole possède un point correspondant sur son image miroir, ce qui donne la forme parabolique.

Les élèves pourraient être portés à conclure que le graphique ressemble à un U. Il est important de noter, toutefois, que le fait d'obtenir un graphique en forme de U ne garantit nullement que la fonction est quadratique. D'autres fonctions peuvent produire un graphique de forme similaire. Le graphique de $y = x^4$, par exemple, pourrait être mal interprété comme étant parabolique s'il n'est pas examiné de près.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Donner le tableau suivant avec un ensemble d'énoncés. Demander aux élèves de décrire le raisonnement utilisé pour déterminer lesquels des énoncés sont vrais et lesquels sont faux.

Fonction polynomiale	Classification	Vrai ou Faux	Expliquer et justifier
$y = 5(x + 3)$	Linéaire		
$y = 5(x^2 + 3)$	Quadratique		
$y = 5^2(x + 3)$	Quadratique		
$y = 5x(x + 3)$	Linéaire		
$y = (5x + 1)(x + 3)$	Quadratique		
$y = 5(x + 3)^2 + 2$	Quadratique		

(RF3.1)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.1 Explorer les fonctions quadratiques de la forme canonique

Manuel de l'élève (MÉ): pp.142-162
Guide d'enseignement (GE): pp.103-112
Feuille à reproduire (FR): 3-3, 3-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF3.2 *Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y = ax^2$ au graphique de $y = x^2$, et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de a.*

RF3.3 *Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions de la forme $y = (x - p)^2$ au graphique de la fonction $y = x^2$, et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de p.*

RF3.4 *Comparer les graphiques d'un ensemble de fonctions sous la forme $y = x^2 + q$ au graphique de la fonction $y = x^2$, et formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale au sujet de l'effet de q.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque les élèves commencent à varier les paramètres d'une fonction quadratique, ils étudient d'abord les fonctions quadratiques sous leur forme canonique. Les caractéristiques de la fonction quadratique, $y = a(x - p)^2 + q$, doivent être élucidées par une étude dans laquelle les paramètres a, p et q varient individuellement. On doit recourir aux outils technologiques tels que les calculatrices graphiques, FX Draw, Graphmatica, Geometer's Sketchpad, Winplot, Geogebra et d'autres logiciels de dessin appropriés, étant donné qu'à ce stade les capacités des élèves à tracer des graphiques de fonctions quadratiques se limitent à l'utilisation d'un tableau de valeurs.

Les élèves commenceront par examiner l'effet de la variation de la valeur de a en comparant les fonctions quadratiques $y = x^2$ and $y = ax^2$. Lorsqu'ils comparent les graphiques de $y = 2x^2$ and $y = -2x^2$ au graphique de $y = x^2$, utilisez des questions incitatives telles que les suivantes pour favoriser les discussions entre élèves :

- Qu'arrive-t-il à l'orientation de l'ouverture de la fonction quadratique si $a < 0$ and $a > 0$?
- La forme de la parabole est-elle affectée par le paramètre a?
- Certains graphiques sont-ils plus larges ou plus étroits en comparaison du graphique de $y = x^2$?
- Quel est l'impact sur le graphique si $a = 0$?
- Quel est l'effet de la variation de a sur le sommet?

Encouragez les élèves à prêter une attention particulière aux points et à la manière dont ceux ci changent. Par exemple, le point (2,4) sur le graphique de $y = x^2$ devient le point (2,8) sur le graphique de $y = 2x^2$.
De la même manière, les élèves peuvent comparer les graphiques de $y = \frac{1}{2}x^2$ et $y = -\frac{1}{2}x^2$ à celui de $y = x^2$.

Utilisez les outils de dessin technologiques pour examiner les effets de la variation de la valeur de p. Les élèves vont étudier l'effet de la variation de la valeur de p en comparant les fonctions quadratiques $y = x^2$ et $y = (x - p)^2$. On peut leur demander de décrire la manière dont les graphiques de $y = (x - 3)^2$ et $y = (x + 3)^2$ se comparent au graphique de $y = x^2$. Posez des questions telles que celles-ci :

- Comment chaque graphique change-t-il en comparaison de $y = x^2$?
- Quel est l'effet de la variation de p sur le sommet?

De même, les élèves vont examiner les effets de la variation de la valeur de q. Ils vont étudier cet effet en comparant les fonctions quadratiques $y = x^2$ and $y = x^2 + q$. On peut leur demander de décrire la manière dont les graphiques de $y = x^2 + 2$ et $y = x^2 - 2$ se comparent au graphique de $y = x^2$. Demandez aux élèves quel est l'effet de la variation q a sur le sommet.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

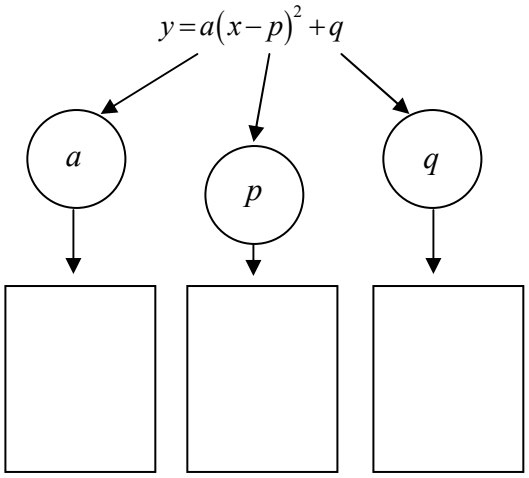
- Demander aux élèves de piger un carreau dans un sac contenant diverses valeurs du paramètre *a*. Ils se présentent ensuite au tableau ou à un mur de la classe pour compléter un tableau, tel que celui illustré ci-dessous, indiquant l'effet de *a* sur le graphique de $y = x^2$. Demander aux élèves de discuter des résultats. S'assurer d'inclure des valeurs positives et négatives pour *a*, ainsi que des nombres entiers et rationnels.

Valeur de *a*	Fonction	Ouverture vers le haut ou vers le bas	Plus étroit ou plus large
$a = 2$	$y = 2x^2$	vers le haut	plus étroit
$a = -\frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{2}x^2$	vers le bas	plus large

(RF3.2)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le schéma conceptuel pour décrire les effets des paramètres *a, p* et *q* sur la fonction quadratique $y = a(x - p)^2 + q$.



(RF3.2, RF3.3, RF3.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.1 Explorer les fonctions quadratiques de la forme canonique

MÉ: pp.142-162
GE: pp.103-112
FR: 3-3, 3-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF3.5 *Déterminer les coordonnées du sommet d'une fonction quadratique de la forme* $y = a(x - p)^2 + q$, *et vérifier avec ou sans l'aide de la technologie.*

RF3.6 *Formuler, à l'aide du raisonnement inductif, une règle générale pour déterminer les coordonnées du sommet du graphique de fonctions quadratiques de la forme* $y = a(x - p)^2 + q$.

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont tracé des graphiques de relations linéaires à l'aide d'un tableau de valeurs (9RR2). Ils ont également étudié la symétrie axiale (9FE5). Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont utilisé des outils technologiques et/ou un tableau de valeurs pour tracer le graphique de fonctions linéaires (RF6). Ils vont maintenant étendre le champ d'application de ces concepts pour déterminer le sommet et l'axe de symétrie du graphique d'une fonction quadratique. En traçant le graphique de la fonction quadratique $y = 3(x + 2)^2 - 1$, par exemple, les élèves peuvent créer le tableau de valeurs suivant, manuellement ou à l'aide d'outils de dessin technologiques.

x	-4	-3	-2	-1	0
y	11	2	-1	2	11

Favorisez la discussion entre élèves en posant des questions telles que les suivantes :

- Quel est le lien entre l'axe de symétrie du graphique et le sommet?
- Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
- Quel est le lien entre le point maximum ou minimum du graphique et le sommet?
- Comment le sommet peut-il être obtenu directement de la forme canonique de la fonction quadratique?

L'objectif est de permettre aux élèves de constater que dans un tableau de valeurs, le sommet correspond au point dont la valeur de la coordonnée en y est unique. C'est le point à partir duquel le graphique de la fonction quadratique change de direction, et c'est le point maximum ou minimum du graphique. Que les élèves travaillent avec un graphique ou un tableau de valeurs, ils doivent être en mesure d'identifier la symétrie du graphique, puisque les points de la parabole qui partagent la même coordonnée en y sont équidistants du sommet. Les élèves doivent également se rendre compte que l'axe de symétrie d'une parabole consiste en la ligne de symétrie verticale qui traverse le sommet et dont l'équation est $x = p$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de tracer le graphique de $y = 3(x - 2)^2 + 1$ à l'aide d'un tableau de valeurs ou d'un outil de dessin technologique. Ils doivent comparer le graphique donné à chacun des graphiques suivants et discuter des ressemblances et des différences.

  (i) $y = -3(x - 2)^2 + 1$
  (ii) $y = 3(x - 3)^2 + 1$
  (iii) $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 4$
  (iv) $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 1$
  (v) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$
  (vi) $y = -2x^2 + 1$
  (vii) $y = 3x^2 + 1$

  (RF3.1, RF3.2, RF3.3, RF3.4, RF3.5)

Journal

- Ton ami a manqué le cours sur la détermination du sommet d'une fonction quadratique de la forme $y = a(x - p)^2 + q$ et te demande de lui expliquer comment procéder. Explique en un paragraphe la marche à suivre avec des exemples.

  (RF3.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.1 Explorer les fonctions quadratiques de la forme canonique

MÉ: pp.142-162
GE: pp.103-112
FR: 3-3, 3-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF3 Suite...
Indicateurs de rendement :

RF3.7 *Esquisser le graphique de $y = a(x - p)^2 + q$, à l'aide de transformations, et en identifier le sommet, le domaine et l'image, la direction de l'ouverture, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

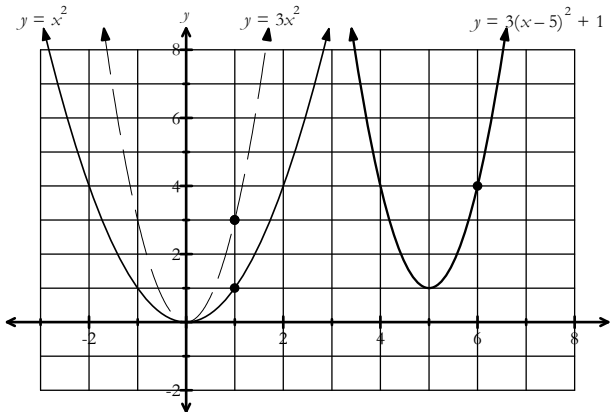
Précédemment, les élèves ont étudié les effets de la variation des valeurs de *a, p* et *q* d'une fonction quadratique dans la forme canonique sur le graphique de cette fonction. Ils ont également trouvé le sommet directement à partir de la fonction quadratique.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont tracé les graphiques de relations linéaires en marquant l'abscisse et l'ordonnée à l'origine et ont trouvé le domaine et l'image de diverses relations (RF8 et RF1). Ils doivent se rendre compte que toute fonction quadratique non contextuelle a un domaine de $\{x| x \in \Re\}$, alors que l'image dépend du sommet et de l'orientation de l'ouverture. Questionnez les élèves sur leurs observations pendant qu'ils tracent et analysent des fonctions quadratiques. Ils doivent tenir compte des points suivants :

- Pourquoi le domaine consiste-t-il dans l'ensemble des nombres réels alors que seuls quelques points tirés du tableau de valeurs sont tracés?
- De quelle manière l'image est-elle liée à l'orientation de l'ouverture?

Les élèves doivent se rendre compte qu'une valeur négative de *a* indique une image inférieure ou égale à *q*, alors qu'une valeur positive de *a* indique que l'image est supérieure ou égale à *q*.

Les élèves peuvent consolider leurs apprentissages en traçant le graphique de $y = a(x - p)^2 + q$ à l'aide de transformations pour diverses valeurs de *a*, *p* et *q*. Ils peuvent modifier la largeur à l'aide de la valeur de *a* en choisissant le sommet et deux autres points du graphique de $y = x^2$. Ils peuvent ensuite utiliser les valeurs de *p* et *q* pour effectuer une translation du graphique. Étant donné la fonction $y = 3(x - 5)^2 + 1$, la valeur de *a*, 3 rend le graphique plus étroit. Les points (0, 0), (-1, 1) et (1, 1) du graphique de $y = x^2$ se transforment en (0, 0), (-1, 3), (1, 3) sur le graphique de $y = 3x^2$. Les élèves vont ensuite effectuer une translation du graphique à l'aide de la translation horizontale (5 unités) et verticale (1 unité).Les points se transforment en (5, 1), (4, 4) et (6, 4). Les élèves doivent noter le sommet et la symétrie du graphique, ainsi que d'autres caractéristiques telles que le domaine, l'image et les coordonnées à l'origine.

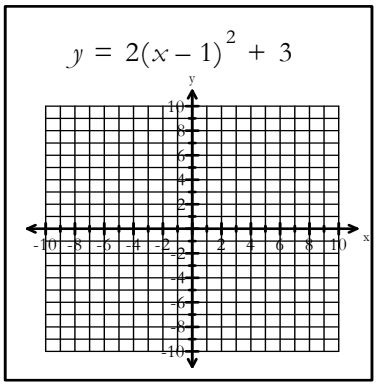


RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

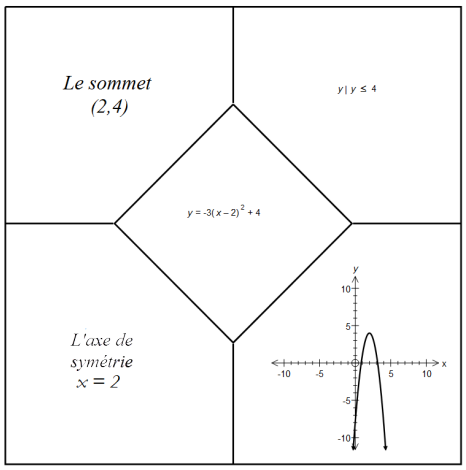
Observation

- Les élèves peuvent travailler par deux pour construire les graphiques d'un certain nombre de fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)^2 + q$, en utilisant des transformations pour obtenir diverses valeurs de a, p et q. Chaque groupe reçoit une feuille contenant un plan cartésien et la fonction. Insérez la feuille dans un protège-feuille pour permettre à chaque groupe de tracer un graphique d'une fonction différente à l'aide d'un marqueur effaçable. Questionner le groupe sur les caractéristiques de la fonction quadratique (sommet, orientation de l'ouverture, coordonnées à l'origine, domaine et image). Une fois le graphique terminé, demander aux élèves d'effacer la fonction et de passer la feuille à un autre groupe. Répéter l'activité pour permettre aux élèves de construire un certain nombre de graphiques.



(RF3.7)

- Les élèves peuvent travailler par deux pour compléter le casse-tête quadratique suivant qui étudie les caractéristiques et les graphiques de diverses fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - p)2 + q$. Ils doivent travailler avec 20 pièces de casse-tête (4 casse-tête complets réunissant une fonction et quatre caractéristiques connexes) pour associer correctement les caractéristiques à chaque fonction. Un exemple est donné ci-dessous.



(RF3.5, RF3.6, RF3.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.1 Explorer les fonctions quadratiques de la forme canonique

MÉ: pp.142-162
GE: pp.103-112
FR: 3-3, 3-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF3.8 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment les valeurs de a et de q peuvent être utilisées pour déterminer si une fonction quadratique n'a aucun, a un ou deux point d'intersection avec l'axe des x.*

RF3.9 *Représenter une fonction quadratique sous la forme* $y = a(x - p)^2 + q$ *à partir de son graphique ou d'un ensemble de caractéristiques du graphique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

L'enseignant peut utiliser divers exemples pour illustrer les six différentes combinaisons de a et q qui figurent dans le tableau ci-dessous. L'utilisation d'outils de dessin technologiques ou de logiciels de simulation est recommandée ici.

Valeur de a	Valeur de q	Nombre d'abscisses à l'origine
positive	positive	0
positive	négative	2
positive	0	1
négative	0	1
négative	positive	2
négative	négative	0

Étant donné le graphique d'une fonction quadratique, les élèves obtiendront la fonction quadratique sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$. Ils peuvent déterminer le sommet directement à partir du graphique et obtenir ainsi les valeurs de p et q. Pour déterminer la valeur de a, les élèves peuvent substituer un point (x, y) de la parabole dans la fonction quadratique et résoudre l'équation pour obtenir a.

Parfois, c'est une description des caractéristiques du graphique qui est donnée plutôt que le graphique lui même. Le sommet est donné, en tant que valeur maximum ou minimum, et au moins un autre point. À l'aide de cette information, les élèves détermineront la fonction quadratique sous forme canonique.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer au jeu de cartes suivant. Inscrire trois rubriques intitulées respectivement « Aucune abscisse à l'origine », « Une abscisse à l'origine » et « Deux abscisses à l'origine » sur le mur de la classe. Préparer un jeu de cartes pour les valeurs de a et q. Par exemple,

  $a = 3,\ -8,\ 2{,}67,\ \frac{3}{4}$

  $q = 0,\ -10,\ 11,\ \frac{-24}{7}$

  Un élève pige une carte du jeu « a » et un deuxième élève pige une carte du jeu « q ». Les deux élèves collaborent ensuite pour déterminer sous quelle rubrique il faut classer les deux nombres. À la fin de l'activité, ils doivent déterminer s'il y a des paires de cartes mal classées.

(RF3.8)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer la forme canonique de la fonction quadratique à partir du tableau de valeurs donné.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	1	3	1	-5	-15	-29	-47

(RF3.9)

- Demander aux élèves de déterminer la forme canonique de la fonction quadratique selon les renseignements suivants.

(i) L'image est $\{y \mid y \leq 3, y \in \mathbb{R}\}$ et les abscisses à l'origine sont -2 et 4.

(ii) L'équation de l'axe de symétrie est $x = 2$, la valeur minimum de y est -5 et l'ordonnée à l'origine est 3.

(RF3.9)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.1 Explorer les fonctions quadratiques de la forme canonique

MÉ: pp.142-162
GE: pp.103-112
FR: 3-3, 3-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF4 Analyser des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$ pour identifier les caractéristiques du graphique correspondant, y compris :

- **le sommet**
- **le domaine et l'image**
- **la direction de l'ouverture**
- **l'axe de symétrique**
- **les coordonnées à l'origine**

pour résoudre des problèmes.

[L, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement:

RF4.1 *Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$, et expliquer la stratégie.*

RF4.2 *Esquisser le graphique d'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans ce module, les élèves vont étudier les fonctions quadratiques exprimées sous la forme générale $y = ax^2 + bx + c$ et déterminer les coordonnées à l'origine, le sommet (sous forme de point maximum ou minimum), l'axe de symétrie, l'orientation de l'ouverture, le domaine et l'image. Ils vont également tracer le graphique d'une fonction quadratique à l'aide des caractéristiques ci-dessus. Les élèves vont étudier l'effet de la variation des paramètres *a, b* et *c* de l'équation sur la forme du graphique. Ils vont également résoudre des problèmes mettant en jeu des fonctions quadratiques.

Les caractéristiques de la fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c$, doivent être élucidées par une étude dans laquelle les paramètres *a, b* et *c* varient individuellement. Cet exercice devrait être effectué à l'aide d'outils technologiques. Demandez aux élèves quels paramètres influent sur la forme du graphique, l'orientation de l'ouverture et l'ordonnée à l'origine. À l'aide du graphique comme support visuel, demandez aux élèves de discuter des points suivants :

- la valeur maximum ou minimum
- le domaine et l'image
- l'équation de l'axe de symétrie
- les abscisses à l'origine

Les élèves doivent d'abord voir les fonctions quadratiques pour lesquelles les coordonnées du sommet s'expriment en nombres entiers, de manière à faciliter l'identification précise des caractéristiques.

Les élèves peuvent utiliser la formule $x = -\frac{b}{2a}$ pour obtenir l'équation de l'axe de symétrie dans le cas des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + bx + c$. Cette formule peut alors être utilisée pour déterminer la coordonnée en *x* du sommet. La formule devrait être élaborée lors d'une activité avec les élèves semblable à celle exposée ci-dessous.

Donnez aux élèves un tableau contenant des fonctions quadratiques sous forme générale avec les coordonnées du sommet de chaque parabole correspondante. Les élèves doivent compléter le tableau en inscrivant les valeurs de *a, b* et *c* ainsi que la valeur de $x = -\frac{b}{2a}$.

Fonction	Sommet	Équation de l'axe de symétrie	a	b	c	$-\frac{b}{2a}$
$y = x^2 - 4x + 7$	(2, 3)					
$y = -2x^2 - 16x - 34$	(-4, -2)					
$y = 3x^2 - 6x + 10$	(1, 7)					

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de travailler en groupes pour cette activité. On donne à chaque groupe une paire de dés (ou ils peuvent créer leurs propres dés). Sur le premier dé, on inscrit 2 valeurs de a, 2 valeurs de b et 2 valeurs de c. Sur le second dé, on inscrit divers nombres rationnels. Les élèves doivent lancer les dés et annoncer l'effet sur $y = x^2$ de la modification du paramètre donné en fonction du nombre indiqué.

(RF4.1, RF4.2)

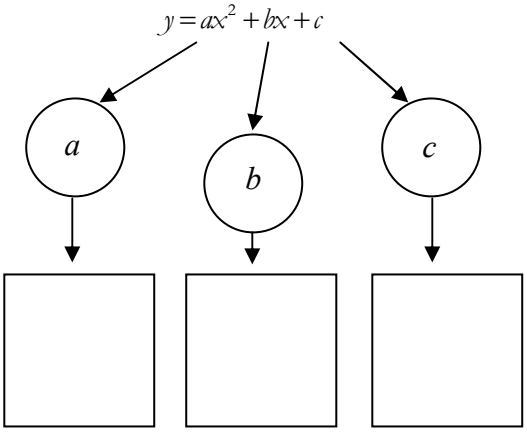
Entrevue

- Demander aux élèves d'expliquer comment déterminer si une fonction quadratique possède soit une valeur maximum soit une valeur minimum sans en tracer le graphique.

(RF4.1)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le schéma conceptuel suivant pour décrire les effets des paramètres a, b et c sur la fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c$.



(RF4.1, RF4.2)

- Demander aux élèves d'écrire un message courriel expliquant comment le fait de modifier le paramètre a affectera le graphique de la fonction $y = ax^2 + bx + c$.

(RF4.1, RF4.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.2 Explorer les fonctions quadratiques de la forme générale

MÉ: pp.163-179
TR: pp.113-124
FR: 3-3, 3-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF4 Suite...

Indicateurs de rendement :

RF4.2 *Suite*

RF4.3 *Expliquer le raisonnement dans le processus de complétion du carré tel qu'illustré dans un exemple.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

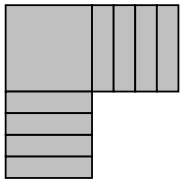
Les élèves doivent découvrir que la valeur de $-\frac{b}{2a}$ est la coordonnée en x du sommet, et le lien de celui-ci avec l'équation de l'axe de symétrie doit être établi. La coordonnée en y du sommet peut être obtenue en remplaçant la coordonnée en x dans la fonction quadratique. À noter que la coordonnée en y du sommet peut également être obtenue à l'aide de la formule $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$. Cette formule peut être développée lors d'une activité semblable à celle décrite précédemment.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont représenté une expression quadratique à l'aide de carreaux algébriques. Ils ont également démontré, par l'utilisation de carreaux algébriques, une compréhension de la multiplication d'expressions polynomiales (limitées aux monômes, binômes et trinômes), de la décomposition en facteurs communs et de la décomposition de trinômes en facteurs (AN4, AN5).

On devrait donner aux élèves la possibilité de comprendre le processus de formation des trinômes carrés parfaits et d'observer les régularités qui en découlent. La méthode du carré complété est une des méthodes que les élèves utiliseront pour reformuler une équation quadratique de la forme générale à la forme canonique. Le binôme carré parfait $(x - p)^2$ fait partie de la fonction quadratique de forme canonique.

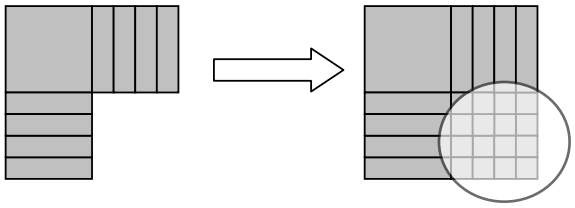
On peut utiliser les carreaux algébriques pour voir comment un trinôme carré parfait peut être formé. On devrait d'abord présenter aux élèves des exemples où $a = 1$ et $c = 0$. Soit l'exemple suivant :

Demandez aux élèves de modéliser $x^2 + 8x$. Le but est de trouver un nombre c pour créer un trinôme carré parfait $x^2 + 8x + c$. Les élèves utiliseront les carreaux algébriques pour créer un carré. Demandez aux élèves pourquoi le nombre de carreaux doit être réparti également.



Continuez d'utiliser des questions suggestives telles que les suivantes pour favoriser la discussion :

- Quels carreaux doivent être ajoutés pour compléter le carré?



16 carreaux d'unités

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de tracer le graphique des fonctions suivantes à l'aide d'un tableau de valeurs ou d'un outil de dessin technologique.

  (i) $y = x^2$
  (ii) $y = x^2 + 2$
  (iii) $y = x^2 + 5$
  (iv) $y = x^2 - 3$
  (v) $y = x^2 - 4$

  Pendant que l'enseignant observe le travail des élèves, il peut demander à ceux-ci d'expliquer les changements subis par la parabole lorsque le paramètre *c* varie.

  (RF4.1, RF4.2)

Entrevue

- Demander aux élèves de modéliser et d'expliquer la méthode du carré complété à l'aide de carreaux algébriques. L'enseignant photographie le groupe au moment où il participe à cette activité. Au bout de quelques cours, présenter la photo aux élèves et leur demander de décrire ce qu'ils y faisaient. Ils doivent rédiger une description de l'activité sous la photo, en expliquant ce qu'ils faisaient et ce qu'ils en ont retiré comme enseignement.

  (RF4.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.2 Explorer les fonctions quadratiques de la forme générale

MÉ: pp.163-179
GE: pp.113-124
FR: 3-3, 3-5

3.3 La complétion du carré

MÉ: pp.180-200
GE: pp.125-133
FR: 3-3, 3-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF4.3 *Suite*

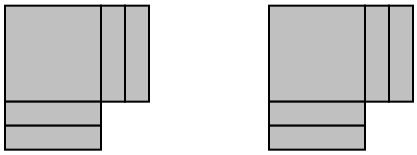
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

- Quelle est l'expression qui représente le nouveau carré complété?
- Quel est le rapport entre le coefficient du terme linéaire et le terme constant?
- Quel est le trinôme exprimé en tant que carré d'un binôme?

Les élèves doivent se rendre compte que 16 carreaux d'unité ont été ajoutés. Puisque la longueur de l'arête est représentée par $x + 4$, l'aire est $(x + 4)(x + 4)$. Ce trinôme carré parfait, $x^2 + 8x + 16$, peut être réécrit en $(x + 4)^2$.
Continuez de travailler sur divers exemples, tels que $x^2 + 2x$, et $x^2 + 6x$, pour donner aux élèves la possibilité de décrire les régularités qui apparaissent. La méthode des carreaux algébriques illustre le fait que le terme constant est le carré de la moitié du coefficient du terme linéaire.

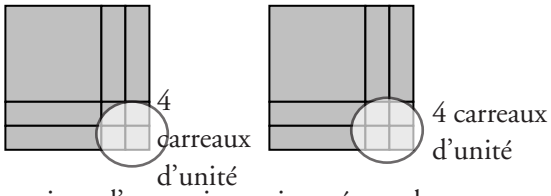
Lorsqu'on modélise à l'aide des carreaux algébriques, il importe que l'enseignant choisisse une valeur de b paire et relativement petite. Avant que les élèves passent de la représentation concrète à la méthode symbolique, donnez leur la possibilité de travailler avec des expressions où $a > 0$ and $c = 0$. Soit l'exemple suivant :

Demandez aux élèves de modéliser $2x^2 + 8x$ à l'aide de carreaux algébriques et leur demander pourquoi les carreaux doivent être disposés en deux parties égales.



$x^2 + 4x$ $\qquad$ $x^2 + 4x$

Demandez aux élèves quels carreaux il faut ajouter pour compléter le carré.



Les élèves inscrivent l'expression qui représente le nouveau carré complété. Ils doivent se rendre compte que 4 carreaux d'unité ont été ajoutés à chaque diagramme pour créer deux trinômes carrés parfaits, chacun pouvant être exprimé par $x^2 + 4x + 4$ ou $(x + 2)^2$. Puisque le modèle comporte deux carrés, l'aire totale est $2(x^2 + 4x + 4)$ or $2(x + 2)^2$.

Ce support visuel permet aux élèves de mieux comprendre pourquoi la valeur de b doit être divisée par a avant que le processus du carré complété ait lieu. C'est-à-dire, $2x^2 + 8x = 2(x^2 + 4x)$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

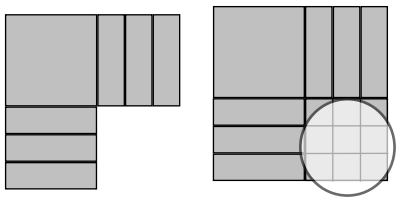
Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le carré pour $y = ax^2 + bx + c$ afin de montrer que les coordonnées du sommet sont $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

(RF4.1, RF4.3)

- Demander aux élèves de compléter un tableau examinant le lien entre les valeurs de b et c lorsqu'on complète le carré. Ils doivent partager leurs découvertes avec la classe. Un exemple est donné ci-dessous.

Binôme de la forme $x^2 + bx$	Modélisé à l'aide de carreaux algébriques	Carré parfait
$x^2 + 6x$		$x^2 + 6x + 9$

Qu'est-ce qui a été ajouté pour compléter le carré?	Forme décomposée en facteurs puis développée	Valeur du coefficient c	Quel est le rapport entre b et c?
9	$(x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$	9	$c = (\frac{1}{2}b)^2$

(RF4.3

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.3 La complétion du carré

MÉ: pp.180-200
GE: pp.125-133
FR: 3-3, 3-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

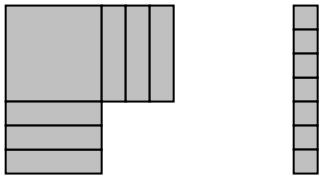
L'élève doit pouvoir :
RF4 Suite...

Indicateurs de rendement :

RF4.4 *Déterminer les caractéristiques d'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = ax^2 + bx + c$, et expliquer la stratégie.*

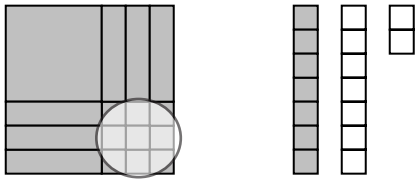
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il s'agit d'une occasion pour les élèves de poursuivre leur travail avec les carreaux algébriques en convertissant une équation de la forme générale à la forme canonique à l'aide de la méthode du carré complété. Ils vont ensuite convertir d'une forme à l'autre de façon algébrique. Utilisez les carreaux algébriques pour modéliser la fonction $y = x^2 + 6x + 7$. Les élèves vont continuer de répartir les carreaux également et ajouter des carreaux pour former un carré, en laissant le terme constant intact.



$x^2 + 6x$ 7 carreaux d'unité

Il est important de faire remarquer aux élèves qu'en ajoutant neuf carreaux supplémentaires, on se trouve à modifier la fonction quadratique. Ils doivent donc ajouter 9 carreaux correspondants pour équilibrer la fonction.



$x^2 + 6x + 9$ 7 - 9

La fonction est $y = (x^2 + 6x + 9) + (7 - 9)$. Ils doivent constater qu'en ajoutant un nombre pour former un carré parfait, la valeur opposée est également ajoutée pour que l'expression originale demeure inchangée. Les élèves peuvent alors réécrire cette fonction par $y = (x + 3)^2 - 2$. Cette représentation visuelle permet aux élèves d'observer les régularités puis de consigner leur travail sous forme symbolique.

Demandez aux élèves pourquoi ils ont intérêt à écrire une équation sous forme canonique. Les élèves doivent mettre l'accent sur le fait que les coordonnées du sommet (p, q) sont directement repérables sous cette forme. De cette manière, on connaît le point maximum ou minimum. Les élèves doivent d'abord assimiler les fonctions quadratiques où le coefficient principal est 1, puis progresser vers des exemples où $a \neq 1$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de travailler par deux pour cette activité. Donner à chaque paire d'élèves une équation quadratique sous forme générale et demander aux élèves de la réécrire sous forme canonique. Demander à un élève d'écrire la première ligne de la solution, puis de passer au deuxième. Le deuxième élève vérifie le travail pour constater s'il y a erreur. Si c'est le cas, l'élève la corrige, puis écrit la deuxième ligne de la solution et la passe à son partenaire. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que la solution soit complète.

(RF4.4, RF4.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.3 La complétion du carré

MÉ: pp.180-200
GE: pp.125-133
FR: 3-3, 3-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF4.5 *Identifier, expliquer et corriger toute erreur dans un exemple de complétion du carré.*

RF4.6 *Vérifier, avec ou sans l'aide de la technologie, qu'une fonction quadratique de la forme $y = ax^2 + bx + c$ représente la même fonction qu'une fonction quadratique donnée sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Des erreurs courantes sont commises lors de la conversion d'une fonction quadratique de la forme générale à la forme canonique. Une fonction quadratique où $a \neq 1$, par exemple, peut parfois poser une difficulté aux élèves. Considérez l'exemple suivant et discutez avec les élèves à propos des erreurs qui pourraient survenir : $y = -3x^2 + 18x - 23$

$$y = -3(x^2 - 6x) - 23$$
$$y = -3(x^2 - 6x + 9) - 23 + 27$$
$$y = -3(x - 3)^2 + 4$$

- Le facteur commun (-3) n'est pas isolé des termes quadratique et linéaire.
- Le signe du terme linéaire est incorrect lorsque le coefficient principal négatif est isolé.
- Le terme constant à l'intérieur des parenthèses est doublé au lieu d'être élevé à la puissance 2.
- Lorsqu'un carré parfait est créé, le terme constant à l'intérieur des parenthèses n'est pas multiplié par le facteur commun pour produire le terme compensé.
- Le trinôme carré parfait est incorrectement décomposé en facteurs.

Lors de la conversion d'une fonction quadratique de la forme canonique à la forme générale, les élèves vont développer le trinôme carré parfait puis combiner les termes semblables. Les élèves doivent également vérifier qu'une fonction quadratique sous forme générale représente la même fonction sous forme canonique. Ils peuvent utiliser la méthode du carré complété pour comparer les fonctions ou comparer les graphiques des deux fonctions. Demandez aux élèves quelles caractéristiques du graphique doivent demeurer les mêmes. Ils doivent s'assurer que les deux fonctions ont le même sommet et un autre point en commun (p. ex. l'ordonnée à l'origine) sur les deux graphiques.

Comme solution de rechange, on peut combiner une approche algébrique et graphique. Demandez aux élèves de tracer le graphique d'une des fonctions. Ils doivent choisir trois points du graphique et les substituer dans l'autre forme de la fonction pour vérifier que les points satisfont celle-ci. Suscitez la discussion entre élèves pour justifier pourquoi trois points doivent être utilisés et non deux.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de jouer par deux au *Jeu des dominos*. Distribuer un jeu de 10 cartes dominos aux élèves. Un côté de la carte affiche une fonction quadratique sous forme générale alors que l'autre côté affiche une fonction quadratique sous forme canonique. Demander à chaque groupe de disposer les dominos de telle manière que la forme générale sur une carte corresponde à la forme canonique correcte sur une autre. À la fin, une boucle complète est formée dans laquelle la première carte s'apparie à la dernière. Voici quelques exemples de cartes :

$y = (x + 5)^2 - 3$	$y = 2x^2 - 12x + 23$

$y = 2(x - 3)^2 + 5$	$y = -x^2 - 2x + 2$

$y = -(x + 1)^2 + 3$	$y = x^2 + 10x + 22$

(RF4.6)

- Demander aux élèves de se déplacer par deux dans la classe vers divers postes où des solutions ont été affichées exposant la méthode du carré complété. À chaque poste, la solution pourrait comporter une ou plusieurs erreurs que le groupe doit identifier, de manière à produire les solutions correctes pour chacun des problèmes.

(RF4.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.3 La complétion du carré

MÉ: pp.180-200
GE: pp.125-133
FR: 3-3, 3-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF4.7 *Modéliser une situation à l'aide d'une fonction quadratique et expliquer toute hypothèse pertinente.*

RF4.8 *Résoudre un problème, avec ou sans l'aide de la technologie, en analysant une fonction quadratique.*

Elaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

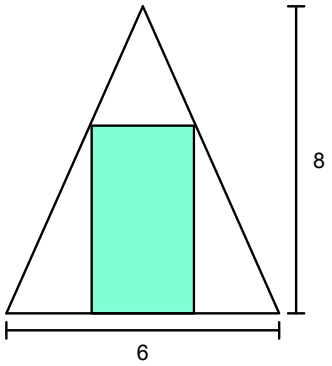
On s'attend à ce que les élèves soient en mesure d'écrire une fonction quadratique qui modélise une situation, puis de résoudre le problème. On leur présentera des problèmes où ils doivent déterminer la valeur maximum ou minimum. Le contexte des problèmes à résoudre pourrait avoir trait au revenu maximum, à la détermination de l'aire maximum possible, à la hauteur maximum ou au produit minimum. Il est important que les élèves comprennent la terminologie utilisée dans les énoncés de problèmes. Ils doivent être en mesure d'établir le lien entre la valeur maximum ou minimum et la coordonnée en y du sommet.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre les problèmes suivants :
  - (i) Le jet d'eau d'une fontaine épouse la forme d'une parabole. Étant donné que la buse de la fontaine a une hauteur de 5 cm et que la hauteur maximum atteinte par l'eau est de 14 cm à une distance de 6 cm de la buse, quelle est la hauteur de l'eau à 8 cm de la buse ?
  - (ii) Une élève fabrique des colliers et les vend à la plage pendant les mois d'été. Le matériel pour chaque collier lui coûte 6,00 $ et elle en vend environ 20 par jour à raison de 10,00 $ chacun. Elle se demande si elle ne devrait pas augmenter le prix. Elle fait donc un sondage et conclut que pour chaque augmentation d'un dollar, elle perdrait deux ventes par jour. À quel prix devrait-elle vendre ses colliers pour maximiser son bénéfice?
  - (iii) Trouver les dimensions du rectangle d'aire maximum qu'on peut inscrire dans un triangle isocèle d'une hauteur de 8 et d'une base de 6. (Indice : Utiliser des triangles semblables pour exprimer la hauteur du rectangle en fonction de sa base.)



(RF4.7, RF4.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

3.3 La complétion du carré

MÉ: pp.180-200
GE: pp.125-133
FR: 3-3, 3-6

Équations quadratiques

Durée suggérée: 14 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves accroîtront leurs compétences en matière de factorisation et recourront à diverses stratégies pour déterminer les racines des équations quadratiques (ou équations du second degré). Ils seront amenés à comprendre que les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction quadratique – ou les zéros de la fonction – correspondent aux solutions, ou aux racines, de l'équation quadratique.

Les élèves examineront diverses méthodes algébriques pour résoudre des équations quadratiques, à savoir la mise en facteurs, la complétion du carré et la formule quadratique. Ils se serviront du discriminant pour trouver le nombre de racines réelles d'une équation quadratique.

Ils apprendront aussi à résoudre des problèmes contextualisés en modélisant une situation à l'aide d'une équation quadratique.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS RF1

Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$

où a, b et c sont des nombres rationnels.

RAS RF5

Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques.

Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Algèbre et nombre	Relations et fonctions	Relations et fonctions
AN5 Démontrer une compréhension de diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]	RF1 Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante : • $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ • $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ • $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$ • $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ où a, b et c sont des nombres rationnels. [CE, L, R] RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques. [C, L, R, RP, T, V]	RF10 Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles et logarithmiques. [C, L, R, RP] RF11 Démontrer une compréhension de la décomposition en facteurs de polynômes de degré supérieur à 2 (limités aux polynômes de degré ≤ 5 ayant des coefficients entiers). [C, CE, L]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF5 Résoudre des problèmes comportant des équations quadratiques.
[C, L, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement:

RF5.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, la relation entre les racines d'une équation quadratique, les zéros de la fonction quadratique correspondante et les abscisses à l'origine de son graphique.*

RF5.2 *Résoudre une équation quadratique de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ à l'aide de stratégies telles que :*
- *les racines carrées;*
- *la factorisation*
- *la complétion du carré*
- *le recours à la formule quadratique;*
- *le graphique de la fonction correspondante.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de mathématiques 1231, les élèves ont appris à mettre en facteurs les différences de carrés, les trinômes carrés parfaits et les polynômes de la forme $x^2 + bx + c$ and $ax^2 + bx + c$ (AN5).

Dans le module précédent, les élèves ont été initiés aux fonctions quadratiques exprimées sous forme générale et sous forme canonique. Ils ont tracé les graphiques de fonctions quadratiques en utilisant des éléments tels que l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine, le sommet, l'axe de symétrie, le domaine et l'image. Ils ont également appris à transformer une fonction quadratique exprimée sous forme générale en une fonction exprimée sous forme canonique en se servant de la technique de la complétion du carré.

Dans le présent module, les élèves résoudront des équations quadratiques (ou équations du second degré) par diverses stratégies, à savoir la mise en facteurs (ou factorisation), la complétion du carré, la formule quadratique et le traitement graphique.

Les élèves ont appris ce que sont le graphique d'une fonction quadratique et les points d'intersection d'une parabole avec l'axe des x. Ils savent qu'une fonction quadratique peut avoir une ou deux abscisses à l'origine ou encore qu'elle peut n'en avoir aucune. Lorsqu'ils résolvent une équation quadratique de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, les élèves peuvent tracer le graphique de la fonction correspondante et déterminer les points d'intersection avec l'axe des x. En se servant d'un tableau de valeurs ou d'un outil technologique graphique, ils sont capables de faire le lien entre les abscisses à l'origine du graphique et les racines de l'équation quadratique.

Il importe que les élèves puissent faire la distinction entre les termes racines, zéros et abscisses à l'origine et employer le bon terme dans une situation donnée. Les abscisses à l'origine du graphique ou les zéros de la fonction quadratique correspondent aux racines de l'équation quadratique. L'enseignant peut demander aux élèves de trouver les racines de l'équation $x^2 - 7x + 12 = 0$, et les zéros de $f(x) = x^2 - 7x + 12$, ou de déterminer les points d'intersection avec l'axe des x (ou abscisses à l'origine) de $y = x^2 - 7x + 12$. Dans chaque cas, ils résoudront l'équation $x^2 - 7x + 12 = 0$ et arriveront à la solution $x = 3$ ou $x = 4$.

Discutez avec les élèves de la méthode de résolution graphique d'une équation quadratique (ou équation du second degré) et des limites de cette méthode. Ils se pratiqueront ensuite à résoudre algébriquement des équations en décidant de la meilleure stratégie à utiliser selon les circonstances : mise en facteurs, complétion du carré ou formule quadratique.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

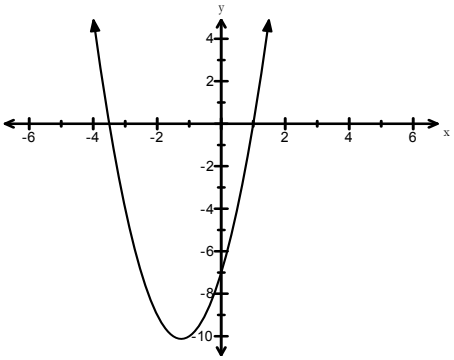
Journal

- Demander aux élèves d'expliquer en un paragraphe le rapport entre les racines d'une équation quadratique, les zéros d'une fonction quadratique et les abscisses à l'origine du graphique d'une fonction quadratique.

(RF5.1)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  - (i) Trouve les zéros de $f(x) = 2x^2 + 5x - 7$.
  - (ii) Détermine les abscisses à l'origine du graphique.



  - (iii) Trouve les racines de $2x^2 + 5x - 7 = 0$.
  - (iv) Que remarques-tu en examinant les réponses aux questions ci-dessus?

(RF5.1, RF5.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

4.1 Résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un graphique

Manuel de l'élève (MÉ): pp.206-217
Guide d'enseignement (GE): pp.143-148
Feuille à reproduire (FR): 4-3, 4-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF1 Décomposer en facteurs les expressions polynomiales de la forme suivante :

- $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
- $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ **où** a, b **and** c **sont des nombres rationnels.**

[L, CE, R]

Indicateurs de rendement :

RF1.1 *Décomposer en facteurs une expression polynomiale où l'identification de facteurs (diviseurs) communs est requise.*

RF1.2 *Décomposer en facteurs une expression polynomiale de la forme :*

- $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
- $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$

RF1.3 *Déterminer si un binôme donné est un facteur (diviseur) d'une expression polynomiale donnée et expliquer.*

RF1.4 *Décomposer en facteurs une expression polynomiale de forme quadratique, y compris:*

- $a(f(x))^2+b(f(x))+c$, $a \neq 0$
- $a^2(f(x))^2-b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves ont appris à factoriser des polynômes dans le cours de Mathématiques 1231 (AN5). Ils devaient trouver le plus grand commun diviseur pour chacun des termes d'un polynôme et factoriser des polynômes de la forme $x^2 + bx + c$ et $ax^2 + bx + c$. Ils ont en outre appris à factoriser les trinômes carrés parfaits, les différences de carrés et les trinômes à deux variables.

Dans le présent module, les élèves élargiront leur connaissance de la mise en facteurs de trinômes et de différences de carrés en factorisant des polynômes de la forme $a^2x^2 - b^2y^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$ et $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont travaillé beaucoup sur la factorisation des expressions polynomiales. Ils ont abordé le sujet à l'aide de modèles concrets et de modèles visuels, puis ils sont passés à la représentation symbolique. Ils ont travaillé la plupart du temps avec des polynômes à coefficients entiers. Rappelez aux élèves la façon de faire pour mettre en facteurs des expressions polynomiales, c'est à dire la mise en évidence du plus grand commun diviseur et la méthode de décomposition (AN5). Dans le présent cours, les élèves devront apprendre à maîtriser la factorisation d'expressions symboliques, y compris les expressions à coefficients rationnels. L'enseignant devra par ailleurs leur fournir l'occasion d'appliquer leurs propres stratégies.

Lorsqu'ils mettront en facteurs des expressions telles que $x^2 + 6x + 8$, les élèves devront se rendre compte que les seuls termes possibles des facteurs binomiaux dans ce cas sont des facteurs de 8. Ainsi, ils verront que $x + 5$, par exemple, ne peut être un facteur de $x^2 + 6x + 8$. En procédant de cette manière, les élèves améliorent leur compétence en matière de factorisation, ce qui leur sera utile plus tard lorsqu'ils auront à résoudre des équations quadratiques par cette méthode.

Les élèves passeront de la factorisation des trinômes et des différences de carrés à la factorisation de polynômes de la forme $a(f(x))^2 + b(f(x)) + c$, $a \neq 0$ et $a^2(f(x))^2 - b^2(g(y))^2$, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Ils s'appliqueront à résoudre ces problèmes par différentes méthodes. Soit qu'ils considèrent l'expression polynomiale comme une seule variable, qu'ils la factorisent en faisant appel aux compétences acquises précédemment et qu'ils complètent l'opération au moyen de la substitution, soit qu'ils développent l'expression, qu'ils regroupent les termes semblables et qu'ils factorisent.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources/Notes
Performance • Pour jouer à un jeu, les élèves, groupés en équipe de deux, se font remettre une planchette de jeu comprenant 25 cases (5 x 5) dans chacune desquelles figure une équation quadratique. Les coéquipiers essaient à tour de rôle de résoudre les équations quadratiques qui figurent sur leur planchette. Le gagnant est celui qui réussit le premier à résoudre trois équations en ligne. (RF1.1, RF1.2)	**Ressource autorisée** ***Mathématiques pré-calcul 11***
Papier et crayon • Demander aux élèves de déterminer deux valeurs de n qui feront en sorte que le polynôme $25b^2 + nb + 49$ soit un trinôme carré parfait. Ils devront ensuite se servir des deux valeurs pour factoriser le trinôme. (RF1.2) • Demander aux élèves d'énumérer les termes possibles des facteurs binomiaux si l'expression $x^2 + bx + 24$ est factorisable. (RF1.3)	**4.2 Résoudre des équations par la factorisation** MÉ: pp.218-233 GE: pp.149-154 FR: 4-3, 4-5
*Entre*vue • Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes : (i) Explique pourquoi $9x^2 – 16y^2$ est factorisable alors que $9x^2 + 16y^2$ ne l'est pas. (RF1.2) (ii) Explique pourquoi $(2x - 3y)^2 \neq 4x^2 - 9y^2$. (RF1.2) • Au dire de Jenny, l'un des facteurs binomiaux qu'elle a obtenus par suite de la factorisation de $x^2 - x - 12$, est $x + 5$. Sans que vous factorisiez le trinôme, expliquez pourquoi l'affirmation de Jenny est erronée. (RF1.3)	

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF1, RF5 Suite ...
Indicateurs de rendement :

RF1.4 *Suite*

RF5.2 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Comparons les deux méthodes en nous servant de l'exemple suivant :

Factoriser : $2(x - 2)^2 + 7(x - 2) + 5$

Substituer $p = x - 2$	Développer $(x - 2)^2$
$2p^2 + 7p + 5$	$2(x-2)(x-2)+7(x-2)+5$
$(2p + 5)(p + 1)$	$2(x^2 - 4x + 4) + 7(x - 2) + 5$
$[2(x - 2) + 5][(x - 2) + 1]$	$2x^2 - 8x + 8 + 7x - 14 + 5$
$(2x - 4 + 5)(x - 2 + 1)$	$2x^2 - 1x - 1$
$(2x + 1)(x - 1)$	$(2x + 1)(x - 1)$

Quelle que soit la méthode employée, rappelez aux élèves l'importance d'utiliser les crochets lorsqu'ils ont recours à la substitution.

Les élèves ont appris à résoudre graphiquement des équations quadratiques en trouvant les abscisses à l'origine. Ils vont maintenant résoudre algébriquement ces équations. Ils examineront différentes stratégies pour trouver les valeurs de la variable pour lesquelles la fonction devient nulle.

Les élèves peuvent résoudre des équations au moyen de la factorisation. Une fois l'équation quadratique factorisée, ils en déterminent les racines en s'appuyant sur la règle du produit nul. Par exemple, si l'on factorise $5x^2 + 14x - 3 = 0$, ou $5x - 1 = 0$ or $x + 3 = 0$. Rappelez aux élèves de substituer la valeur de chaque racine dans l'équation initiale pour voir si l'équation se vérifie.

Présentez aux élèves des exemples où le coefficient b ou c est absent d'une équation quadratique de la forme $ax^2 + bx + c = 0$. Prenez une équation où $c = 0$. Par exemple, pour résoudre $x^2 - 5x = 0$, les élèves peuvent factoriser l'équation sous la forme $x(x - 5) = 0$, puis diviser chaque membre de l'équation par x, ce qui donne une seule solution. Demandez aux élèves si la réponse est bonne et si une racine a été supprimée. Encouragez les à démontrer le bien fondé de leurs réponses à l'aide de la règle du produit nul.

Montrez aux élèves des équations du second degré semblables à $x^2 - 8 = 0$ ou $(x - 2)^2 - 49 = 0$. Pour résoudre ce genre d'équations, ils peuvent isoler le terme du second degré et extraire la racine carrée de chaque membre de l'équation. Rappelez aux élèves qu'il y a deux solutions possibles pour ces équations. En outre, demandez leur de résoudre des équations dont le membre de droite n'est pas zéro (c.à.d., $3x^2 - 4 = x$).

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Entrevue

- Demander aux élèves de trouver un exemple de fonction quadratique qui ne peut être factorisée et d'expliquer leur raisonnement.

(RF1.1, RF1.2, RF1.3, RF1.4)

- Après que les élèves se sont exercés à factoriser les différents types de polynômes, leur demander lesquels, selon eux, ont été le plus faciles à mettre en facteurs et pourquoi, et lesquels leur ont causé le plus de difficultés et pourquoi.

(RF1.1, RF1.2, RF1.3, RF1.4)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de factoriser $4(x + 2)^2 - 9(y + 1)^2$ par deux méthodes différentes, et de dire quelle méthode ils préfèrent et pourquoi.

(RF1.4)

Performance

- L'activité requiert deux séries de cartes de couleur. Sur les cartes de la première série seront inscrites des équations du second degré et sur les cartes de la deuxième série, les solutions correspondantes. Les élèves doivent apparier l'équation et ses solutions.

$x^2 - 2x - 24 = 0$	$x = \frac{5}{2};\ x = 2$	$2x^2 + 5x + 3 = 0$	$x = \frac{3}{2};\ x = -1$
$2x^2 - 5x + 3 = 0$	$2x^2 + 7x + 5 = 0$	$x = -\frac{3}{2};\ x = 1$	$x = 4;\ x = -6$
$x^2 + 2x - 24 = 0$	$2x^2 - 9x + 10 = 0$	$2x^2 - x - 3 = 0$	$x = -4;\ x = 6$
$2x^2 + x - 3 = 0$	$x = -\frac{5}{2}; x = -1$	$x = \frac{3}{2}; x = 1$	$x = -\frac{3}{2}; x = -1$

(RF5.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

4.2 Résoudre des équations par la factorisation

MÉ: pp.218-233
GE: pp.149-154
FR: 4-3, 4-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF5 Suite ...
Indicateurs de rendement :

RF5.2 *Suite*

RF5.3 *Développer la formule quadratique à l'aide du raisonnement déductif.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque les élèves sont en présence d'équations quadratiques non factorisables, ils ont deux possibilités pour résoudre ces équations : compléter le carré ou appliquer la formule quadratique. La technique de la complétion du carré a été exposée dans le module précédent, lorsque les élèves ont appris à transformer une fonction quadratique exprimée sous forme générale en une fonction exprimée sous forme canonique. Ils utiliseront maintenant la même technique pour déterminer les racines d'une équation quadratique exprimée sous forme générale. À cette fin, remettez aux élèves le graphique de la fonction correspondante pour faire ressortir davantage le lien entre les racines de l'équation et les abscisses à l'origine du graphique.

Il est important que les élèves sachent comment s'élabore la formule quadratique avant de l'appliquer aux équations du second degré écrites sous forme générale. Il est recommandé de prendre un exemple numérique avant de passer à la forme générale $ax^2 + bx + c = 0$. Demandez leur de compléter le carré à l'aide d'un exemple comme $3x^2 - 7x + 1 = 0$. Aidez les à effectuer la même opération pour établir la formule quadratique s'appliquant à $ax^2 + bx + c = 0$. Une fois que cette formule a été définie, on peut s'en servir pour trouver les racines d'une équation quadratique écrite sous forme générale.

$$3x^2 - 7x + 1 = 0$$
$$3(x^2 - \tfrac{7}{3}x) + 1 = 0$$
$$3(x^2 - \tfrac{7}{3}x + \tfrac{49}{36}) - \tfrac{49}{12} + 1 = 0$$
$$3(x - \tfrac{7}{6})^2 = \tfrac{49}{12} - 1$$
$$3(x - \tfrac{7}{6})^2 = \tfrac{49}{12} - \tfrac{12}{12}$$
$$3(x - \tfrac{7}{6})^2 = \tfrac{37}{12}$$
$$(x - \tfrac{7}{6})^2 = \tfrac{37}{36}$$
$$x - \tfrac{7}{6} = \pm\tfrac{\sqrt{37}}{6}$$
$$x = \tfrac{7}{6} \pm \tfrac{\sqrt{37}}{6}$$
$$x = \tfrac{7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a(x^2 + \tfrac{b}{a}x) + c = 0$$
$$a(x^2 + \tfrac{b}{a}x + \tfrac{b^2}{4a^2}) - \tfrac{ab^2}{4a^2} + c = 0$$
$$a(x + \tfrac{b}{2a})^2 - \tfrac{b^2}{4a} + c = 0$$
$$a(x + \tfrac{b}{2a})^2 - \tfrac{b^2}{4a} + \tfrac{4ac}{4a} = 0$$
$$a(x + \tfrac{b}{2a})^2 = \tfrac{b^2 - 4ac}{4a}$$
$$(x + \tfrac{b}{2a})^2 = \tfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$
$$x + \tfrac{b}{2a} = \pm\sqrt{\tfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$
$$x + \tfrac{b}{2a} = \pm\tfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = -\tfrac{b}{2a} \pm \tfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \tfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Il se peut que les élèves aient besoin d'aide pour additionner des nombres rationnels ($-\frac{b^2}{4a} + c$) et simplifier des radicaux contenant un radicande variable ($\sqrt{4a^2}$). Nous traiterons ces sujets plus tard dans le cours (voir le module sur les expressions contenant des radicaux et celui sur les expressions contenant des nombres rationnels).

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Pour les besoins du jeu de *bingo quadratique*, on dépose sur le plateau une cinquantaine d'ensembles de solutions possibles pour diverses équations quadratiques. On remet à chaque élève une carte de bingo vierge. Les élèves remplissent au hasard les 24 cases de leur carte en y déposant un ensemble de solutions. Ils sont maintenant prêts à jouer au jeu. L'enseignant présente aux élèves une équation quadratique pour laquelle ils doivent trouver la ou les solutions. Si celle(s)-ci se trouve(nt) sur leur carte, ils marquent la case correspondante. L'enseignant continue de présenter des équations à résoudre jusqu'à ce qu'un élève ait réussi le premier à remplir une rangée, une colonne ou une diagonale sur sa carte.

BINGO				
		Gratuit		

(RF5.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée
Mathématiques pré-calcul 11

4.3 Résoudre des équations en complétant le carré

MÉ: pp.234-243
GE: pp.155-159
FR: 4-3, 4-6

4.4 La formule quadratique

MÉ: pp.244-256
GE: pp.160-165
FR: 4-3, 4-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF5 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF5.4 *Identifier et corriger toute erreur dans une solution d'une équation quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est bon de faire analyser par les élèves des solutions contenant des erreurs. L'enseignant fournira aux élèves des solutions détaillées d'équations quadratiques qui contiennent ou non des erreurs. Les élèves devront repérer l'erreur, s'il y a lieu, et donner la bonne solution en expliquant pourquoi et comment l'erreur s'est produite. Voilà pourquoi il est important de consigner la démarche qui a permis d'arriver à la solution au lieu de se contenter de donner la réponse finale.

Voici des erreurs que les élèves commettent fréquemment lorsqu'ils travaillent avec la formule quadratique :

- Appliquer la formule quadratique à une équation qui n'est pas écrite dans sa forme générale.
- Utiliser $x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ la formule plutôt que la forme correcte de la formule quadratique.
- Faire des calculs erronés lorsque b prend une valeur négative :
  - (i) Si b = -2 alors -b = -(-2) = -2
  - (ii) Si b = -2 alors $b^2 = -2^2 = -4$
- Simplifier incorrectement au moment d'appliquer la formule quadratique.
  - (i) $\frac{8\pm\sqrt{5}}{2} = 4 \pm \sqrt{5}$
  - (ii) $\frac{2+4\sqrt{5}}{2} = \pm 2\sqrt{5}$
- Ne pas reconnaître que le symbole ± signifie qu'il y a deux solutions. [Proposez aux élèves de travailler séparément les deux solutions, c-à-d. de faire les calculs pour la solution positive puis les calculs pour la solution négative.]

RF5.5 *Choisir une méthode pour résoudre une équation quadratique, en justifier le choix et vérifier la solution.*

En appliquant les différentes méthodes de résolution des équations quadratiques, les élèves vont se rendre compte qu'il y a des méthodes plus efficaces que d'autres selon les circonstances. Le choix de la méthode utilisée pour résoudre une équation du second degré dépendra de la forme sous laquelle se présente l'équation.

RF5.6 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment le discriminant peut être utilisé pour déterminer si une équation quadratique a deux, une ou n'a aucune racine réelle et l'associer au graphique de la fonction quadratique correspondante.*

Les élèves peuvent résoudre graphiquement et algébriquement des équations quadratiques. Peu importe la méthode qu'ils utilisent pour résoudre une équation, ils doivent être capables de reconnaître que la solution algébrique coïncide avec les abscisses à l'origine du graphique. Dans le module précédent, où des fonctions étaient exprimées sous la forme $y = a(x - p)^2 + q$, les élèves ont étudié l'effet des valeurs de a et de q sur le nombre de points d'intersection avec l'axe des x. Ils vont maintenant examiner la même question en résolvant des équations au moyen de la formule quadratique.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de déterminer la méthode la plus efficace (c.à.d., calcul de la racine carrée, factorisation, complétion du carré, formule quadratique, illustration graphique de la fonction correspondante) pour résoudre chacune des équations ci-dessous, et leur demander de justifier leur choix.

  (i) $(x + 2)^2 - 1 = 15$
  (ii) $49x^2 - 64 = 0$
  (iii) $3x^2 - 11x + 6 = 0$
  (iv) $x^2 - 10x - 24 = 0$
  (v) $3x^2 + 8x + 7 = 0$

  (RF5.5)

- Étant donné l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$, demander aux élèves quelles relations doivent se vérifier en ce qui a trait aux coefficients a, b et c pour que l'équation ait :

  i) deux racines réelles différentes
  ii) deux racines réelles égales
  iii) aucune racine réelle

  (RF5.6)

Observation

- Marie, David et Ronald forment une équipe d'élèves. On leur donne l'équation $A = x^2 + 3x - 110$ où A désigne l'aire d'un terrain et x, la largeur du terrain en mètres. L'équipe doit trouver la largeur si l'aire est de 100 m^2. Les membres de l'équipe ont décidé de résoudre l'équation individuellement en utilisant la méthode de leur choix. Voici leurs solutions respectives :

Marie

$x^2 + 3x - 110 = 100$

$x^2 + 3x - 210 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - (4)(1)(-210)}}{2}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{-831}}{2}$

$x = \frac{3 \pm 28{,}827}{2}$

$x = 15{,}9$ ou $x = -12{,}9$

la largeur du terrain est de 15,9 m

David

$x^2 + 3x - 110 = 100$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$(x + 5)(x - 3) = 0$

$x = -5$ ou $x = 3$

la largeur du terrain est de 3 m

Ron

$x^2 + 3x - 110 = 0$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - (4)(1)(-110)}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 440}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{449}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm 21{,}2}{2}$

$x = 9{,}1$ ou $x = -12{,}1$

la largeur du terrain est de 9,1 m

Demander aux élèves de repérer et d'expliquer les erreurs contenues dans les calculs ci-dessus, s'il y a lieu. Ils devront par la suite écrire la bonne solution.

(RF5.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

4.4 La formule quadratique

MÉ: pp.244-256
GE: pp.160-165
FR: 4-3, 4-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF5 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF5.6 *Suite*

RF5.7 *Résoudre un problème en :*

- *analysant une équation quadratique;*
- *déterminant et analysant l'équation quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque les élèves utiliseront la formule quadratique pour trouver les racines d'une équation du second degré, ils pourraient être appelés à trouver la racine carrée de carrés qui ne sont pas parfaits et de nombres négatifs. Il est important que les élèves fassent la distinction entre une solution exacte et une solution approximative.

Bien que ce cours n'ait pas pour objectif de présenter le système des nombres imaginaires aux élèves, ces derniers doivent comprendre que la racine carrée d'un nombre négatif n'admet pas de solution réelle. L'enseignant pourra donc discuter avec les élèves des conditions pour que la formule quadratique donne deux racines réelles, une racine réelle ou encore, qu'elle n'admette aucune solution.

Demandez aux élèves de résoudre les équations ci-dessous à l'aide de la formule quadratique :

A: $2x^2 + 10x + 3 = 0$

B: $x^2 + 6x + 9 = 0$

C: $2x^2 + 3x + 5 = 0$

Pendant que l'enseignant observe le travail des élèves, il leur pose les questions suivantes pour favoriser la discussion :

- Quelle est la valeur de l'expression sous le radical dans chacune des équations? Qu'en déduisez-vous au sujet des racines de l'équation?
- Quel lien peut-on faire entre la valeur de $b^2 - 4ac$ et le nombre de racines réelles d'une équation?
- Quelles valeurs de $b^2 - 4ac$ pourraient donner lieu à des réponses approximatives?

Les équations quadratiques peuvent servir à modéliser toute une gamme de situations, comme la trajectoire d'un projectile, ou des problèmes géométriques présentés sous forme d'énoncés. Présentez aux élèves des exemples de problèmes modélisés où il faut résoudre une équation du second degré puis interpréter la solution.

Exemple :

- Une pelouse rectangulaire de 8 m sur 4 m est entourée d'une bordure de fleurs d'une largeur uniforme. L'aire combinée de la pelouse et de la bordure de fleurs est de 165 m^2. Quelle est la largeur de la bordure de fleurs?

Il est important que les élèves soient conscients du fait que le contexte du problème révèle si des racines sont à exclure. Discutez avec les élèves de différents scénarios où certaines racines doivent être exclues. Par exemple, dans le cas de variables comme le temps, la hauteur ou la longueur, une valeur négative serait insensée. Toutefois, une température peut être positive ou négative.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Lorsqu'on a demandé à Chantal de déterminer les racines de l'équation $14x^2 - 5x = -5$, elle a réorganisé l'équation de manière à ce que le membre de droite soit zéro, puis elle a déterminé les racines au moyen de la formule quadratique. Ses calculs sont indiqués ci-dessous. De son côté, Édouard affirme que le cheminement de Chantal est inutilement long et il expose à la classe sa propre démarche, reproduite ci-dessous. Demandez aux élèves si Chantal et Édouard sont corrects. Les élèves doivent identifier leur méthode préférée et expliquer leur raisonnement.

Chantal	Édouard
$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 280}}{28}$	$b^2 - 4ac$
$x = \frac{5 \pm \sqrt{-255}}{28}$	$= 25 - 280$
	$= -255$
aucune racine réelle	aucune racine réelle

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  - (i) Quelles valeurs de t font en sorte que $x^2 + tx + t + 3 = 0$ possède une racine réelle? (RF5.6)
  - (ii) Montrez que si l'équation quadratique $px^2 + (2p + 1)x + p = 0$ possède deux racines réelles différentes, alors $4p + 1 > 0$. (RF5.6)
  - (iii) Supposons que a, b et c sont des nombres réels. Combien de fois la courbe de la fonction $y = ax^2 + bx + c$, croisera-t-elle l'axe des x si le discriminant de $ax^2 + bx + c = 0$ est
    - a) positif?
    - b) nul?
    - c) négatif?

    (RF5.6)
  - (iv) Créez des équations quadratiques qui possèdent a) deux racines différentes, b) deux racines égales, et c) aucune racine réelle. Expliquez votre raisonnement. (RF5.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

4.4 La formule quadratique

MÉ: pp.244-256
GE: pp.160-165
FR: 4-3, 4-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF5 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF5.7 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsque vous modélisez des situations devant la classe, insistez sur le fait qu'il faut parfois définir des restrictions pour la variable indépendante de la fonction. Si la valeur calculée ne se situe pas dans le domaine défini, alors il ne s'agit pas d'une solution au problème. Voici un exemple de problème où le domaine doit être limité :

- À 3 m du sol, une balle de baseball est lancée dans les airs. La balle atteint une hauteur maximale de 8 m en 2 secondes. Après combien de temps la balle touchera-t-elle le sol?

Dans cet exemple, l'équation quadratique ne modélise que la trajectoire de la balle entre le moment où elle quitte la main de celui qui la lance et le moment où elle touche pour la première fois le sol. L'équation quadratique produit deux solutions possibles, dont une négative qui représenterait un point dans le temps avant que la balle ne soit lancée. Par conséquent, la restriction du domaine fait en sorte que la solution négative est à exclure, puisque le temps ne peut avoir une valeur négative, et seule une solution positive est acceptée.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- À 11 m du sol, une balle de baseball est lancée en l'air par la fenêtre d'un immeuble. La balle atteint une hauteur maximale de 36 m en 5 secondes.
  - (i) Écris une équation quadratique qui modélise la situation.
  - (ii) Trois cibles sont placées à différents endroits au sol : la première à (10,0), la deuxième à (11,0) et la dernière à (12,0). Quelle cible la balle touchera-t-elle? Explique comment tu es parvenu à cette réponse.

  (RF5.7)

- Demander aux élèves de trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme de leurs carrés est 265.

  (RF5.7)

- La trajectoire d'un plongeur qui saute d'une plate-forme est représentée par l'équation $d = -5t^2 + 10t + 20$, où d correspond à la distance avant de toucher l'eau (en pieds) et t désigne le temps écoulé depuis l'amorce du plongeon (en secondes).
  - (i) À quelle hauteur se situe la plate-forme de plongeon?
  - (ii) Après combien de secondes le plongeur est-il à 25 pieds au-dessus de l'eau?
  - (iii) Quand le plongeur touche-t-il l'eau?

  (RF5.7)

- Demander aux élèves de choisir un énoncé de problème quadratique parmi ceux qui figurent dans leurs notes ou parmi ceux qu'ils ont résolus lors d'activités en groupe, et de s'en inspirer pour créer un nouvel énoncé (les inviter à prendre un exemple de la vie courante qui les intéresse particulièrement). Les élèves consignent la réponse sur une feuille séparée et présentent leur problème à un autre élève, qui tentera de le résoudre.

  (RF5.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

4.4 La formule quadratique

MÉ: pp.244-256
GE: pp.160-165
FR: 4-3, 4-7

Expressions et équations contenant des radicaux

Durée suggérée: 13 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves simplifieront des expressions comportant des radicaux et effectueront les quatre opérations sur ces expressions (addition, soustraction, multiplication et division). Lorsqu'ils effectueront une opération comportant une division, les élèves devront rationaliser les dénominateurs contenant des radicaux. Ils auront aussi à déceler, dans les expressions comportant un radical, les restrictions sur les valeurs des variables qui sont des nombres réels.

Les élèves résoudront des problèmes qui comportent des équations contenant des radicaux, limités aux racines carrées, et ils relèveront les racines étrangères.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

RAS AN2

Résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques.

RAS AN3

Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées.

Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Algèbre et nombre	Algèbre et nombre	Relations et fonctions
AN2 Démontrer une compréhension de nombre irrationnel en : • représentant, identifiant et simplifiant des nombres irrationnels ; • ordonnant des nombres irrationnels. [CE, L, R, V]	AN2 Résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques. [CE, L, R, RP] AN3 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées). [C, R, RP]	RF12 Tracer le graphique et analyser des fonctions racine (limitées à des fonctions ne contenant qu'un radical). [L, R, T, V]

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN2 Résoudre des problèmes comportant des opérations impliquant des radicaux numériques et algébriques.

[L, CE, RP, R]

Indicateurs de rendement :

AN2.1 *Comparer et ordonner des expressions comportant des radicaux numériques d'un ensemble donné.*

AN2.2 *Exprimer, sous forme entière, un radical numérique donné sous forme composé (mixte).*

AN2.3 *Exprimer, sous forme composée (mixte), un radical numérique donné sous forme entière.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont appris à déterminer la racine carrée d'un carré parfait et ont travaillé avec des points de repère pour calculer les racines carrées approximatives des nombres rationnels qui ne sont pas des carrés parfaits (9N5, 9N6). Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont travaillé avec des radicaux sous forme composée et sous forme entière, limités aux radicandes numériques (AN2). La notation $\sqrt[n]{x}$ a été introduite, lorsque l'indice du radical était 5 au maximum.

Dans le présent module, les élèves simplifieront les expressions comportant des radicaux avec radicandes numériques et variables puis additionneront, soustrairont, multiplieront et diviseront ces expressions. Lorsqu'il y a une division, ils se limiteront aux dénominateurs qui sont des monômes ou des binômes. Ils détermineront également les valeurs de la variable pour lesquelles l'expression comportant un radical est définie.

Les élèves mettront en application la théorie des radicaux pour résoudre des équations comprenant des expressions contenant des radicaux. Les solutions seront vérifiées au moyen de la méthode par substitution et la question des racines étrangères sera étudiée.

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont exprimé un radical soit sous forme composée soit sous forme entière, avec des radicandes numériques. Révisez ce concept avec les élèves et insistez pour qu'ils comprennent que les radicandes peuvent se comparer lorsque les radicaux ont le même indice. Il est utile de savoir convertir, sous forme entière, le radical donné sous forme composée, afin de pouvoir l'ordonner et l'estimer sans recourir à la technologie. Demandez aux élèves de déterminer, dans le cas de deux triangles rectangles par exemple, l'hypoténuse la plus longue, $3\sqrt{5}$ ou $4\sqrt{3}$. Bien entendu, les élèves pourraient utiliser une calculatrice pour trouver la longueur approximative, néanmoins, ici il convient de réécrire les radicaux numériques dans les formes équivalentes et d'effectuer une comparaison.

Une partie du présent module consiste à réviser les sujets enseignés dans le cours de Mathématiques 1231, à l'exception de l'introduction aux racines secondaires (négatives). Veuillez consulter le module Racines et Puissances du cours de Mathématiques 1231 pour avoir de plus amples renseignements sur les stratégies d'enseignement et les erreurs courantes des élèves (AN2.6, AN2.7, AN2.8).

Les élèves doivent avoir déjà certaines notions des racines carrées principales et secondaires. Les élèves doivent pouvoir reconnaître que chaque nombre positif a deux racines. Par exemple, la racine carrée de 49 est 7 étant donné que $7^2 = 49$. Parallèlement, $(-7)^2 = 49$ donc -7 est également une racine carrée de 49. Les élèves apprendront que $\sqrt{49} = 7$ représente la racine carrée principale et que $-\sqrt{49} = -7$ représente la racine carrée secondaire. Les élèves doivent comparer les racines carrées principales et secondaires, néanmoins il est tout aussi important qu'ils comprennent pourquoi il convient de n'utiliser que la racine carrée principale dans certaines situations. Par exemple, si les élèves utilisent le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, ils savent que la racine carrée doit être positive, étant donné qu'une longueur est toujours un nombre positif.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Performance

- Tracer une ligne d'un bout à l'autre du tableau blanc pour représenter une droite numérique graduée. Remettre à chaque élève une fiche sur laquelle figure une expression contenant un radical sous forme composée ou sous forme entière. Leur demander de coller leur fiche sur la droite numérique. Les élèves doivent être en mesure d'expliquer pourquoi ils ont placé la fiche à cet endroit.

  (AN2.1, AN2.2 AN2.3)

- Remettre un jeu de fiches à chaque groupe (composé de 3 ou 4 élèves). Chaque fiche présente un radical sous forme composée différent. Le groupe doit trier les fiches selon l'ordre décroissant de la valeur. L'équipe gagnante est celle qui parvient la première à trier les fiches dans le bon ordre.

  (AN2.1, AN2.2 AN2.3)

- Les élèves peuvent jouer au *Jeu d'appariement des radicaux* par groupes de deux. Donner aux élèves un jeu de fiches contenant des paires qui présentent un nombre équivalent de radicaux sous forme composée et de radicaux sous forme entière. Toutes les fiches doivent être placées face cachée sur la table. Le premier élève retourne deux des fiches à la recherche d'une paire. S'il obtient une paire, il enlève les fiches et ainsi de suite. Si les fiches retournées ne forment pas une paire, c'est le tour de l'autre joueur. Le gagnant est le joueur ayant le plus grand nombre de paires à la fin du jeu.

  (AN2.1, AN2.2 AN2.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.1 Les radicaux

Manuel de l'élève (MÉ): pp.272-281
Guide d'enseignement (GE): pp.179-185
Feuille à reproduire (FR): 5-3, 5-4

Lien Internet

On peut trouver l'information sur les racines et puissances dans le Programme d'études - Mathématiques 1231 à l'adresse suivante :

www.ed.gov.nl.ca/edu/k12/french/languepremiere/math/index.html

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.4 *Expliquer à l'aide d'exemples, que* $(-x)^2 = x^2$, $\sqrt{x^2} = |x|$ *et* $\sqrt{x^2} \neq \pm x$ *; ex. :* $\sqrt{9} \neq \pm 3$.

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsqu'on demande aux élèves de simplifier $\sqrt{x^2}$, ils peuvent au début conclure que $\sqrt{x^2} = x$. Amorcez la discussion à l'aide des questions suivantes :

- Cela se produit-il avec toutes les valeurs positives de x?
- Cela se produit-il avec toutes les valeurs négatives de x?

Demandez aux élèves de simplifier $\sqrt{(-5)^2}$. Voici un modèle de réponse que peut donner l'élève :

$\sqrt{(-5)^2} = (-5)^{\frac{2}{2}} = (-5)^1 = -5$	$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

Il s'agit d'une occasion de discuter de la réponse correcte lorsque la valeur de x est négative. Certains élèves peuvent disconvenir que la réponse fournie dans la colonne 1 ci-dessus ne soit pas correcte. Il importe que les élèves reconnaissent que, lorsque *a* est un nombre négatif $a^{\frac{m}{n}}$ n'est pas défini, car ce n'est pas toujours possible de définir de telles expressions. Les élèves peuvent comparer cette valeur lorsque *n* est un nombre pair ou lorsque *n* est un nombre impair (c. à d., $(-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$ est non défini dans l'ensemble des nombres réels, mais $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8}$ est défini).

Il s'agit d'une belle occasion de discuter de la réponse correcte lorsque la valeur de *x* est négative. Bien qu'habituellement les élèves remplacent $\sqrt{x^2}$ par x, ils doivent reconnaître que cette façon de faire est correcte lorsque $x \geq 0$. Ils doivent également comprendre que $\sqrt{x^2}$ est équivalent à $-x$ lorsque $x \leq 0$. Prenons l'exemple suivant :

Lorsque $x = 4$:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(4)^2}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$
$$\sqrt{x^2} = 4$$
$$\therefore \sqrt{x^2} = x$$

Lorsque $x = -4$:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$
$$\sqrt{x^2} = 4$$
$$\sqrt{x^2} = -x$$
$$\therefore \sqrt{x^2} \neq x$$

Il importe de présenter le concept de la valeur absolue aux élèves à ce stade, même si ce thème sera traité plus en profondeur ultérieurement dans le cadre du cours. On doit s'assurer que les élèves comprennent bien que le symbole de la valeur absolue produit un résultat toujours positif, c. à d. la racine carrée principale. Ainsi, $\sqrt{x^2} = |x|$. Une fois cette notion établie, les élèves peuvent présumer, par souci de simplification, que toutes les variables sont positives. Donc, $\sqrt{x^2} = x$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de répondre à ce qui suit :
  (i) Votre ami a déclaré que puisque $3^2 = 9$ et que $(-3)^2 = 9$, $\sqrt{x^2}$ est toujours $\pm x$. Utilisez des exemples précis pour montrer si vous êtes d'accord ou en désaccord avec cet énoncé.

  (AN2.4)

  (ii) Expliquez pourquoi $(-16)^{\frac{1}{2}}$ est non défini, tandis que $(-64)^{\frac{1}{3}}$ est défini dans l'ensemble des nombres réels.

  (AN2.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.1 Les radicaux

MÉ: pp.272-281
GE: pp.179-185
FR: 5-3, 5-4

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.5 *Identifier les valeurs de la variable pour lesquelles un radical algébrique donné est défini.*

AN2.6 *Exprimer, sous forme entière, un radical numérique donné sous forme composée (mixte).*

AN2.7 *Exprimer, sous forme composé (mixte), un radical numérique donné sous forme entière.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appris à simplifier les radicaux contenant des radicandes numériques. Ils ont également appris à déterminer le domaine de diverses fonctions (RF1). Ici ils apprendront pour la première fois à simplifier des expressions comportant des radicandes variables. Ils formuleront les restrictions sur la variable puis écriront l'expression dans sa forme la plus simple.

Les élèves doivent pouvoir reconnaître que les racines carrées des nombres non négatifs sont définies dans l'ensemble des nombres réels. Rappelez ce concept aux élèves en utilisant n'importe quel nombre des exemples numériques tels que $\sqrt{4} = 2$ sans que $\sqrt{-4}$ ne soit défini. Présenter aux élèves des exemples semblables à $\sqrt{16}, \sqrt[4]{-81}, \sqrt[3]{-27}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[6]{-64}$. Les élèves doivent savoir que si un radical a un indice pair, le radicande doit être non négatif. Si un radical a un indice impair, le radicande peut être n'importe quel nombre réel, y compris un nombre négatif.

Une discussion pourrait s'ensuivre au sujet de ce qui se produit lorsque le radicande est variable, par exemple $\sqrt{x}$. Insistez sur le concept selon lequel le domaine de définition d'une fonction racine carrée se limite aux valeurs pour lesquelles la fonction a un sens. Utilisez des exemples permettant aux élèves de déceler de façon intuitive les expressions variables qui sont des radicandes, puis amenez les à résoudre algébriquement une inégalité. Même si les élèves ont résolu des inégalités en 9e année (9RR4), il pourrait être nécessaire de revoir les diverses règles à suivre pour résoudre les inégalités.

Les élèves devront représenter, sous forme composée, un radical donné sous forme entière contenant une variable, puis passeront aux variables multiples. Ils s'y prendront aussi à rebours et exprimeront, sous forme entière, un radical donné sous forme composée contenant une variable. Lorsqu'ils simplifieront l'expression $\sqrt[4]{x^7}$, par exemple, les élèves pourront la reformuler ainsi : $\sqrt[4]{x^4x^3} = x\sqrt[4]{x^3}$. Pour que le radical représente un nombre réel, $x \geq 0$ car l'indice est un nombre réel. Lorsque $2x\sqrt[3]{5x^2}$ constitue un radical entier, la variable x dans l'expression $\sqrt[3]{2^3x^35x^2}$ peut être n'importe quel nombre réel, puisque l'indice du radical est un nombre impair.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Observation

- Demander aux élèves de compléter le tableau et de faire des prédictions sur les restrictions de chaque variable.

x	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$		$\sqrt{x-1}$	$\sqrt{x+1}$	$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$	$\frac{1}{\sqrt{x+1}}$
-3								
-2								
-1								
0								
1								
2								
3								

Pendant que les élèves travaillent, poser les questions suivantes afin d'encourager la discussion :

i) Quelles sont les valeurs de x qui étaient non définies? Quelles sont les valeurs de x qui étaient définies?

ii) La restriction est-elle différente si l'expression comportant un radical est dans le dénominateur?

iii) Comment la résolution des inégalités pourrait-elle servir à déterminer la restriction?

(AN2.5)

Performance

- Pour l'activité suivante, remettre aux élèves une question avec choix de réponses où ils devront représenter, sous forme composée, un radical donné sous forme entière comportant un radicande variable, et vice versa. Chaque élève, gardant l'anonymat, consigne sa réponse sur un papillon adhésif qui est remis à l'enseignant. L'enseignant ou un élève dispose les feuillets auto adhésifs sur le mur ou le tableau blanc, sous forme de diagramme à barres représentant les différentes réponses des élèves. Amorcer une discussion sur les raisons pour lesquelles les élèves ont donné ces réponses.

(AN2.6, AN2.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.1 Les radicaux

MÉ: pp.272-281
GE: pp.179-185
FR: 5-3, 5-4

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.8 *Effectuer une ou plusieurs opérations pour simplifier des expressions contenant des radicaux numériques ou algébriques.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent additionner et soustraire des radicaux qui contiennent des radicandes numériques et variables avant de passer à la multiplication et à la division.

On pourrait commencer en demandant aux élèves d'additionner $2x + 3x$. Utilisez des questions orientées du genre suivant :

- Sur quel principe se fonde l'addition des monômes?
- Dans quelle mesure cette expression est-elle semblable à $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$?
- Quels sont les radicaux semblables?
- Comment ce processus peut-il être appliqué aux radicaux?

Pour les élèves, l'objectif est de comprendre que l'addition et la soustraction d'expressions comportant des radicaux sont comparables à la combinaison d'expressions variables avec des termes semblables. Il est nécessaire que le radical ait le même indice et le même radicande. Les élèves peuvent ensuite appliquer les mêmes stratégies aux indices autres que 2.

La propriété distributive peut aussi s'appliquer à la simplification de sommes et de différences d'expressions comportant des radicaux. Demandez aux élèves la démarche à suivre pour exprimer $2x + 3x$ dans une autre forme, à savoir $(2 + 3)x$. Par analogie, $2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ peut être exprimée comme $(2+3)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$. Ce serait une bonne occasion de vérifier si les élèves ont bien compris en leur demandant d'exprimer $-4\sqrt{3}$ comme la somme de deux radicaux semblables.

Il est important pour les élèves de prendre conscience que, même dans le cas des additions ou des soustractions de radicaux semblables, il est parfois possible de simplifier encore davantage la solution. Lorsqu'on soustrait l'expression $3\sqrt{8} - 7\sqrt{8}$, par exemple, la solution, $-4\sqrt{8}$ peut être simplifiée à $-8\sqrt{2}$. Ce serait une bonne habitude de simplifier le radical avant de combiner des termes semblables. C'est particulièrement utile lorsqu'on travaille avec des radicandes numériques élevés. On devrait également présenter aux élèves des exemples comme $2\sqrt{18} + 3\sqrt{50} - 5\sqrt{2}$ ou $4\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-45} - \sqrt[3]{2}$, où il est nécessaire de simplifier un ou plusieurs radicaux afin d'effectuer les opérations d'addition ou de soustraction.

Il se produit des erreurs courantes lorsqu'on additionne ou soustrait des radicaux. Par exemple, lorsqu'on demande aux élèves d'additionner $4 + 2\sqrt{3}$, certains pourraient écrire $6\sqrt{3}$. On devrait encourager les élèves à vérifier leur réponse en exprimant la somme/différence à l'aide de la propriété distributive. Une autre erreur courante consiste à appliquer de manière incorrecte aux radicandes les opérations d'addition et de soustraction. La valeur de $31\sqrt{3} + 17\sqrt{3}$, par exemple n'est pas égale à $48\sqrt{6}$ Cette erreur se produit plus souvent lorsqu'on commence à enseigner aux élèves la multiplication des radicaux.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- La tension V nécessaire pour un circuit est exprimée par $V = \sqrt{PR}$ où P est la puissance en watts et R la résistance en ohms. Combien de volts de plus faut-il pour allumer une ampoule de 100 watts plutôt qu'une ampoule de 75 watts si la résistance est 100 ohms pour les deux? Les élèves doivent résoudre le problème de façon exacte et approximative.

(AN2.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.1 Les radicaux

MÉ: pp.272-281
GE: pp.179-185
FR: 5-3, 5-4

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.8 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

L'apprentissage des élèves se poursuivra avec l'addition et la soustraction d'expressions comportant des radicandes variables. Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- Dans quelle mesure l'addition et la soustraction d'expressions algébriques comportant des radicaux sont semblables à l'addition et la soustraction d'expressions numériques avec des radicaux? Utilisez des exemples semblables à $\sqrt{8x^3} - 4\sqrt{2x}$ où $x \geq 0$, et $-2\sqrt[3]{16x^4} + 5x\sqrt[3]{54x}$ et $2\sqrt{45} - 6\sqrt{20}$ pour expliquer votre raisonnement.
- Quelle stratégie avez vous utilisée?

Tout comme pour l'addition et la soustraction de radicaux, les élèves multiplieront et diviseront les radicaux en commençant par les radicandes numériques. Pour démontrer la propriété de multiplication des radicaux, revoyez la relation entre un radical et une puissance avec des exposants rationnels.
$3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = (3 \times 5)^{\frac{1}{2}} = 15^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appris à appliquer les lois des exposants aux exposants rationnels (AN3).
Encouragez les élèves à chercher une régularité en utilisant plusieurs exemples. La propriété multiplicative des radicaux peut ensuite être présentée aux élèves, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ lorsque $a \geq 0$ et $b \geq 0$. Cette propriété peut aussi servir à analyser pourquoi deux radicaux ayant le même indice peuvent être multipliés. Bien que cette propriété ait été abordée avec les élèves dans le cours de Mathématiques 1231, elle a été utilisée exclusivement pour exprimer un radical en tant que radical sous forme composée ou entière (AN2).

Les élèves devraient avoir l'occasion d'approfondir davantage la règle du produit pour les radicaux (c. à d. $c\sqrt{a} \times d\sqrt{b} = cd\sqrt{ab}$) et la propriété commutative de la multiplication. Demandez-leur de réécrire l'expression $2(3^{\frac{1}{2}}) \times 5(6^{\frac{1}{2}})$ ½) en utilisant les radicaux pour généraliser une régularité. Le cheminement des élèves peut varier, mais le résultat devrait être le même. Prenons l'exemple suivant :

$2(3^{\frac{1}{2}}) \times 5(6^{\frac{1}{2}})$	$2(\sqrt{3}) \times 5(\sqrt{6})$
$(2 \times 5)(3^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}})$	$(2 \times 5)\left(\sqrt{3} \times \sqrt{6}\right)$
$(10)(3 \times 6)^{\frac{1}{2}}$	$(10)\left(\sqrt{3 \times 6}\right)$
$10(18)^{\frac{1}{2}}$	$10\sqrt{18}$

Les élèves seront aussi exposés à des exemples dans lesquels l'indice n'est pas 2. Il faudrait leur présenter la règle $c\sqrt[n]{a} \times d\sqrt[n]{b} = cd\sqrt[n]{ab}$, où n est un nombre naturel et c, d, a et b sont des nombres réels. Ils devraient comprendre que si n est un nombre pair, $a \geq 0$ and $b \geq 0$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Performance

- Créer, dans la salle de classe, des postes de travail contenant des solutions de simplification d'expressions avec des radicaux comportant des radicandes numériques ou variables. Les élèves participeront à une activité carrousel dans laquelle on leur demandera de se déplacer d'un poste de travail à l'autre pour relever et corriger les erreurs. En voici quelques modèles :

  (i) $25\sqrt{5} + 13\sqrt{5}$

  $= 38\sqrt{10}$

  (ii) $\sqrt{18x^3} + 2\sqrt{8x^3}$

  $= 3\sqrt{2x^3} + 4\sqrt{2x^3}$

  $= 7\sqrt{4x^6}$

  $= 14x^3$

(AN2.8)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier chacune des expressions suivantes :

  (i) $2\sqrt{18} + 9\sqrt{7} - \sqrt{63}$

  (ii) $6\sqrt{32x^3} - 5\sqrt{8x^3} + 3\sqrt{2x^3}$

  (iii) $-5\sqrt[3]{256x} + \sqrt[3]{192x^4}$

(AN2.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.1 Les radicaux

MÉ: pp.272-281
GE: pp.179-185
FR: 5-3, 5-4

5.2 Multiplier et diviser des expressions contenant des radicaux

MÉ: pp.282-293
GE: pp.186-193
FR: 5-3, 5-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.8 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dites aux élèves qu'ils risquent moins de commettre des erreurs de simplification s'ils simplifient les radicaux avant de les multiplier. Vous pourriez utiliser un exemple comme celui-ci pour illustrer les deux méthodes :

Multiplier d'abord : $\sqrt{80} \times \sqrt{12} = \sqrt{960} = 8\sqrt{15}$

Simplifier d'abord : $\sqrt{80} \times \sqrt{12} = 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{15}$

Demandez aux élèves laquelle des deux méthodes ils préfèrent et pourquoi.

Les élèves multiplieront également des radicaux en se servant de la propriété distributive. Il peut être utile de parcourir avec eux les similarités entre la multiplication d'expressions comportant des radicaux et la multiplication de polynômes.

Afin d'éviter des erreurs courantes, il serait bien de renforcer chez les élèves les notions de propriété commutative et de propriété associative de la multiplication. Par exemple, en multipliant $\sqrt{5} \times 3$, certains élèves pourraient écrire $\sqrt{15}$. Ils peuvent comprendre leur erreur s'ils appliquent la propriété commutative pour réécrire l'expression comme $3\sqrt{5}$. Une autre erreur se produit lorsqu'on demande aux élèves de multiplier une expression telle que $3\sqrt{5} \times \sqrt{6}$ et qu'ils obtiennent comme résultat $\sqrt{90}$. Cette erreur peut être évitée si la propriété associative est utilisée pour réordonner l'expression sous la forme $3\left(\sqrt{5} \times \sqrt{6}\right) = 3\sqrt{30}$.

Les élèves apprendront l'analogie qu'il y a entre la multiplication et la division d'expressions algébriques contenant des radicaux et la multiplication et la division d'expressions numériques avec des radicaux. Demandez leur d'examiner des exemples tels que $-4\sqrt{12} \times -2\sqrt{18}$ et $(-4\sqrt{x}) \times (-2\sqrt{x^2})$ où $x \geq 0$, et $(-4\sqrt[3]{x}) \times (-2\sqrt[3]{x^2})$ pour expliquer leur raisonnement.

- Quelle stratégie avez-vous utilisée?
- Quand est-il nécessaire d'utiliser la propriété distributive pour multiplier des expressions qui contiennent des radicaux? Créez un exemple et donnez la solution.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier chacune des expressions suivantes :

  (i) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2$

  (ii) $(3\sqrt{8}-4)(2+7\sqrt{3})$

  (iii) $(\sqrt{20}+\sqrt{24})(3\sqrt{12}-5\sqrt{32})$

  (iv) $-2\sqrt[3]{12}(4\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{9})$

  (v) $(-3\sqrt{x})(6\sqrt{x^3})$

  (vi) $(3\sqrt{x}+2)(3-5\sqrt{x})$

(AN2.8)

Performance

- Demander aux élèves de participer à un jeu. Remettre aux élèves un problème avec choix de réponses, tel qu'il est indiqué ci-dessous. Ils doivent, tout en gardant l'anonymat, choisir une réponse et justifier leur choix. Puis ils froisseront leur solution en une boule de papier qu'ils lanceront dans un panier. Une fois toutes les boules de papier dans le panier, demander aux élèves d'en piger une et de se rendre au coin de la classe correspondant à la réponse qu'ils avaient choisie. Dans leurs coins respectifs, ils devront discuter des similarités ou des différences que renferment les explications fournies puis faire une présentation devant la classe.

> Exprimez $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ dans sa forme la plus simple.
>
> (A) 1
> (B) $5-2\sqrt{6}$
> (C) $1-2\sqrt{3}$
> (D) 5
>
> Expliquez votre raisonnement :

(AN2.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.2 Multiplier et diviser des expressions contenant des radicaux

MÉ: pp.282-293
GE: pp.186-193
FR: 5-3, 5-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.9 *Rationaliser le dénominateur d'une expression rationnelle dont le dénominateur comprend des monômes ou des binômes.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

La division des radicaux et la rationalisation des dénominateurs sont des concepts nouveaux pour les élèves. Le dénominateur peut être un monôme ou un binôme.

Les règles des exposants devraient être intégrées dans le cours lorsqu'on aborde la division des radicaux. Par exemple :

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \qquad \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$$

Demandez aux élèves de prévoir la règle lorsqu'ils divisent des radicaux. Au moyen des exemples, insistez sur le fait qu'ils peuvent seulement diviser les radicaux qui ont le même indice. Les élèves doivent pouvoir reconnaître que selon la règle du quotient des radicaux, la racine n^{e} d'un quotient est égale au quotient de la racine n^{e}. Autrement dit, $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ où n est un nombre naturel, a et b sont des nombres réels, et $b \neq 0$. Rappelez aux élèves que si n est pair, $a \geq 0$ et $b > 0$.
On devrait aborder avec les élèves divers cas de simplification des radicaux contenant des fractions. En voici quelques exemples :

$$\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} \qquad \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2} \qquad \sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

Pendant que les élèves simplifient des radicaux de ce genre, ils doivent se poser les questions suivantes :

- Le dénominateur est-il une racine parfaite?
- Le numérateur et le dénominateur peuvent-ils se diviser en un nombre rationnel?
- Le dénominateur aura-t-il un radical, une fois simplifié?

Les élèves élaboreront une stratégie pour convertir une fraction qui comporte des radicaux au dénominateur en une fraction équivalente sans radicaux au dénominateur. La rationalisation du dénominateur s'accompagne d'une notation standard pour exprimer les résultats. À l'aide d'un exemple du genre $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$, demandez aux élèves avec quel multiplicateur ils pourraient multiplier le numérateur et le dénominateur pour obtenir une expression rationnelle.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves, groupés par deux, de participer à une activité. Remettre à chaque paire d'élèves un problème de simplification qui consiste à rationaliser le dénominateur. Demander à un élève d'écrire la première ligne de la solution puis de la passer au deuxième élève. Celui-ci vérifiera le travail afin de voir s'il y a des erreurs. Le cas échéant, demander aux élèves de discuter de l'erreur et de la raison pour laquelle elle s'est produite. L'élève écrira ensuite la deuxième ligne de la solution avant de la passer à son partenaire. Le processus se poursuit jusqu'à ce que la solution soit trouvée.

(AN2.9)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.2 Multiplier et diviser des expressions contenant des radicaux

MÉ: pp.282-293
GE: pp.186-193
FR: 5-3, 5-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN2.9 *Suite*

AN2.10 *Décrire la relation entre la rationalisation du dénominateur d'une expression rationnelle dont le dénominateur comprend un binôme et le produit des facteurs d'une expression comportant la différence de deux carrés.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Présentez aux élèves des exemples dans lesquels l'indice est plus élevé que 2. Par exemple, lorsque les élèves simplifient $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}}$, ils peuvent d'abord multiplier le numérateur et le dénominateur par le terme $\sqrt[3]{5}$. Il est important qu'ils remarquent qu'il y a encore un radical au dénominateur. La racine devrait guider leurs choix lors de la rationalisation du dénominateur. Ils doivent multiplier le numérateur et le dénominateur par une valeur qui fera en sorte que les puissances du dénominateur seront égales à l'indice de la racine. Ainsi, $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5^1}}\left(\frac{(\sqrt[3]{5^2}}{(\sqrt[3]{5^2}}\right)$ donne lieu à un dénominateur rationnel.
Cette stratégie est applicable dans le cas des dénominateurs qui sont des monômes variables. Par exemple, dans l'équation $\frac{\sqrt[4]{7x}}{\sqrt[4]{27x^2y^2}}$, l'indice devrait aider les élèves à déterminer quelle expression utiliser pour rationaliser le dénominateur. Autrement dit, $\frac{\sqrt[4]{7x}}{\sqrt[4]{3^3x^2y^2}}\left(\frac{\sqrt[4]{3^1x^2y^2}}{\sqrt[4]{3^1x^2y^2}}\right)$ produira un dénominateur rationnel.
Il faudrait inclure des exemples du genre $\frac{2\sqrt{3}}{7\sqrt{5}}$, où le dénominateur est un radical sous forme composée. Encouragez les élèves à penser à ce qu'ils devraient avoir comme multiplicateur pour pouvoir rationaliser le dénominateur. Il n'est pas rare que l'on veuille commencer par multiplier le numérateur et le dénominateur par $7\sqrt{5}$. Bien que ce ne soit pas la stratégie la plus efficace, elle est toutefois correcte. Cependant, l'expression résultante devra être simplifiée.
Les élèves doivent comprendre que la multiplication par $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ aura pour effet de rationaliser le dénominateur. D'abord on devrait aborder avec les élèves les expressions comportant des radicaux sous forme entière tant au numérateur qu'au dénominateur. Cet exercice devrait ensuite être élargi de manière à inclure des radicaux sous forme composée et des exemples où le numérateur contient plus d'un terme. L'élève choisira s'il simplifiera avant ou après avoir rationalisé le dénominateur. Toutefois, lorsque l'élève travaille avec des nombres plus élevés, le fait de commencer par simplifier lui permettrait de travailler avec des nombres plus petits.
Les élèves simplifieront une expression du genre $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ où il est nécessaire de rationaliser un dénominateur comprenant un binôme. Ils penseront peut être tout d'abord qu'ils peuvent multiplier le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}$ à l'image de ce qu'ils ont fait précédemment avec les dénominateurs qui étaient des monômes. À mesure qu'ils approfondiront la question, toutefois, ils découvriront que $\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3}$ et qu'il y a encore un radical au dénominateur. Demandez leur de multiplier le numérateur et le dénominateur par le conjugué de $2+\sqrt{3}$. Cette opération s'apparente à la multiplication des facteurs de l'expression de la différence des carrés. Il faudrait aussi présenter aux élèves les expressions dont les deux termes du binôme sont irrationnels. Les expressions qui comprennent des numérateurs et des dénominateurs qui sont des variables devraient être explorées de façon similaire.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de rationaliser le dénominateur dans chacune des expressions suivantes :

  (i) $\dfrac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$

  (ii) $\dfrac{2+3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$

  (iii) $\dfrac{b}{a+\sqrt{b}}$

  (iv) $\dfrac{x+3\sqrt{y}}{\sqrt{y}-x}$

(AN2.9, AN2.10)

Journal

- Lorsqu'on lui a demandé de rationaliser le dénominateur dans l'expression $\frac{4}{2+\sqrt{7}}$ votre ami a répondu qu'il pouvait seulement multiplier l'expression par $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$. Demander aux élèves d'expliquer pourquoi cette opération ne pourrait pas fonctionner.

(AN2.9, AN2.10)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.2 Multiplier et diviser des expressions contenant des radicaux

MÉ: pp.282-293
GE: pp.186-193
FR: 5-3, 5-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN3 Résoudre des problèmes comportant des équations contenant des radicaux (limité aux racines carrées).

[C, R, RP]

Indicateurs de rendement :

AN3.1 *Déterminer toute restriction sur la valeur de la variable dans une équation contenant des radicaux.*

AN3.2 *Déterminer algébriquement les racines d'une équation contenant des radicaux et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.*

AN3.3 *Vérifier, par substitution, que chaque résultat de la résolution algébrique d'une équation contenant des radicaux est une racine de l'équation.*

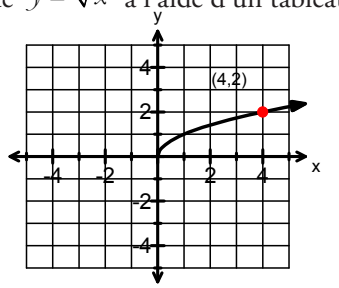
AN3.4 *Expliquer pourquoi certaines des racines qui résultent de la résolution algébrique d'une équation contenant des radicaux sont étrangères.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

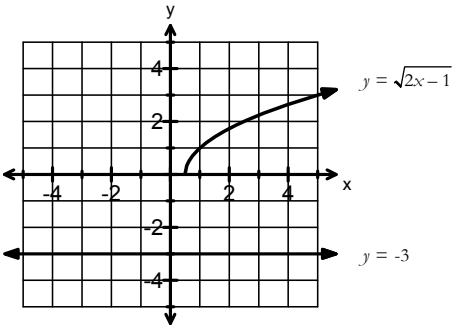
Les élèves résoudront des équations contenant des radicaux limités à la racine carrée. Les équations n'auront pas plus de deux radicaux, et le radicande contiendra des variables qui sont du premier et du second degré. Les élèves devront résoudre des équations qui se traduiront en équation linéaire ou quadratique.

Dans le cadre du présent module, les élèves ont dû déterminer les restrictions imposées dans le système de nombres réels pour une variable contenue dans un radical dont l'indice était pair. Ils continueront de déterminer les restrictions avant de résoudre une équation contenant des radicaux.

Les élèves gagneraient à comparer l'équation avec radicaux à son graphique afin d'arriver à bien comprendre les restrictions imposées pour la variable et les points qui satisfont l'équation. Demandez aux élèves de tracer le graphique de $y = \sqrt{x}$ à l'aide d'un tableau de valeurs.



Demandez aux élèves comment ils pourraient, en se concentrant sur le point (4,2), résoudre algébriquement l'équation, s'ils n'ont que la coordonnée 2 sur l'axe des *y*. Lorsqu'on résout $2 = \sqrt{x}$, la valeur de *x* peut être déterminée par inspection. Les élèves pourraient également recourir à la notion selon laquelle l'élévation d'un nombre au carré est l'opération inverse de l'extraction de la racine carrée. Cette technique peut paraître simple, mais on devrait aborder avec les élèves les équations dont la valeur n'est pas une solution de l'équation originale. Prenons l'exemple $\sqrt{2x-1} = -3$. Pour le membre gauche de l'équation, il faudrait une racine carrée positive, mais le membre droit de l'équation est négatif. Intuitivement, il n'y a pas de solution.



RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves d'expliquer pourquoi le domaine de $\sqrt{2x-5}$ is $x \geq \frac{5}{2}$, tandis que le domaine de $\frac{1}{\sqrt{2x-5}}$ is $x > \frac{5}{2}$. Ils devraient illustrer leur réponse de façon graphique en recourant à la technologie, puis à l'algèbre.

  (AN3.1)

- Demander aux élèves d'énoncer les restrictions, de résoudre les équations et de vérifier s'il y a des racines étrangères.
  (i) $\sqrt{4x} = 8$
  (ii) $\sqrt{x+4} = 5$
  (iii) $\sqrt{2x-3} = -2$

  (AN3.1, AN3.2, AN3.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.3 Les équations contenant des radicaux

MÉ: pp.294-303
GE: pp.194-199
FR: 5-3, 5-6

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN3.1, AN3.2

AN3.3, AN3.4 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves doivent reconnaître que si -3 est la coordonnée sur l'axe des y, il n'y pas de coordonnée possible sur l'axe des x qui satisfait l'équation. Toutefois, l'élévation au carré des deux membres de l'équation donne $x = 5$. Cette solution n'est pas possible, puisque l'utilisation de la méthode par substitution ainsi que la représentation graphique nous ont montré que l'équation n'a pas de solution. Cet exemple introduit le concept de racines étrangères.

Il y a des racines étrangères lorsque l'élévation au carré des deux membres de l'équation et la résolution de l'équation donnent lieu à des racines qui ne satisfont pas l'équation originale. Pendant que les élèves résolvent les équations, insistez sur l'importance de vérifier que la valeur est une solution à l'équation originale. Aucune racine étrangère n'est acceptée en guise de réponse.

Une autre stratégie que les élèves peuvent utiliser pour résoudre une équation contenant des radicaux consiste à élever les deux membres de l'équation à une puissance qui élimine l'expression contenant des radicaux. Pour résoudre $\sqrt{x+1} = 4$, par exemple, les élèves commenceront par réécrire l'expression contenant des radicaux avec un exposant rationnel, ce qui donne $(x+1)^{\frac{1}{2}} = 4$. L'utilisation de l'inverse multiplicatif donne $\left((x+1)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (4)^2$ et mène à une équation sans radicaux.

On devrait initier les élèves aux équations où le radical n'est pas isolé. Dans de telles situations, il faut faire une comparaison avec la résolution d'une équation linéaire. Les élèves doivent reconnaître que la résolution d'une équation telle que $3+\sqrt{2x+1} = 7$ se fait selon une marche à suivre qui est analogue à la résolution de $3 + x = 7$.
Plutôt que d'élever au carré les deux membres d'une équation contenant des radicaux, parfois, par erreur, les élèves élèvent au carré les termes individuels. Lorsqu'ils doivent résoudre $3+\sqrt{2x+1} = 7$, par exemple, il peut leur arriver de ne pas isoler le radical. L'élévation au carré de chaque terme donne lieu à une équation incorrecte du genre $3^2 + (\sqrt{2x+1})^2 = 7^2$.
L'illustration qui suit pourrait servir à renforcer la raison pour laquelle l'élévation au carré des termes individuels d'une équation n'équivaut pas à l'élévation au carré des deux membres de l'équation.

$3 + 4 = 7$	$3 + 4 = 7$
$3^2 + 4^2 = 7^2$	$(3 + 4)^2 = 7^2$
$9 + 16 = 49$	$7^2 = 7^2$
$25 \neq 49$	$49 = 49$

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer à un jeu. Remettre aux élèves un problème avec choix de réponses, tel qu'il est indiqué ci-dessous. Ils doivent, tout en gardant l'anonymat, choisir une réponse et justifier leur choix. Puis ils froisseront leur solution en une boule de papier qu'ils lanceront dans un panier. Une fois toutes les boules de papier dans le panier, demander aux élèves d'en piger une et de se rendre au coin de la classe correspondant à la réponse qu'ils avaient choisie. Dans leurs coins respectifs, ils devront discuter des similarités ou des différences que renferment les explications fournies puis faire une présentation devant la classe.

Quelle est la valeur de x dans l'équation $\sqrt{-3x+6} = 6$?

(A) -10
(B) -2
(C) 0
(D) 10

Expliquez votre raisonnement :

(AN3.1, AN3.2, AN3.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.3 Les équations contenant des radicaux
MÉ: pp.294-303
GE: pp.194-199
FR: 5-3, 5-6

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

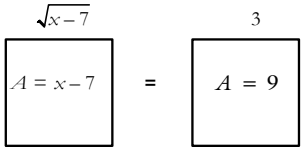
AN3.1, AN3.2

AN3.3, AN3.4 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Le modèle de l'aire peut être également utilisé pour résoudre les équations contenant des radicaux. En 8e année, les élèves ont appris à visualiser l'aire du carré comme le carré parfait, et l'une ou l'autre des dimensions du carré comme la racine carrée (8N1). Rappelez aux élèves que si un carré a une aire de 4, alors la longueur de son côté est 2. Par analogie, si un carré a une aire de 3, alors la longueur de son côté est $\sqrt{3}$. L'enseignant pourrait amorcer une discussion sur la longueur des côtés d'un carré si son aire est x. Prenons l'exemple suivant : Résoudre $\sqrt{x-7} = 3$.

En utilisant le modèle de l'aire, les élèves désigneront les dimensions de l'un des carrés comme étant $\sqrt{x-7}$ et les dimensions de l'autre carré comme étant 3. Ils peuvent alors déterminer l'aire de chaque carré :

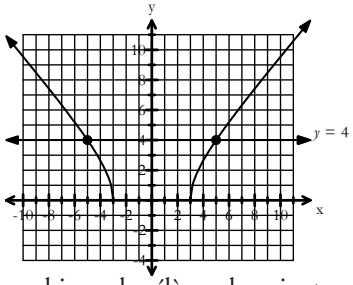


Les élèves doivent reconnaître que l'objectif consiste à déterminer la valeur de *x* qui donne la même aire pour les deux carrés. La résolution de l'équation $x - 7 = 9$ donne $x = 16$. Cette représentation aide les élèves à se représenter ce que décrit chaque équation. Encouragez-les à vérifier leurs réponses en remplaçant la valeur dans l'équation originale.

Les élèves résoudront également des équations contenant des radicaux qui donnent lieu à des équations quadratiques. Utilisez un exemple du genre $\sqrt{x^2 - 9} = 4$ et posez les questions suivantes pour lancer la discussion avec les élèves :

- À quel type d'équation cette équation avec des radicaux donnera-t-elle lieu?
- En quoi le radicande ressemble-t-il à ceux qui ont été étudiés jusqu'à présent, et en quoi en diffère-t-il à la fois?
- Combien de solutions cette équation peut-elle avoir?

Au moyen de la technologie, présentez le graphique de la fonction correspondante, $y = \sqrt{x^2 - 9}$ pour que les élèves l'analysent.



À l'observation du graphique, les élèves devraient remarquer que le domaine de la fonction est $x \geq 3$ ou $x \leq -3$. Ceci les aidera à déterminer si $x = \pm 5$ est la solution à l'équation.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  Les étapes suivantes montrent comment un élève a résolu l'équation $3+2\sqrt{n+4}=5$. Demander aux élèves si la réponse finale est correcte et si l'élève devrait obtenir tous les points pour la solution. Les élèves doivent justifier leur réponse.

  $3+2\sqrt{n+4}=5$

  $5\sqrt{n+4}=5$

  $\sqrt{n+4}=1$

  $\left(\sqrt{n+4}\right)^2=1^2$

  $n+4=1$

  $n=-3$

  (AN3.1, AN3.2, AN3.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.3 Les équations contenant des radicaux

MÉ: pp.294-303
GE: pp.194-199
FR: 5-3, 5-6

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN3 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN3.1, AN3.2

AN3.3, AN3.4 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient ensuite résoudre algébriquement des équations avec radicaux en élevant au carré les deux membres de l'équation. Ils peuvent résoudre l'équation quadratique ainsi obtenue au moyen de la méthode de leur choix (p. ex. produire un graphique, factoriser, compléter le carré ou appliquer la formule quadratique).

Les élèves résoudront également des équations qui comprennent deux expressions contenant des radicaux. En élevant au carré les deux membres d'une équation comme $\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$ les élèves devront arriver à voir que l'équation obtenue contient encore un radical. Ils devront donc de nouveau isoler le radical et élever au carré les deux membres de l'équation. Continuez de rappeler aux élèves l'importance de vérifier s'il y a des racines étrangères lorsqu'ils résolvent des équations contenant des radicaux.

AN3.5 *Résoudre des problèmes en modélisant une situation comportant une équation contenant des radicaux.*

On présentera aux élèves des problèmes de la vie courante où l'équation peut contenir un radical qui est une racine carrée. Ils résoudront l'équation en fonction de la valeur inconnue, en élevant au carré les deux membres de l'équation. Présentez aux élèves l'exemple suivant et demandez-leur de répondre aux questions :

- Des enquêteurs en collision peuvent déterminer approximativement la vitesse initiale, v, en kilomètres à l'heure, d'une voiture selon la longueur, l, en mètres, de la trace de freinage. La formule $v = 12,6\sqrt{l} + 8,$ ou $l \geq 0$ modélise la relation. Quelle serait la longueur de la trace de freinage d'une voiture se déplaçant à 50 km/heure au moment où les freins sont appliqués? Comment la connaissance des équations contenant des radicaux est-elle utilisée pour résoudre ce problème?

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre chacune des équations suivantes. Leur rappeler de vérifier s'il y a des racines étrangères.
  (i) $\sqrt{3x-5}-2=3$
  (ii) $\sqrt{x^2-8x}=3$
  (iii) $\sqrt{2x+4x}=3-\sqrt{2x}$

  (AN3.1, AN3.2, AN3.3)

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  (i) La période T (en secondes) est le temps qu'il prend au pendule pour effectuer un mouvement complet aller retour. Ce mouvement est modélisé par l'équation $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$, où L est la longueur du pendule en pieds. Détermine la période du pendule si sa longueur est de 2 pieds.

  (AN3.5)

  (ii) Le rayon d'un cylindre peut être calculé à l'aide de l'équation $r=\sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ où r est le rayon, V est le volume et h est la hauteur. Un réservoir cylindrique peut contenir 105,62 m^3 d'eau. Si la hauteur du réservoir est de 2 m, quel est le rayon de sa base?

  (AN3.5)

  (iii) La superficie (S) d'une sphère ayant un rayon r peut être calculée à l'aide de l'équation $S = 4\pi r^2$.
    (a) En utilisant l'équation donnée, comment trouverais-tu le rayon d'une sphère si l'on te donne sa superficie? Écris l'équation.
    (b) La superficie d'une balle est de 426,2 cm^2. Quel est son rayon?

  (AN3.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

5.3 Les équations contenant des radicaux

MÉ: pp.294-303
GE: pp.194-199
FR: 5-3, 5-6

Expressions et équations rationnelles

Durée suggérée: 12 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves simplifieront une expression rationnelle et détermineront les valeurs non permises. Ils effectueront les opérations sur des expressions rationnelles (addition, soustraction, multiplication, division).

Les élèves résoudront des problèmes mettant en jeu des équations rationnelles. Ils détermineront la solution d'une équation rationnelle de façon algébrique et identifieront les valeurs non permises.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

RAS AN4

Déterminer des formes équivalentes d'expressions où les numérateurs et les dénomateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

RAS AN5

Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).

RAS AN6

Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes).

Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Algèbre et nombre	Algèbre et nombre	Relations et fonctions
AN5 Démontrer une compréhension de diviseurs (facteurs) communs et de la factorisation (décomposition en facteurs) de trinômes de façon concrète, imagée et symbolique. [C, L, R, V]	AN4 Déterminer des formes équivalentes d'expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [C, CE, R] AN5 Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [CE, L, R] AN6 Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes). [C, R, RP]	RF14 Tracer et analyser des fonctions rationnelles (limitées à des numérateurs et à des dénominateurs qui sont des monômes, de binômes ou des trinômes). [L, R, T, V]

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN4 Déterminer des formes équivalentes d'expressions rationnelles (limité à des expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).
[C, CE, R]

Indicateurs de rendement :

AN4.1 *Expliquer pourquoi une valeur donnée de la variable n'est pas permise dans une expression rationnelle.*

AN4.2 *Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une expression rationnelle.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des problèmes qui mettaient en jeu des opérations arithmétiques sur des nombres rationnels (9N3). Ils vont maintenant être initiés aux expressions rationnelles dont les numérateurs et les dénominateurs sont limités aux monômes, binômes et trinômes. Ils vont les simplifier et déterminer les valeurs non permises.

Une expression rationnelle consiste en toute expression qui peut être écrite comme le quotient de deux polynômes, sous la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$ où $Q(x) \neq 0$. Pour commencer le travail avec les expressions rationnelles, donnez aux élèves plusieurs exemples d'expressions, telles que $\frac{4}{5}, \frac{2x}{y}, \frac{x^2-4}{x+1}, \sqrt{5}, 2\pi, \frac{\sqrt{x}}{2y}$ et demandez leur de déterminer si une expression est ou non rationnelle et d'expliquer pourquoi. Il faut souligner aux étudiants que toutes les expressions rationnelles sont des fractions algébriques mais que toutes les fractions algébriques ne sont pas des expressions rationnelles. Dans la liste ci-dessus, par exemple, $\frac{4}{5}, \sqrt{5}$, et 2π ne sont pas des expressions rationnelles.

Les valeurs non permises sont les valeurs d'une variable qui annulent le dénominateur d'une expression rationnelle. En 7e année, les élèves ont appris pourquoi on ne peut pas diviser un nombre par zéro (7N1). Les élèves doivent d'abord trouver les valeurs non permises d'une expression rationnelle dans laquelle le dénominateur est un polynôme du premier degré, puis progresser vers les polynômes du deuxième degré. Étant donné l'expression $\frac{x}{x+2}$, par exemple, utilisez les questions suivantes pour favoriser la discussion des élèves autour des valeurs non permises :

- En procédant par simple inspection, trouvez la valeur de x qui annulerait le dénominateur.
- Expliquez pourquoi cette valeur de x s'appelle une valeur non permise.
- Complétez le tableau de valeurs suivant. Que remarquez vous? Quel est le domaine de l'expression $\frac{x}{x+2}$?

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

- Formulez une règle générale pour déterminer les valeurs non permises d'un dénominateur du premier degré.
- Le numérateur peut-il être égal à zéro? Expliquez votre raisonnement.Les élèves doivent remarquer que la valeur non permise de $\frac{x}{x+2}$ est -2. On peut exprimer cela comme suit : $\frac{x}{x+2}$, $x \neq -2$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves d'écrire une expression rationnelle en fonction des valeurs non permises suivantes : 0, -2 et 3. Ils doivent comparer leur réponse avec celles de la classe.

(AN4.2)

Entrevue

- Demander aux élèves d'expliquer pourquoi $x = 2$ est une valeur non permise pour $\frac{3x}{x-2}$.

(AN4.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.1 Les expressions rationnelles

Manuel de l'élève (MÉ): pp.310-321
Guide d'enseignement (GE): pp.209-216
Feuille à reproduire (FR): 6-4, 6-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN4.1, AN4.2 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Une erreur courante chez les élèves consiste à penser que la valeur non permise est zéro au lieu de repérer la ou les valeurs de x qui annulent le dénominateur. Encouragez les à substituer la ou les valeurs non permises de x dans le dénominateur pour vérifier qu'il est bien annulé.

On doit également enseigner aux élèves des expressions rationnelles dans lesquelles le dénominateur est un polynôme du deuxième degré. Prenez l'expression $\frac{x-1}{3x^2-12}$ aux fins de discussion. Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- En procédant par simple inspection, trouvez la ou les valeurs de x qui annulent le dénominateur.
- Quelles autres stratégies peuvent servir à résoudre l'équation quadratique?
- Y a-t-il des expressions rationnelles qui n'ont pas de valeurs non permises?

Pour résoudre $3x^2$-12, les élèves peuvent isoler le plus grand facteur en commun (PGFC) et appliquer la règle du produit nul, la formule quadratique ou la propriété de la racine carrée. Demandez aux élèves quelle méthode est plus efficace et pourquoi.

Si les élèves utilisent la propriété de la racine carrée, ils divisent l'équation $3x^2 = 12$ par 3 puis résolvent l'équation $x^2 = 4$. Certains vont faire l'erreur d'exprimer la valeur non permise par $x = 2$ au lieu de $x = \pm 2$. Une autre erreur survient lorsque les élèves décomposent $3x^2 - 12 = 0$ en facteurs par $3(x - 2)(x + 2)$, puis incluent 3 comme valeur non permise. Ils peuvent également se tromper dans la décomposition du dénominateur en facteurs, qu'il s'agisse d'un binôme ou d'un trinôme. Rappelez leur de vérifier leur travail en développant le produit des facteurs à l'aide de la loi de la distributivité.

Les élèves doivent être initiés aux expressions rationnelles à plus d'une variable. Si l'expression $2x - 3y$ se trouve au dénominateur, par exemple, on peut déterminer les valeurs non permises en résolvant l'équation $2x - 3y = 0$ en fonction de x ou y. Les élèves ont cette option sauf s'il est expressément indiqué dans le problème de résoudre en fonction d'une variable en particulier.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de travailler en groupes pour participer au *Jeu des dominos*. Distribuer à chaque groupe un jeu de 10 cartes dominos. Un côté de la carte doit afficher une expression rationnelle alors que l'autre affiche des valeurs non permises pour une expression rationnelle différente. Il s'agit pour les élèves de disposer les dominos de telle manière que les valeurs non permises d'une carte correspondent à l'expression rationnelle correcte d'une autre. À la fin, une boucle complète est formée dans laquelle la première carte s'apparie avec la dernière. Voici un exemple.

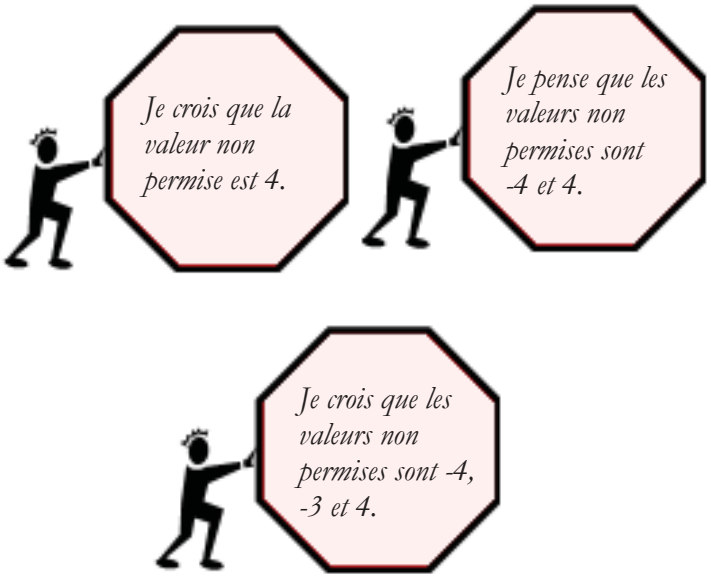
$\frac{3x}{2x-1}$	$x \neq \frac{1}{3}$	$\frac{x+2}{3x-1}$	$x \neq -\frac{1}{2}$	$\frac{7x}{2x+1}$	$x \neq 2$

(AN4.1, AN4.2)

Journal

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

Quelles sont les valeurs non permises pour $\frac{x+3}{x^2-16}$?



Qui a raison? Justifiez votre réponse en solutionnant le problème.

(AN4.1, AN4.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.1 Les expressions rationnelles

MÉ: pp.310-321
GE: pp.209-216
FR: 6-4, 6-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN4.1, AN4.2 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est important que les élèves distinguent les valeurs non permises des valeurs non admissibles. Rappelez aux élèves que les valeurs non admissibles ont été discutées dans le module sur les fonctions quadratiques, lorsqu'ils ont utilisé des fonctions quadratiques pour modéliser des situations. Ce sont des valeurs qui n'ont aucun sens dans un contexte donné. Les élèves vont continuer de travailler avec les valeurs non admissibles d'une variable dans une expression rationnelle. Si un bateau parcourt 20 km à une vitesse de x km/h, par exemple, le temps de parcours est représenté par $\frac{20}{x}$. Si on demande aux élèves de déterminer la plus petite vitesse à laquelle le bateau peut avancer, ils doivent constater que la valeur non permise est 0 mais que la valeur non admissible est $x < 0$.

AN4.3 *Comparer les stratégies de représentation d'expressions rationnelles sous une forme équivalente aux stratégies employées dans le cas de nombres rationnels.*

En 7e année, les élèves ont développé des habiletés dans la formulation de nombres rationnels positifs équivalents (7N7). Les élèves vont appliquer ces stratégies aux expressions rationnelles. Cette notion est essentielle pour l'addition et la soustraction d'expressions rationnelles, présentées plus loin dans ce module.
Les élèves doivent constater qu'ils peuvent multiplier ou diviser une expression rationnelle par 1 sans changer sa valeur. Une expression rationnelle n'est pas équivalente à une autre si les restrictions dans chaque cas sont différentes. Accompagnez les élèves dans l'activité suivante :

AN4.4 *Déterminer une expression rationnelle équivalente à une expression rationnelle donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même facteur (limité à un monôme ou à un binôme) et indiquer les valeurs non permises de la variable de l'expression rationnelle équivalente.*

- Soit le nombre rationnelle $\frac{3}{2}$. Demander aux élèves d'écrire un nombre rationnel en multipliant le numérateur et le dénominateur par 3, par 5 et par -4. Est ce que cela a changé la valeur de la fraction?
- Soit l'expression rationnelle $\frac{4}{x}$ où $x \neq 0$. Demander aux élèves d'écrire une expression rationnelle en multipliant le numérateur et le dénominateur par 2, par x et par $x + 1$. Est-ce que cela a donné lieu à une nouvelle restriction dans l'une ou l'autre de leurs expressions?

Demandez aux élèves de vérifier à l'aide de la substitution si les expressions sont équivalentes. Lorsqu'on compare les expressions $\frac{4}{x}$, $x \neq 0$ et $\frac{4(x+1)}{x(x+1)}$, $x \neq 0, -1$ les deux sont non définies à $x = 0$. Lorsque $x = -1$, toutefois, l'expression $\frac{4}{x}$ se réduit à -4 alors que l'expression $\frac{4(x+1)}{x(x+1)}$ est non définie. Puisque les expressions ne sont pas égales pour la même valeur de x, elles ne sont pas équivalentes.

Même si la représentation graphique de fonctions rationnelles ne figure pas parmi les résultats d'apprentissage de ce cours, l'enseignant pourrait toujours démontrer l'équivalence d'expressions rationnelles pour toutes les valeurs permises de la variable en montrant des graphiques de ces fonctions aux élèves.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de compléter le tableau suivant :

Les expressions sont elles équivalentes?	Oui	Non	Justifiez votre choix
$\frac{x+3}{x-4}$ et $\frac{4x+12}{4x-16}$			
$\frac{5}{x-5}$ et $\frac{5x+25}{x^2-25}$			
$\frac{x+2}{x-3}$ et $\frac{3x+6}{2x-6}$			

Journal

- Ton ami pense que les expressions $\frac{x-3}{2x}$ et $\frac{(x-3)(x+1)}{2x(x+1)}$ sont équivalentes. Explique pourquoi ces expressions ne sont pas équivalentes.

(AN4.3, AN4.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.1 Les expressions rationnelles

MÉ: pp.310-321
GE: pp.209-216
FR: 6-4, 6-5

La ressource *Mathématiques pré-calcul 11* traite des expressions rationnelles équivalentes à la p. 313. Il est important de noter que $\frac{7s}{s-2}$ and $\frac{7s^2}{s(s-2)}$ ne sont pas des expressions rationnelles équivalentes puisqu'une nouvelle restriction s'est ajoutée.

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN4.3, AN4.4 *Suite*

AN4.5 *Simplifier une expression rationnelle.*

AN4.6 *Expliquer pourquoi les valeurs non permises de la variable d'une expression rationnelle et de sa forme irréductible sont les mêmes.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lors de la formulation d'une expression équivalente, prévenez les élèves d'utiliser la loi de la distributivité de façon appropriée. Pour simplifier $\frac{x}{x+4}\times\left(\frac{2}{2}\right)$, par exemple, les élèves peuvent se tromper en écrivant $\frac{2x}{2x+4}$ ou $\frac{2x}{x+8}$. Pour éviter cette erreur, incitez les élèves à mettre le binôme entre crochets lors de la multiplication.

La réduction d'une expression rationnelle à sa plus simple expression reflète le processus de simplification des fractions. Dans les deux cas, les facteurs communs au numérateur et au dénominateur forment un rapport de un et peuvent être simplifiés.

Discutez avec les élèves de l'avantage de simplifier les expressions rationnelles, que ce soit pour les évaluer ou exécuter des opérations. Demandez aux élèves d'évaluer l'expression $\frac{x^2+4x}{x}$ où $x \neq 0$ pour $x = 2$. et d'évaluer ensuite l'expression $x + 4$ où $x \neq 0$ pour $x = 2$. Les élèves doivent répondre aux questions suivantes :

- Quel résultat obtient-on lorsque l'on substitue la valeur dans l'expression initiale non simplifiée?
- Pourquoi les résultats sont-ils identiques?
- Quel est l'avantage de simplifier une expression avant de substituer les valeurs aux variables?
- Pourquoi l'expression simplifiée comporte-t-elle une valeur non permise?

Les élèves doivent constater qu'un des avantages de simplifier une expression est le fait de créer une expression équivalente qui est plus facile à évaluer. Demandez leur pourquoi le domaine d'une expression rationnelle est toujours déterminé avant et après la simplification de l'expression. Une expression rationnelle simplifiée, par exemple, pourrait n'avoir aucune valeur non permise. Toutefois, l'expression simplifiée doit conserver les valeurs non permises de l'expression initiale pour que les deux soient équivalentes.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de participer aux activités suivantes :
  - (i) Diviser la classe en deux groupes. À l'un des groupes on distribue des expressions rationnelles et à l'autre l'expression rationnelle correspondante dans sa plus simple expression. Demander aux élèves de trouver un partenaire dont l'expression rationnelle est équivalente à la leur.

    (AN4.5)

  - (ii) Les élèves créent une carte de bingo unique pour le Bingo des expressions rationnelles. Distribuer une carte de bingo vide à chaque élève. L'enseignant doit sélectionner à l'avance les diverses expressions rationnelles qu'il veut faire simplifier par les élèves. On dépose les expressions dans un sac alors que les expressions simplifiées sont affichées au tableau. Demander aux élèves d'inscrire une des expressions simplifiées dans chaque case. La case du centre doit demeurer un espace « libre » ou « gratuit ». L'enseignant tire une expression du sac. Les élèves simplifient l'expression, trouvent sa valeur sur leur carte et la rayent. La première personne qui remplit une rangée ou les quatre coins l'emporte, sinon la première personne qui forme un X ou un T sur la carte de bingo gagne.

    (AN4.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.1 Les expressions rationnelles

MÉ: pp.310-321
GE: pp.209-216
FR: 6-4, 6-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN4 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN4.7 *Identifier et corriger toute erreur dans une simplication d'une expression rationnelle et expliquer le raisonnement.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Il est utile de demander aux élèves d'analyser des solutions comportant des erreurs. En plus de fournir la bonne solution, ils doivent être en mesure de repérer les solutions incorrectes, en expliquant pourquoi les erreurs sont survenues et comment elles peuvent être corrigées.

Lors de la simplification d'expressions rationnelles, les élèves peuvent annuler des termes au lieu des facteurs. Par exemple, ils pourraient simplifier $\frac{x^2+x}{x^2-1}$ en $\frac{\cancel{x^2}+x}{\cancel{x^2}-1}$ ce qui donnerait $-x$. Pour aider les élèves à prendre conscience de cette erreur, demandez-leur de comparer l'expression ci-dessus avec une expression rationnelle numérique telle que $\frac{8}{12}=\frac{5+3}{5+7}$ et $\frac{8}{12}=\frac{\cancel{5}+3}{\cancel{5}+7}=\frac{3}{7}$. Demandez-leur si $\frac{8}{12}$ est égal à $\frac{3}{7}$. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est erroné d'annuler une portion du facteur. Une autre erreur survient lorsque les élèves omettent un numérateur de 1 après la simplification de l'expression rationnelle. Par exemple, ils font l'erreur de simplifier $\frac{3}{6x}$, en $2x$. Incitez les élèves à vérifier le bien fondé de leur réponse en réécrivant l'expression comme suit : $\frac{3}{6}\bullet\frac{1}{x}$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Monter des postes contenant des exemples d'expressions rationnelles incorrectement simplifiées et leurs valeurs non permises. Demander aux élèves de se déplacer d'un poste à l'autre pour repérer et corriger les erreurs. Un exemple est donné ci-dessous :

$$\frac{8x-12}{6x^2-4x}, x \neq 0, \tfrac{2}{3}$$

$$\frac{4(2x-3)}{2x(3x-2)}$$

$$\frac{4}{2x}(1)$$

$$2x, x \neq 0, \tfrac{2}{3}$$

(AN4.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.1 Les expressions rationnelles

MÉ: pp.310-321
GE: pp.209-216
FR: 6-4, 6-5

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN5 Effectuer des opérations sur des expressions rationnelles (limité aux expressions où les numérateurs et les dénominateurs sont des monômes, des binômes ou des trinômes).
[CE, L, R]

Indicateurs de rendement :

AN5.1 *Comparer les stratégies pour effectuer une opération sur des expressions rationnelles à celles utilisées pour effectuer la même opération sur des nombres rationnels.*

AN5.2 *Déterminer les valeurs non permises dans les opérations sur des expressions rationnelles.*

AN5.3 *Déterminer, sous forme irréductible, le produit ou le quotient d'expressions rationnelles.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des problèmes ayant trait à des opérations sur des nombres rationnels (9N3). Ils vont maintenant apprendre à additionner, soustraire, multiplier et diviser des expressions rationnelles dont les numérateurs et les dénominateurs se limitent aux monômes, binômes et trinômes.

La multiplication et la division d'expressions rationnelles sont très semblables au processus utilisé par les élèves pour multiplier et diviser les nombres rationnels. À l'aide d'exemples tels que $\frac{12}{25} \times \frac{10}{21}$ et $\frac{x^2-9}{x^2-4x} \times \frac{x-4}{x-3}$ demandez aux élèves de simplifier puis de trouver le produit de chacun. Ils doivent se demander si la stratégie pour multiplier les expressions rationnelles est la même que celle pour multiplier les nombres rationnels. Demandez leur de considérer également à quelle étape les valeurs non permises sont déterminées.

Il est essentiel que les élèves reconnaissent l'importance de décomposer en facteurs, si possible, le numérateur et le dénominateur de l'expression rationnelle avant de déterminer le produit. Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- Trouvez le produit de $\frac{x^2}{x^2-4} \times \frac{x+2}{x}$ à l'aide de deux stratégies différentes. Quelle stratégie est plus efficace? Pourquoi?

Insistez sur l'idée que la multiplication d'expressions rationnelles suit la même procédure que la multiplication de nombres rationnels, mais en y ajoutant l'exigence de déterminer les valeurs non permises pour les variables.

Donnez aux élèves la possibilité de comparer la division des nombres rationnels à celle des expressions rationnelles. Les élèves oublient parfois de définir les valeurs non permises associées au numérateur du diviseur dans la formule d'une division. Insistez sur l'importance de cette étape à l'aide d'exemples.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de créer une feuille d'activité dans laquelle la colonne de gauche contient des opérations sur des expressions rationnelles et la colonne de droite, les valeurs non permises (dans un ordre différent). Les élèves s'échangent ensuite leur feuille. L'exercice consiste à associer chaque expression aux valeurs non permises correspondantes (les valeurs non permises peuvent correspondre à plus d'une expression à gauche ou ne correspondre à aucune).

(AN5.2)

- Demander aux élèves de travailler en groupes pour compléter le tableau suivant. Les élèves doivent expliquer les similitudes entre le calcul du plus petit dénominateur commun (PPDC) de deux nombres rationnels et de deux expressions rationnelles.

Nombre rationnel	PPDC	Expression rationnelle	PPDC	Similarités
$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$		$\frac{6}{2x-1}+\frac{-2}{2x-1}$		
$\frac{1}{5}-\frac{7}{15}$		$\frac{4x}{x-3}-\frac{5}{6x-18}$		
$\frac{7}{12}+\frac{3}{8}$		$\frac{2}{x^2-36}+\frac{4}{3x+18}$		

(AN5.1)

Journal

- Sean affirme que les valeurs permises pour le quotient et le produit des expressions $\frac{x^2+4x+3}{x^2-16}$ et $\frac{x^2-2x-8}{x^2-7x+12}$ sont les mêmes. Demander aux élèves s'ils sont d'accord ou non avec cette affirmation. Ils doivent justifier leur réponse.

(AN5.2, AN5.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.2 Multiplier et diviser des expressions rationnelles

MÉ: pp.322-330
GE: pp.217-223
FR: 6-4, 6-6

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN5 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN5.4 *Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles de même dénominateurs.*

AN5.5 *Déterminer, sous forme irréductible, la somme ou la différence d'expressions rationnelles dont les dénominateurs ne sont pas les mêmes et qui peuvent ou non comprendre des diviseurs communs.*

AN5.2 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont été initiés au plus petit commun multiple d'un ensemble de nombres (AN1.3). Les élèves doivent comparer le calcul du plus petit dénominateur commun de nombres rationnels à celui du PPDC d'expressions rationnelles. Donnez aux élèves la possibilité de découvrir les différents cas en déterminant le plus petit dénominateur commun de deux nombres, puis d'établir la comparaison avec les expressions rationnelles. Considérez le tableau suivant :

Nombre rationnel	Cas de figure	Expression rationnelle
$\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$	les dénominateurs sont identiques	$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}$
$\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$	un dénominateur est un multiple de l'autre	$\frac{3}{x+5}-\frac{1}{4x+20}$
$\frac{2}{3}+\frac{7}{2}$	les dénominateurs n'ont aucun facteur en commun	$\frac{3}{2x}+\frac{4}{x-1}$
$\frac{5}{14}+\frac{1}{6}$	les dénominateurs ont un facteur en commun	$\frac{7}{x^2-9}+\frac{1}{4x+12}$

Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes en lien avec les expressions rationnelles :

- Comment fait-on pour trouver le plus petit dénominateur commun? Pourquoi est-il utile de simplifier l'expression avant de chercher le plus petit dénominateur commun?
- Quelles sont les valeurs non permises?
- Pouvez vous énumérer d'autres exemples pour chaque cas de figure?

De même que les nombres rationnels, les expressions rationnelles peuvent s'additionner si elles ont un dénominateur commun. Une fois que les élèves ont déterminé le plus petit dénominateur commun, ils doivent réécrire chaque expression rationnelle en utilisant ce dénominateur commun.

Une erreur fréquente chez les élèves consiste à additionner ou soustraire les numérateurs sans avoir exprimé au préalable les fractions sur un même dénominateur. Par exemple, les élèves additionnent $\frac{x}{5}+\frac{2}{3}$ pour obtenir à tort $\frac{x+2}{8}$. Rappelez aux élèves d'être prudents lors de la soustraction d'expressions rationnelles. Ils oublient parfois de distribuer le signe négatif lorsqu'il y a plus d'un terme dans le numérateur. Par exemple, $\frac{3x-2}{(x+2)(x-2)}-\frac{2x-4}{(x+2)(x-2)}$ est souvent écrite comme $\frac{3x-2-2x-4}{(x+2)(x-2)}$. Incitez les élèves à utiliser des crochets pour les aider à éviter cette erreur.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de simplifier les expressions rationnelles suivantes :

  (i) $\frac{x+7}{2x+14} - \frac{5x}{-3x-21}$

  (ii) $\frac{2x-6}{x^2-x-6} - \frac{3x+12}{x^2+x-12}$

(AN5.5)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.3 Additionner et soustraire des expressions rationnelles

MÉ: pp.331-340
GE: pp.224-231
FR: 6-4, 6-7

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN5 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN5.6 *Simplifier une expression comportant au moins deux opérations sur des expressions.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Une fraction complexe est un exemple d'une expression mettant en jeu deux opérations ou plus sur une expression rationnelle. Pour éviter les erreurs, les élèves doivent faire un usage approprié des crochets et respecter l'ordre des opérations.

Donnez des exemples aux élèves pour illustrer diverses stratégies de simplification d'une expression contenant une fraction complexe. Les élèves peuvent d'abord simplifier le numérateur et le dénominateur, prendre l'inverse, multiplier puis simplifier. Soit l'exemple suivant :

$$\frac{\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}}{\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}}=\frac{\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}+\frac{x+2}{(x+2)(x-2)}}{\frac{x}{(x+2)(x-2)}+\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}}=\frac{2x}{(x+2)(x-2)}\times\frac{(x+2)(x-2)}{2x-2}=\frac{2x}{2x-2}=\frac{x}{x-1}$$

Il est également possible de multiplier l'expression entière par le dénominateur commun divisé par lui-même. On obtient ce dénominateur commun en prenant en compte tous les dénominateurs présents dans l'expression.

$$\left(\frac{\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}}{\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}}\right)\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{\frac{1}{x+2}(x+2)(x-2)+\frac{1}{x-2}(x+2)(x-2)}{\frac{x}{(x-2)(x+2)}(x+2)(x-2)+\frac{1}{x+2}(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{x-2+x+2}{x+x-2}=\frac{2x}{2x-2}=\frac{x}{x-1}$$

Pendant que les élèves appliquent les deux stratégies possibles, ils doivent réfléchir à la question de l'efficacité et déterminer la meilleure méthode pour toute fraction complexe.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

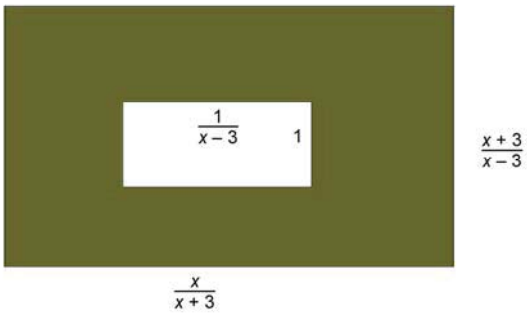
Présentation

- Demander aux élèves de travailler par deux ou en petits groupes pour créer deux expressions rationnelles. La première doit contenir chacune des opérations. L'autre doit comporter au moins deux opérations sur des expressions rationnelles. Les élèves doivent résoudre les expressions et présenter leurs résultats à la classe.

(AN5.3, AN5.4, AN5.5, AN5.6)

Papier et crayon

- Demander aux élèves de calculer l'aire de la région ombrée.



(AN5.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.3 Additionner et soustraire des expressions rationnelles

MÉ: pp.331-340
GE: pp.224-231
FR: 6-4, 6-7

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN6 Résoudre des problèmes comportant des équations rationnelles (limité aux numérateurs et aux dénominateurs qui sont des monômes, des binômes et des trinômes).

[C, R, RP]

Indicateurs de rendement :

AN6.1 *Déterminer les valeurs non permises de la variable dans une équation rationnelle.*

AN6.2 *Déterminer algébriquement la solution d'une équation rationnelle et expliquer le processus utilisé pour résoudre l'équation.*

AN6.3 *Expliquer pourquoi une valeur obtenue lors de la résolution d'un équation rationnelle n'est pas nécessairement une solution de l'équation.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des équations linéaires (9RR3). Précédemment dans ce cours, les élèves ont résolu des équations quadratiques et déterminé les racines non admissibles (RF5). Ils vont maintenant résoudre des équations contenant des expressions rationnelles et vérifier si les solutions sont des valeurs permises. Les racines non permises sont dites étrangères (RF2). Le but est de présenter des équations rationnelles que l'on peut simplifier en équations linéaires et quadratiques.

On présentera aux élèves diverses stratégies de résolution des équations rationnelles. Il serait utile de commencer par un exemple plus facile à envisager avant de poursuivre avec des équations plus complexes. Certains élèves vont peut-être procéder par essais et erreurs pour résoudre une équation telle que $\frac{x}{10} = \frac{2}{5}$. D'autres seront peut-être capables de trouver la solution par simple inspection. Encouragez les élèves à discuter de leurs idées. Par exemple, un élève pourrait répondre que pour obtenir le nombre 10, le nombre 5 doit être doublé ; par conséquent 2 doit aussi être doublé et on obtient $x = 4$. Cette réponse est idéale pour aborder la stratégie de formulation d'une équation rationnelle équivalente à l'aide d'un dénominateur commun. Demandez aux élèves de réécrire l'équation rationnelle sur un dénominateur commun ($\frac{x}{10} = \frac{4}{10}$) puis de formuler une équation avec les numérateurs.

Une autre stratégie consiste à éliminer les dénominateurs. Utilisez un exemple tel que $\frac{x}{10} = \frac{2}{5}$, pour favoriser la discussion autour du plus petit dénominateur commun :

- Quel est le plus petit dénominateur commun de 10 et 5?
- Qu'arriverait il si on multipliait les deux membres de l'équation par le plus petit dénominateur commun? Pourquoi est-ce mathématiquement correct?
- Quelle est l'équation simplifiée?
- Quelle est la solution?

Une fois qu'on aura discuté des stratégies, les élèves verront comment résoudre des équations rationnelles plus complexes.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Donner une équation rationnelle à chaque élève. Leur demander de déterminer les racines non permises, puis de résoudre l'équation. Demander aux élèves de ne pas écrire leur nom sur la feuille puisque leurs solutions seront ramassées puis redistribuées au hasard dans la classe. Demander aux élèves de vérifier si la solution est correcte. Si la solution est incorrecte, ils doivent relever l'erreur et donner la bonne solution.

(AN6.1, AN6.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.4 Les équations rationnelles

MÉ: pp.341-351
GE: pp.232-238
FR: 6-4, 6-8

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN6 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN6.1, AN6.2

AN6.3 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Pour résoudre $\frac{3}{x}+\frac{7}{2x}=\frac{1}{5}$, par exemple, les élèves peuvent trouver un dénominateur commun pour le membre de gauche de l'équation, puis résoudre $\frac{13}{2x}=\frac{1}{5}$. Ils peuvent également multiplier les deux membres de l'équation par le plus petit dénominateur commun, $(10x)\frac{3}{x}+(10x)\frac{7}{2x}=(10x)\frac{1}{5}$. Il est important, toutefois, de faire reconnaître aux élèves qu'ils peuvent réduire le nombre d'étapes en multipliant les deux membres de l'équation initiale par le plus petit dénominateur commun.

Les élèves peuvent ainsi additionner ou soustraire les termes du membre de gauche ou du membre de droite de l'équation avant d'effectuer le produit en croix. Cette méthode peut toutefois produire une équation dans laquelle le degré du polynôme est supérieur à celui du départ. Soit l'exemple suivant :

$$\frac{2x^2+1}{x+3}=\frac{x}{4}+\frac{5}{x+3}$$

$$\frac{2x^2+1}{x+3}=\frac{x^2+3x+20}{4(x+3)}$$

$$4(2x^2+1)(x+3)=(x^2+3x+20)(x+3)$$

Cet exemple donne lieu à une équation cubique. À ce stade, les élèves ne sont familiers qu'avec la résolution d'équations quadratiques. La méthode à privilégier par les élèves est donc de multiplier les deux côtés de l'équation par le plus petit dénominateur commun.

Prévenez les élèves qu'il est nécessaire de trouver les racines non permises au début de l'opération puisque certaines équations rationnelles peuvent donner lieu à des racines étrangères. Soit l'équation $\frac{2x+3}{x+5}+\frac{1}{2}=\frac{-14}{2(x+5)}$. Demandez aux élèves de répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la racine non permise? Quelle en est la signification?
- Quelle est la solution de l'équation linéaire qui en résulte?
- Quelle est l'importance de vérifier la solution en utilisant l'équation de départ?

Les élèves doivent reconnaître que les solutions qui sont des valeurs non permises sont des racines étrangères. Celles-ci doivent donc être éliminées en tant que solutions valides.

Lors de la résolution d'équations rationnelles, l'équation modifiée peut donner lieu à une équation soit linéaire soit quadratique. Les élèves auront le choix d'utiliser la formule quadratique ou de mettre en pratique leurs habiletés en matière de factorisation pour résoudre l'équation quadratique. Rappelez leur de vérifier leurs solutions pour éviter les racines étrangères.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Journal

- Demander aux élèves de réfléchir à la méthode de résolution d'une équation rationnelle. Ils doivent répondre par écrit à trois questions de réflexion en fournissant six réponses, tel qu'indiqué ci-dessous, pour décrire ce qu'ils ont appris.

3 notions que je comprends :

1.

2.

3.

2 notions qui me causent encore des difficultés :

1.

2.

1 notion que je vais continuer d'approfondir :

1.

(AN6.1, AN6.2, AN6.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.4 Les équations rationnelles

MÉ: pp.341-351
GE: pp.232-238
FR: 6-4, 6-8

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
AN6 Suite ...

Indicateurs de rendement :

AN6.4 *Résoudre un problème en modélisant une situation comportant une équation rationnelle.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

On s'attend à ce que les élèves puissent formuler une équation pour représenter un problème. L'enseignant doit leur présenter des exemples tels que les suivants :
La somme d'un nombre et de son inverse est $\frac{5}{2}$. Les élèves peuvent aborder ce problème par essais et erreurs et discuter des solutions possibles. Ils doivent ensuite formuler l'équation rationnelle, $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$. Encouragez les élèves à formuler leur propre exemple et à le partager avec la classe.
Il est important de faire reconnaître par les élèves que les racines non admissibles dépendent du contexte du problème. Discutez de divers scénarios qui donnent lieu à des racines non admissibles. Une valeur numérique négative, par exemple, n'aurait aucun sens en rapport avec une mesure de temps, de hauteur ou de longueur.
Les élèves peuvent éprouver des difficultés à interpréter l'information contenue dans l'énoncé du problème et à formuler l'équation rationnelle. Encouragez les à utiliser des tableaux et des diagrammes pour les aider à décomposer l'information. Soit l'exemple suivant :

Sylvia tond la pelouse en 4 heures. Marie tond la même pelouse en 5 heures. Combien de temps faudrait-il aux deux si elles travaillaient ensemble pour tondre la pelouse? Posez les questions suivantes pour amorcer la discussion :

- Quelle portion de la pelouse Sylvia tondrait-elle en 1 heure?
- Quelle portion de la pelouse Marie tondrait-elle en 1 heure?
- Quelle portion de la pelouse les deux tondraient-elles ensemble en 1 heure?

Le fait de compléter un tableau comme celui-ci dessous devrait aider les élèves à organiser l'information.

	Temps passé à tondre la pelouse (heures)	Portion de la pelouse tondue en 1 heure
Sherry	4	$\frac{1}{4}$
Mary	5	$\frac{1}{5}$
Les deux	x	$\frac{1}{x}$

Lors de la résolution de l'équation $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{x}$, incitez les élèves à vérifier que les solutions qui satisfont l'équation initiale sont permises et, dans le cas d'un problème sous forme d'énoncé, réalistes dans le contexte.
Les élèves doivent également travailler des problèmes sous forme d'énoncé qui donnent lieu à une équation rationnelle impliquant la résolution d'une équation quadratique. Dans de tels cas, il se peut qu'il y ait une valeur non admissible à rejeter selon le contexte du problème.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Créer des paires de cartes contenant, d'une part des problèmes sous forme d'énoncé, d'autre part, les équations correspondantes permettant de résoudre les problèmes. Distribuer les cartes parmi les élèves et leur demander de trouver leur partenaire en associant le problème à l'équation correspondante. Une fois qu'ils ont trouvé leur partenaire, les élèves doivent travailler par deux pour résoudre l'équation et vérifier leur solution.

(AN6.2, AN6.4)

Papier et crayon

- Le problème sous forme d'énoncé suivant a été donné à un élève :

  Il faut 9 heures de plus à Mikaël pour construire une clôture qu'il en faut pour Jason. S'ils travaillent ensemble, ils peuvent construire la clôture en 20 heures. Combien de temps faudrait-il à Mikaël pour construire la clôture sans aide?

  L'élève a résolu l'équation $\frac{20}{t}+\frac{20}{t+9}=1$ et a affirmé que les solutions au problème étaient 36 et -5. Vérifie la solution et dit si l'élève a raison.

(AN6.2, AN6.3, AN6.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

6.4 Les équations rationnelles

MÉ: pp.341-351
GE: pp.232-238
FR: 6-4, 6-8

Les fonctions valeur absolue et les fonctions inverses

Durée suggérée: 16 heures

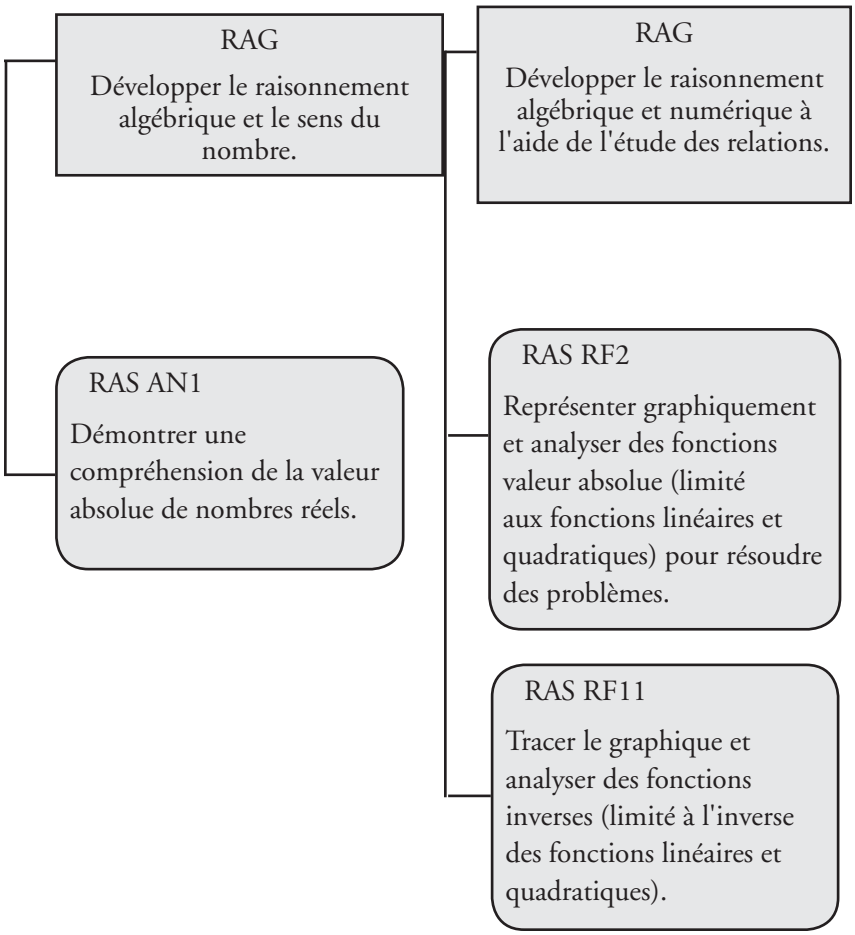
Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves travailleront sur la valeur absolue; ils trouveront la valeur absolue d'expressions numériques et résoudront des problèmes comportant des valeurs absolues. Ils dessineront des graphiques de fonctions valeur absolue linéaires et quadratiques. Les élèves décriront les propriétés de ces graphiques, y compris les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image. Ils convertiront aussi des fonctions valeur absolue en fonctions définies par morceaux. Les élèves résoudront graphiquement et algébriquement des équations valeur absolue.

Les élèves apprendront sur les fonctions inverses en comparant le graphique d'une fonction avec celui de la fonction inverse. L'enseignement portera sur les fonctions linéaires et quadratiques.

Cadre des résultats d'apprentissage



Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
	Algèbre et nombre	
	AN1 Démontrer une compréhension de la valeur absolue de nombres réels. [R, V]	
Relations et fonctions	Relations et fonctions	Relations et fonctions
RF5 Déterminer les caractéristiques des graphiques de relations linéaires, y compris : • les coordonnées à l'origine • la pente • le domaine • l'image [L, R, RP, V] RF6 Associer les relations linéaires exprimées sous la forme : • explicite : • ($y = mx + b$) • générale : ($Ax + By + C = 0$) • pente-point ($y - y_1 = m(x - x_1)$) à leurs graphiques [L, R, T, V]	RF2 Représenter graphiquement et analyser des fonctions valeur absolue (limité aux fonctions linéaires et quadratiques) pour résoudre des problèmes. [C, R, RP, T, V] RF11 Tracer le graphique et analyser des fonctions inverses (limité à l'inverse des fonctions linéaires et quadratiques). [L, R, T, V]	RF14 Tracer et analyser des fonctions rationnelles (limitées à des numérateurs et à des dénominateurs qui sont des monômes, des binômes ou des trinômes). [L, R, T, V]

Algèbre et nombre

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

AN1 Démontrer une compréhensiond de la valeur absolue de nombres réels.
[R, V]

Indicateurs de rendement :

AN1.1 *Déterminer la distance entre 0 et deux nombres réels de la forme ±a, $a \in \mathbb{R}$, sur la droite numérique et en établir le lien avec la valeur absolue de a ($|a|$).*

AN1.2 *Déterminer la valeur absolue d'un nombre positif ou négatif.*

AN1.3 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment la distance entre deux points sur la droite numérique peut être exprimée en termes de valeur absolue.*

AN1.4 *Déterminer la valeur absolue d'une expression numérique.*

AN1.5 *Comparer et ordonner les valeurs absolues des nombres réels d'un ensemble donné.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves verront le concept de valeur absolue pour la première fois. Ils devront déterminer la valeur absolue d'une expression numérique et ils compareront et ordonneront les valeurs absolues des nombres réels d'un ensemble donné.

Présentez la valeur absolue d'un nombre comme la distance entre ce nombre et zéro. Demandez aux élèves de marquer les entiers 5 et -5 sur une droite numérique. Ils devraient se rendre compte que ces deux nombres sont situés à la même distance du zéro sur le graphique. Il est important que les élèves comprennent que la valeur absolue sert uniquement à déterminer la distance, sans considération de la direction. Insistez sur le fait que la distance est toujours positive. Ainsi, la définition de la valeur absolue pour tout nombre réel *a* est la suivante :

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ si } a \geq 0 \\ -a, \text{ si } a < 0 \end{cases}$$

Les élèves élargiront leur compréhension du concept de valeur absolue à la distance entre deux nombres réels, quels qu'ils soient. Cette notion pourrait être explorée d'abord à l'aide de nombres naturels, puis de nombres entiers et enfin de nombres réels. Les élèves pourraient remplir une table comme celle ci-dessous pour les aider à comprendre que la distance entre *a* et *b* peut être représentée par $|a - b|$ ou $|b - a|$.

a	*b*	distance entre *a* et *b*	valeur de $\|a - b\|$	valeur de $\|b - a\|$
2	6	4	$\|2-6\|=\|-4\|=4$	$\|6-2\|=\|4\|=4$
-5	-10			
2,68	5,75			

En 9e année, les élèves ont utilisé la priorité des opérations pour simplifier des expressions numériques (9N4). Cette notion est désormais étendue aux expressions qui comprennent une valeur absolue. Demandez aux élèves de comparer les expressions 3 - 4(2) and |3 - 4(2)|. Ils pourraient avoir de la difficulté à situer la valeur absolue dans l'ordre de priorité des opérations. Ils devront simplifier l'expression contenue dans le symbole de valeur absolue selon la priorité des opérations, puis déterminer la valeur absolue de l'expression obtenue.

Les élèves compareront et ordonneront les valeurs absolues de nombres réels. Pour déterminer la valeur absolue d'une fraction, les élèves pourraient trouver plus facile de la convertir en notation décimale. Une fois que les élèves ont évalué et comparé les valeurs absolues dans un ensemble donné, ils peuvent disposer les valeurs sur une droite numérique pour les ordonner plus facilement.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations

Stratégies d'évaluation

Journal

- Donner aux élèves la représentation de la rue principale d'une ville fictive. Cette rue devrait comporter au moins huit points de repère situés de part et d'autre de la place publique, qui représente l'origine. Chaque point de repère devrait avoir un nom (station d'essence, bibliothèque, etc.). Demander aux élèves de formuler trois questions dans lesquelles il faut déterminer la distance entre deux points de repère, puis d'y répondre.

(AN1.3)

Observation

- Préparer un jeu de cartes sur lesquelles sont données diverses valeurs absolues de nombres réels ou d'expressions numériques. Diviser les élèves en groupes de trois et distribuer cinq cartes à chaque élève, qui doit placer ses cartes en ordre. Lorsque tous les membres du groupe ont terminé, demander à chaque élève d'expliquer son raisonnement à ses coéquipiers.

(AN1.2, AN1.4, AN1.5)

- Demander aux élèves de former une droite numérique humaine. Chaque élève reçoit une carte sur laquelle est inscrite la valeur absolue d'un nombre réel ou d'une expression numérique. Les élèves se placent en ordre en fonction de la taille du nombre inscrit sur leur carte. Demander aux élèves d'expliquer leur choix de position. Comme variante, il est aussi possible d'utiliser une corde à danser ou une ficelle. Les élèves attachent alors leur nombre à la corde à la position appropriée.

(AN1.2, AN1.4, AN1.5)

Performance

- Diviser la classe en équipes d'environ cinq étudiants et demander aux élèves de chaque équipe de se placer les uns derrière les autres. Remettre à chaque équipe une liste de problèmes comportant des valeurs absolues à simplifier. Le premier élève dans chaque équipe calcule mentalement la réponse à l'un des problèmes, puis passe la feuille au membre de l'équipe suivant, et ainsi de suite. La première équipe qui donne la bonne réponse à toutes les questions gagne.

(AN1.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.1 La valeur absolue

Manuel de l'élève (MÉ): pp.358-367
Guide d'enseignement (GE): pp.250-255
Feuille à reproduire (FR): 7-3, 7-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Tracer le graphique et analyser des fonctions inverses (milité à l'inverse des fonctions linéaires et quadratiques).

[C, R, RP, T, V]

Indicateurs de rendement :

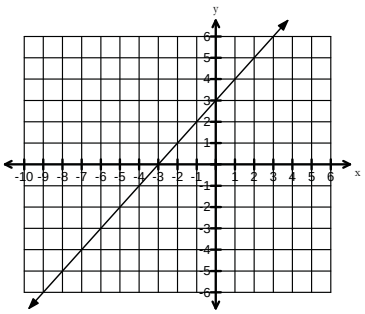
RF2.1 *Dresser une table de valeurs pour $y = |f(x)|$, à partir de la table de valeurs de la fonction $y = f(x)$.*

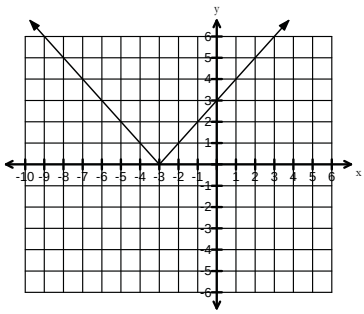
RF2.2 *Esquisser le graphique de $y = |f(x)|$; en indiquer les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image et expliquer la stratégie.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des équations linéaires (9RR3). Dans le cours de Mathématiques 1231, ils ont analysé des graphiques de relations linéaires (RF6). Plus tôt dans le présent cours, ils ont analysé des fonctions quadratiques de formes générale et canonique afin de déterminer les propriétés des graphiques correspondants (RF3, RF4). Ils traceront et analyseront maintenant des fonctions valeur absolue, en se limitant aux fonctions linéaires et aux fonctions quadratiques.

Les élèves compareront le graphique d'une fonction linéaire à celui de la fonction valeur absolue correspondante à l'aide d'une table de valeurs. Ils devraient reconnaître les ressemblances et les différences entre $y = |ax + b|$ et $y = ax + b$. Par exemple, demandez aux élèves de tracer le graphique de la fonction $y = |x + 3|$, à l'aide du tableau de valeurs de la fonction $y = x + 3$. Pour obtenir une image représentative du graphique valeur absolue, il est important d'inclure des valeurs de x qui donneront des valeurs de y négatives.





À l'aide des graphiques, les élèves devraient se rendre compte que la portion du graphique qui est située au-dessus de l'axe des abscisses reste la même, tandis que la portion du graphique qui était située sous l'axe des abscisses est réfléchie sur l'axe des abscisses.

Demandez aux élèves de déterminer les propriétés du graphique de la fonction valeur absolue, comme les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image. Lorsqu'ils comparent les graphiques, les élèves devraient considérer les éléments suivants :

- L'abscisse à l'origine a-t-il une signification?
- Le domaine dépend-il de l'abscisse à l'origine? Expliquer votre réponse.
- Pourquoi le domaine de la fonction est-il le même que celui de la fonction valeur absolue? Pourquoi l'image est-elle différente?

La comparaison des graphiques de $y = |ax + b|$ et de $y = ax + b$, permet aux élèves de reconnaître la forme des graphiques obtenus. À partir de cette forme et des coordonnées à l'origine, ils devraient être capables de dessiner le graphique.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de former des groupes pour cette activité. Chaque groupe reçoit une table de valeurs différente. Les élèves doivent créer une table de valeurs pour $y = |f(x)|$. Demander aux élèves d'afficher leurs tables dans la classe, puis d'analyser les données. Chaque groupe présente ensuite ses conclusions au reste de la classe.

  (RF2.1)

- En petits groupes, les élèves peuvent jouer au *Jeu d'association absolu*. Chaque groupe reçoit plusieurs cartes. Le graphique de la fonction $y = f(x)$ figure sur la moitié des cartes, et le graphique de la fonction $y = |f(x)|$, sur l'autre moitié. L'objectif du jeu est d'associer chaque graphique à sa variante absolue.

  Remarque : Pour que ce jeu fonctionne le mieux possible, les graphiques devraient avoir des propriétés semblables, par exemple les mêmes abscisses à l'origine, mais des pentes ou des sommets différents.

  (RF2.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.2 Les fonctions valeur absolue

MÉ: pp.368-379
GE: pp.256-261
FR: 7-3, 7-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

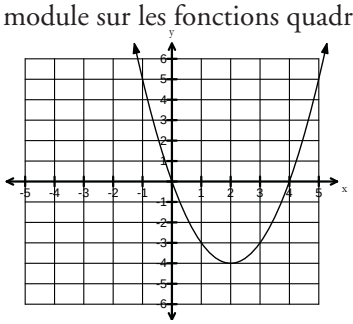
L'élève doit pouvoir :
RF2 Suite ...

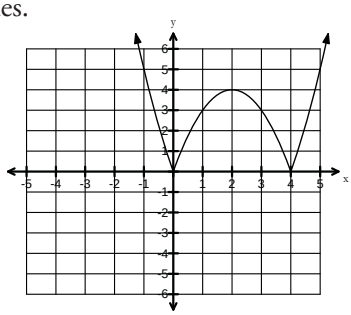
Indicateurs de rendement :

RF2.1, RF2.2 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves apprendront ensuite à travailler avec des fonctions valeur absolue quadratiques et à les analyser. Ils compareront le graphique de la variante absolue d'une fonction quadratique au graphique de la fonction originale à l'aide d'un tableau de valeurs. Demandez aux élèves de dessiner un graphique, par exemple celui de $y = |(x - 2)^2 - 4|$ à partir de la table de valeurs de $y = (x - 2)^2 - 4$. Rappelez aux élèves que le graphique d'une fonction quadratique peut être déterminé à partir du sommet et des abscisses à l'origine, comme ils l'ont déjà vu dans le module sur les fonctions quadratiques.

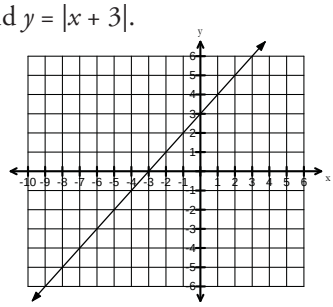


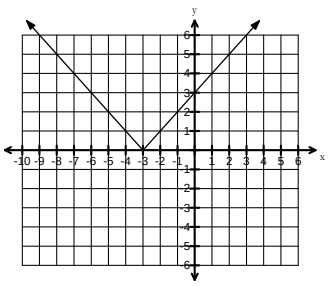


Les élèves devraient remarquer que le graphique de $y = |f(x)|$ est une réflexion sur l'axe des abscisses de la partie négative du graphique de $y = f(x)$ tandis que la partie positive reste inchangée. Encore une fois, les élèves devraient prendre note des ressemblances et des différences entre les deux graphiques

RF2.3 *Formuler une règle générale pour représenter des fonctions valeur absolue à l'aide de la notation par intervalles.*

Les élèves développeront une règle permettant de définir des fonctions valeur absolue par morceaux à l'aide d'un graphique. Expliquez aux élèves que la définition par morceaux sert à décrire des fonctions qui correspondent à différentes fonctions sur des intervalles distincts. Le graphique d'une fonction valeur absolue linéaire, par exemple, correspond à deux fonctions linéaires distinctes. Le domaine de chacun des intervalles dépend du ou des zéros de la fonction. Revenez aux graphiques de $y = x + 3$ and $y = |x + 3|$.





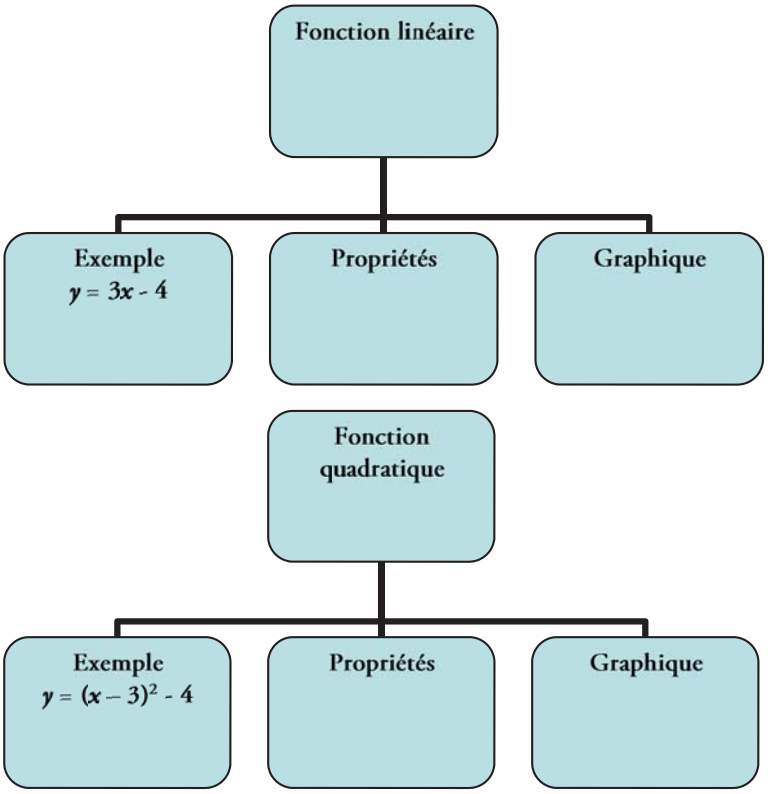
Les élèves devraient se rendre compte que le point invariant du graphique de la fonction valeur absolue est l'abscisse à l'origine. Pour les valeurs de x où y est positif, les graphiques de $y = |x + 3|$ et de $y = x + 3$ sont identiques. Pour les valeurs de x où y est négatif, le graphique de $y = |x + 3|$ est la réflexion du graphique de $y = x + 3$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- En guise d'évaluation préliminaire, demander aux élèves d'écrire ce qu'ils savent des fonctions linéaires et quadratiques dans l'organigramme suivant.



(RF2.1, RF2.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.2 Les fonctions valeur absolue

MÉ: pp.368-379
GE: pp.256-261
FR: 7-3, 7-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF2 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF2.3 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

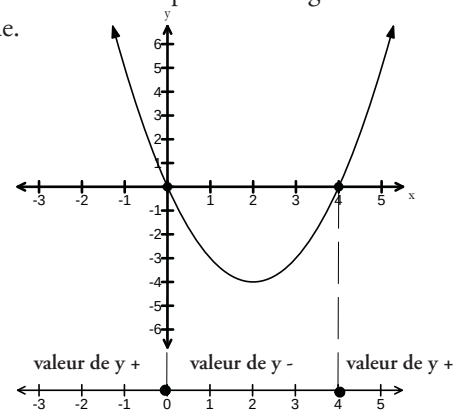
La fonction valeur absolue y = |x + 3| peut être définie par la notation par intervalles comme suit :

$$y = \begin{cases} x+3, \; si \; x \geq -3 \\ -(x+3), \; si \; x < -3 \end{cases}$$

On peut généraliser cette notation à toutes les fonctions valeur absolue :

$$y = \begin{cases} f(x), \; où \; f(x) \geq 0 \\ -f(x), \; où \; f(x) < 0 \end{cases}$$

De la même façon, les élèves peuvent utiliser le graphique d'une fonction valeur absolue quadratique pour trouver sa définition par morceaux. Il s'agit d'une bonne occasion de présenter aux élèves une méthode algébrique, en utilisant un tableau de signes pour analyser les intervalles positifs et négatifs de la fonction quadratique. Par exemple, demandez aux élèves d'écrire la définition par morceaux de la fonction $y = |(x - 2)^2 - 4|$. Ils utiliseront d'abord la fonction quadratique $y = (x - 2)^2 - 4$ pour déterminer les zéros, puis ils détermineront les intervalles positifs et négatifs de la fonction sur une droite numérique.



À l'aide du tableau de signes, les élèves peuvent écrire la définition par morceaux :

$$y = \begin{cases} +(x-2)^2 - 4, \; x \leq 0 \text{ ou } x \leq 0 \\ -[(x-2)^2 - 4], \; 0 < x < 4 \end{cases}$$

Il est aussi possible de le faire sans utiliser le graphique. En utilisant le tableau de signes et l'axe des *x* du graphique, les élèves peuvent substituer une valeur de *x* tirée de chaque intervalle dans la fonction pour déterminer à quels endroits la fonction est positive ou négative.

Pour tracer le graphique d'une fonction valeur absolue linéaire ou quadratique, les élèves devraient être capables d'en reconnaître la forme de même que ses coordonnées à l'origine. À l'aide des renseignements du tableau de signes, ils peuvent ensuite tracer le graphique de la fonction valeur absolue.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Performance

- Demander aux élèves de former de petits groupes pour jouer au jeu d'association, qui se rapporte aux graphiques et aux fonctions définies par morceaux. Chaque groupe recevra plusieurs cartes. Des graphiques figureront sur la moitié des cartes, et des fonctions définies par morceaux sur l'autre moitié. L'objectif du jeu est d'être le premier groupe à faire correspondre chaque graphique à sa définition par morceaux.

- Remarque : Les graphiques devraient être assez semblables pour que les élèves ne puissent pas les différencier sans effort (par exemple, plusieurs graphiques devraient avoir les mêmes zéros, pour obliger les élèves à approfondir leur analyse).

(RF2.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.2 Les fonctions valeur absolue

MÉ: pp.368-379
GE: pp.256-261
FR: 7-3, 7-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF2 Suite...

Indicateurs de rendement :

RF2.4 *Résoudre graphiquement, avec ou sans l'aide de la technologie, une équation comportant des valeurs absolues.*

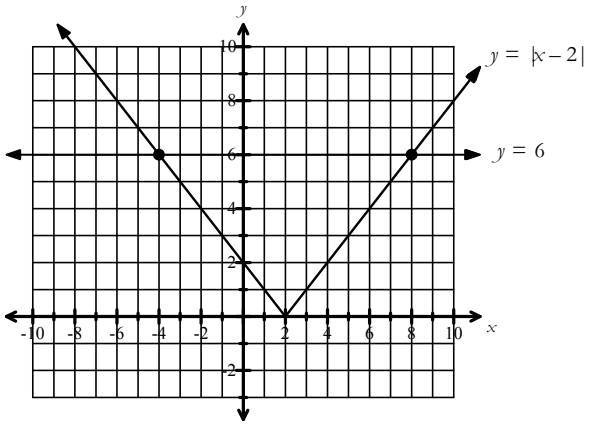
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves apprendront à résoudre des équations comportant des valeurs absolues, d'abord en se concentrant sur leur représentation graphique, puis en utilisant l'algèbre. Rappelez aux élèves les propriétés de la valeur absolue :

- Étant donné un nombre réel a, la valeur absolue $|a|$ représente la distance entre a et l'origine.
- Étant donné deux nombres réels a et b, $|a - b|$ est la distance entre a et b sur la droite numérique.

Les élèves devraient commencer par travailler avec des équations valeur absolue linéaires avant de passer à des équations valeur absolue quadratiques. Demandez aux élèves ce que représente la solution de $|x - 2| = 6$. Ils devraient chercher des points dont la distance par rapport à 2 est 6. À l'aide d'une droite numérique, les élèves devraient se rendre compte que -4 et 8 sont des solutions valables. Ce raisonnement permettra aux élèves de mieux comprendre les solutions qu'ils obtiendront à l'aide d'un graphique.

Demandez aux élèves de tracer les graphiques des fonctions $y = |x - 2|$ et $y = 6$ sur le même plan cartésien de façon à trouver les points d'intersection.



Ils devraient remarquer que les coordonnées en x des points d'intersection correspondent aux solutions de l'équation. Encouragez les élèves à vérifier la solution en substituant les valeurs dans l'équation. L'utilisation du graphique permet de résoudre les équations valeur absolue quadratiques de la même façon.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation	Ressources/Notes
	Ressource autorisée *Mathématiques pré-calcul 11* **7.2 Les fonctions valeur absolue** MÉ: pp.368-379 GE: pp.256-261 BLM: 7-3, 7-5 **7.3 Les équations valeur absolue** MÉ: pp.380-391 GE: pp.262-267 FR: 7-3, 7-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF2 Suite...

Indicateurs de rendement :

RF2.5 *Résoudre algébriquement une équation comportant une seule valeur absolue et en vérifier la solution.*

RF2.6 *Expliquer pourquoi l'équation valeur absolue* $|f(x)| < 0$ *n'a pas de solution.*

RF2.7 *Déterminer et corriger toute eurreur dans une solution d'une équation comportant des valeurs absolue.*

RF2.8 *Résoudre un problème comportant une fonction valeur absolue.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Après avoir résolu des équations valeur absolue à l'aide de représentations graphiques, les élèves apprendront à les résoudre algébriquement. Il est important que les élèves puissent commencer avec des équations valeur absolue simples avant de passer à des équations plus complexes.

Rappelez aux élèves que la règle d'une équation valeur absolue comporte deux parties : celle qui correspond à $f(x) \geq 0$ et $f(x) < 0$. Prenez l'exemple précédent, $|x - 2| = 6$. L'équation correspond à deux possibilités : $\pm (x - 2) = 6$. Les élèves résoudront les équations $(x - 2) = 6$ et $-(x - 2) = 6$ et obtiendront $x = -4$ et $x = 8$. Les élèves devraient vérifier si chacune des solutions est une racine étrangère.

Lorsque les élèves résolvent des équations valeur absolue quadratiques comme $|x^2 - 4| = 3x$, ils peuvent être obligés de résoudre l'équation quadratique à l'aide de la factorisation ou de la formule quadratique. Encouragez les à vérifier les solutions en les substituant à x et en vérifiant que le membre de gauche de l'équation est égal au membre de droite.

Rappelez aux élèves que la valeur absolue d'un nombre est toujours supérieure ou égale à zéro. Les élèves peuvent utiliser la méthode par comparaison pour vérifier si cette propriété est respectée. Par exemple, prenez $|x - 2| = -6$. Demandez aux élèves si une quelconque valeur de x peut être substituée dans cette équation pour donner une valeur négative.

Les élèves devraient recevoir des solutions erronées d'équations valeur absolue, dans lesquelles ils devront trouver et corriger les erreurs. Quelques exemples d'erreurs fréquentes :

- Confondre le signe de valeur absolue avec des parenthèses.
- Multiplier l'expression contenue dans le signe de valeur absolue par une constante (p. ex. $-2|x - 3| = |-2x + 6|$).
- Placer erronément le signe négatif devant la variable plutôt que devant l'expression en entier (p. ex. en tentant de résoudre $|x - 3| = 8$, les élèves pourraient écrire $-x - 3 = 8$ au lieu de $-(x - 3) = 8$).
- Ne pas repérer une racine étrangère.
- Faire une erreur en utilisant la formule quadratique.

La résolution de problèmes à l'aide de fonctions valeur absolue linéaires devrait être intégrée tout au long du module dans des contextes variés. Dans certains problèmes, les élèves recevront une fonction valeur absolue qu'ils devront analyser. Dans d'autres, les élèves devront formuler la fonction à partir des renseignements donnés. Encouragez les élèves à vérifier leurs réponses et à repérer les racines étrangères.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de démontrer à l'aide d'un graphique pourquoi $|x - 2| = -6$ n'a pas de solution.

  (RF2.6)

- Placer des fiches comportant des équations valeur absolue linéaires et quadratiques sur les murs de la classe. Demander aux élèves de choisir deux fiches, une de chaque type d'équation. Ils devraient résoudre les équations et les remettre en guise de carte de sortie. Ces cartes de sortie pourront ensuite être utilisées pour leur permettre de trouver et de corriger d'éventuelles erreurs.

  (RF2.5, RF2.7)

- Pour une activité, chaque groupe d'élève reçoit une équation valeur absolue à résoudre algébriquement. Après une période donnée, demander à chaque groupe d'échanger son problème avec celui d'un autre groupe. Si le problème était résolu, le deuxième groupe vérifie la solution. S'il trouve des erreurs, il les corrige et complète la résolution du problème. Si le premier groupe n'avait pas terminé, le deuxième vérifie la solution partielle et la complète. Une fois qu'ils ont terminé, les groupes mettent en commun leurs solutions respectives, justifient les changements apportés et commentent leurs démarches respectives.

  (RF2.5, RF2.7)

Exposé

- Demander aux élèves, en groupes, de faire une recherche sur un problème comportant une fonction valeur absolue. Ils devraient présenter leur problème et sa solution devant la classe.

  (RF2.8)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.3 Les équations valeur absolue

MÉ: pp.380-391
GE: pp.262-267
FR: 7-3, 7-6

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF11 Tracer le graphique et analyser des fonctions inverses (limité à l'inverse des fonctions linéaires et quadratiques).

[L, R, T, V]

Indicateurs de rendement :

RF11.1 *Comparer le graphique de* $y = \frac{1}{f(x)}$ *au graphique de* $y = f(x)$.

RF11.2 *Identifier, à partir d'une fonction f(x), les valeurs de x pour lesquelles* $y = \frac{1}{f(x)}$ *aura des asymptotes verticales et en décrire la relation aux valeurs non permises de l'expression rationnelle correspondante.*

RF11.3 *Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique de* $y = \frac{1}{f(x)}$ *, à partir de* $y = f(x)$ *donnée sous la forme d'une fonction ou d'un graphique, et expliquer les stratégies.*

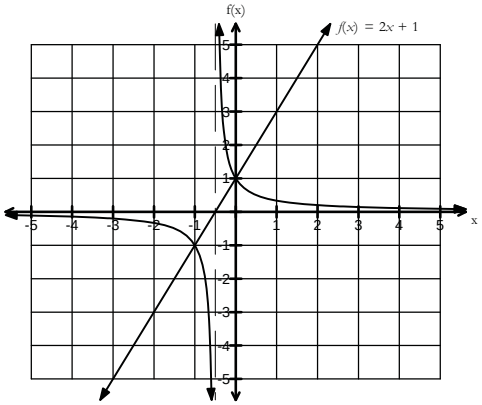
Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves compareront le graphique d'une fonction avec celui de la fonction inverse. Les exemples comprendront tant des fonctions linéaires que quadratiques.

Le tracé d'une fonction et celui de la fonction inverse contiennent certains points invariants. Montrez le tableau ci-dessous aux élèves pour mettre en évidence les points invariants dans une fonction comme $f(x) = 2x + 1$.

x	$f(x)$	$\frac{1}{f(x)}$
1	3	$\frac{1}{3}$
0,5	2	$\frac{1}{2}$
0	1	1
-0,5	0	non défini
-1	-1	-1

Les élèves devraient remarquer que les points invariants peuvent être trouvés en posant $f(x) = \pm 1$. Ces points aideront les élèves à tracer le graphique des fonctions inverses, car ils se trouvent dans les deux fonctions et constituent donc les points d'intersection.
Les fonctions inverses linéaires et quadratiques possèdent certaines propriétés qui devraient être abordées au cours d'une discussion de groupe. Demandez aux élèves de tracer $f(x) = 2x + 1$.



RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Exposé

- Demander aux élèves d'analyser et de décrire les propriétés d'une fonction et de la fonction inverse à l'aide des technologies graphiques. Pendant que l'enseignant surveille cette activité, il devrait poser des questions comme : « Quels sont les points d'intersection des graphiques? » et « À quoi correspondent les asymptotes verticales de la fonction inverse dans la fonction originale? »

(RF11.1, RF11.2, RF11.3, RF11.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.4 Les fonctions inverses

MÉ: pp.392-409
GE: pp.268-276
FR: 7-3, 7-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF11 Suite...

Indicateurs de rendement :

RF11.1, RF11.2

RF11.3 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves devraient tenir compte des éléments suivants :

- Si le point (x, y) fait partie du graphique de la fonction $y = f(x)$, que remarquez-vous à propos de ce point sur le graphique de la fonction inverse?
- La fonction inverse a-t-elle le même signe que la fonction originale?
- Que remarquez-vous au sujet de l'abscisse à l'origine de la fonction linéaire, de la valeur non permise de la fonction inverse et de l'emplacement de l'asymptote verticale?
- Quelle est l'asymptote horizontale?
- Quels sont les points invariants?
- Pourquoi les intervalles de décroissance dans la fonction originale deviennent-ils des intervalles de croissance dans la fonction inverse?
- Pourquoi les intervalles de croissance dans la fonction originale deviennent ils des intervalles de décroissance dans la fonction inverse?
- Que remarquez-vous au sujet de la fonction inverse à mesure qu'elle s'approche des asymptotes?

Les élèves devraient aussi se rendre compte, à partir de la table et du graphique, que les zéros de la fonction deviennent des valeurs non permises dans la fonction inverse. Il s'agit de l'emplacement de l'asymptote verticale. Lors de l'analyse et de la comparaison des graphiques de la fonction et de sa variante inverse, il est important de remarquer que les coordonnées en y d'une fonction augmentent lorsque les coordonnées en y de l'autre fonction diminuent, et inversement. Vous pouvez le montrer en attirant l'attention sur les portions du graphique situées de part et d'autre des points invariants.

Une fois que les élèves ont déterminé la forme du graphique, les coordonnées à l'origine et les asymptotes, ils devraient être capables de dessiner un graphique de la fonction inverse.

Ces concepts seront maintenant étendus aux graphiques des fonctions quadratiques et de leur variante inverse. Trois cas doivent être vus et approfondis avec les élèves, soit les fonctions quadratiques à un zéro, à deux zéros et sans zéro.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Donner le tableau suivante aux élèves avec un ensemble d'énoncés. Demander aux élèves d'expliquer le raisonnement à l'aide duquel ils ont déterminé si chacun des énoncés est vrai ou faux.

Étant donné la fonction $f(x) = \dfrac{1}{3x-4}$	Vrai	Faux	Justification
1) Il y a une asymptote verticale $x = \frac{4}{3}$			
(2) Il y a une asymptote horizontale $y = 0$.			
(3) $f(0) = \frac{1}{4}$			
(4) Le point (4,8) fait partie du graphique de $y = 3x - 4$ et le point (4, -8) fait partie du graphique de $y = \frac{1}{3x-4}$.			

(RF11.1, RF11.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.4 Les fonctions inverses

MÉ: pp.392-409
GE: pp.268-276
FR: 7-3, 7-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF11 Suite ...

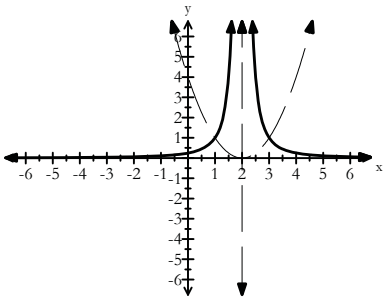
Indicateurs de rendement :

RF11.1, RF11.2

RF11.3 *Suite*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

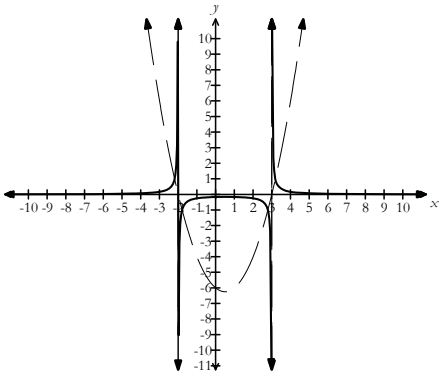
D'abord, présentez une fonction quadratique à un zéro. Prenons le graphique de $y = (x - 2)^2$ et celui de sa variante inverse $y = \frac{1}{(x-2)^2}$.



À l'aide du graphique, les élèves devraient remarquer les éléments suivants :

- Il y a une abscisse à l'origine dans le graphique de $y = f(x)$ à $x = 2$ qui correspond à l'asymptote verticale de $y = \frac{1}{f(x)}$.
- Les graphiques de $y = f(x)$ et $y = \frac{1}{f(x)}$ se croisent à $f(x) = \pm 1$ (dans l'exemple donné, à $f(x) = 1$ seulement). Ce sont les points invariants.
- Le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$ comporte aussi une asymptote horizontale, située à y = 0.

De la même manière, les élèves peuvent examiner une fonction quadratique à deux zéros. Prenons le graphique de $y = (x - 3)(x + 2)$ et celui de sa variante inverse, $y = \frac{1}{(x-3)(x+2)}$.



Les élèves devraient remarquer les propriétés suivantes :

- Les abscisses à l'origine du graphique de $y = f(x)$, $x = -2$ et $x = 3$ correspondent à l'emplacement des asymptotes verticales dans le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$.
- Les graphiques de $y = f(x)$ et $y = \frac{1}{f(x)}$ se croisent à $f(x) = \pm 1$ s'agit des points invariants.
- L'asymptote horizontale correspond à $y = 0$.
- Les portions du graphique de $y = f(x)$ qui étaient positives le restent dans le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$. Les portions du graphique qui étaient négatives le restent dans le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Observation

- Les élèves peuvent faire cette activité en équipes de deux. Donner à un des coéquipiers les graphiques d'une fonction quadratique et de la variante inverse sur le même plan cartésien. Demander à l'élève de décrire les propriétés de la fonction quadratique et de la variante inverse à son partenaire. Le partenaire trace le graphique à partir de la description donnée par son coéquipier. Les deux élèves vérifient ensuite si le graphique correspond à l'original.

(RF11.1, RF11.2, RF11.3)

Papier et crayon

- Donner le tableau suivant et un ensemble d'énoncés aux élèves. Leur demander de décrire le raisonnement à l'aide duquel ils ont déterminé si chacun des énoncés est vrai ou faux.

Étant donné la fonction $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$	Vrai	Faux	Justification
(1) Il y a une asymptote verticale à $x = 2$			
2) Il y a une asymptote horizontale à $x = -3$			
(3) $f(0) = \frac{1}{6}$			
(4) $y = \frac{1}{f(x)}$ a deux zéros : 2 et 3			

(RF11.1, RF11.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.4 Les fonctions inverses

MÉ: pp.392-409
GE: pp.268-276
FR: 7-3, 7-7

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF11 Suite...

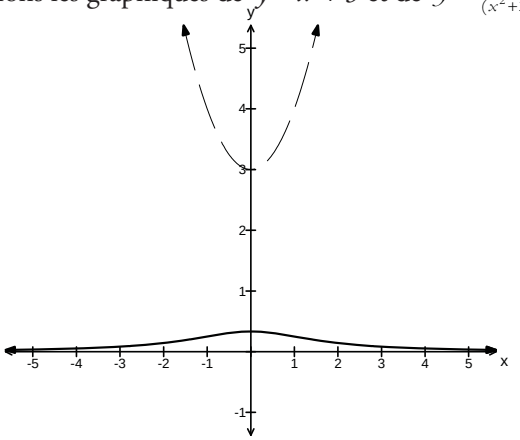
Indicateurs de rendement :

RF11.1, RF11.2

RF11.3 Suite

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsqu'ils tracent le graphique d'une fonction quadratique sans une abscisse à l'origine et de la variante inverse, les élèves devraient remarquer que les propriétés sont différentes par rapport aux cas précédents. Prenons les graphiques de $y = x^2 + 3$ et de $y = \frac{1}{(x^2+3)}$.



- Le graphique de $y = f(x)$ ne comporte aucun abscisse à l'origine. Par conséquent, le graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$ n'a pas d'asymptote verticale.
- Le graphique de $y = f(x)$ ne comporte aucun point à $f(x) = \pm 1$. Par conséquent, il n'existe aucun point d'intersection entre les graphiques (pas de points invariants).
- L'asymptote horizontale est située à $y = 0$.

Cet examen aide les élèves à reconnaître la forme des graphiques de fonctions inverses. À partir des coordonnées à l'origine et des asymptotes, les élèves peuvent tracer une fonction inverse.

RF11.4 Tracer, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique de y= f(x) à partir de $y = \frac{1}{f(x)}$ donnée sous la forme d'une fonction ou d'un graphique, et expliquer les stratégies utilisées.

Les élèves travailleront à l'envers et traceront le graphique de la fonction originale à partir de la fonction inverse. Ils devraient être capables de déterminer en examinant la fonction inverse si la fonction originale est linéaire ou quadratique. Il est important de rappeler aux élèves les concepts clés concernant les fonctions inverses. L'asymptote verticale d'une fonction inverse correspond au ou aux zéros de la fonction originale. Le point (x, y) sur la fonction inverse devient $(x, \frac{1}{y})$ sur la fonction originale. Les deux fonctions se croisent à $f(x) = \pm 1$.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Donner une fonction inverse aux élèves. Leur demander de tracer le graphique de la fonction originale, $y = f(x)$, et d'expliquer leur stratégie.

(RF11.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

7.4 Les fonctions inverses

MÉ: pp.392-409
GE: pp.268-276
FR: 7-3, 7-7

Les systèmes d’équations

Durée suggérée: 8 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves seront initiés aux systèmes d'équations linéaires et quadratiques et aux systèmes d'équations quadratiques (ou d'équations du second degré). On résout ces systèmes en trouvant des points d'intersection dans leur représentation graphique. Les élèves résoudront algébriquement les systèmes d'équations à l'aide des méthodes par substitution et par élimination. Ils trouveront ensuite les solutions à divers problèmes pratiques qui font intervenir des systèmes d'équations et valideront leurs réponses.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS RF6

Résoudre algébriquement et graphiquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques ayant deux variables.

Processus mathématiques

[**C**] Communication
[**L**] Liens
[**RP**] Résolution de problèmes
[**V**] Visualisation
[**CE**] Calcul mental et estimation
[**R**] Raisonnement
[**T**] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Relations et fonctions	Relations et fonctions	
RF9 Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires ayant deux variables graphiquement et algébriquement. [L, R, RP, T, V]	RF6 Résoudre algébriquement et graphiquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques et quadratiques-quadratiques ayant deux variables. [CN, PS, R, T, V]	Non traité

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF6 Résoudre algébriquement et graphiquement, des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires-quadratiques-quadratiques ayant deux variables.

[L, RP, R, T, V]

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont appris à modéliser et à résoudre graphiquement et algébriquement des systèmes d'équations linéaires à deux variables (RF9). Ils ont créé des systèmes linéaires afin de modéliser des situations, et ils ont décrit des situations qui pouvaient être modélisées par un système linéaire donné. Ils ont résolu graphiquement des systèmes d'équations linéaires, avec et sans l'aide de la technologie, et ils ont progressé vers la résolution de systèmes linéaires de façon symbolique par substitution et par élimination.

Dans ce module, les élèves élargiront leur connaissance des systèmes d'équations en étudiant les systèmes d'équations quadratiques et les systèmes d'équations linéaires et quadratiques.

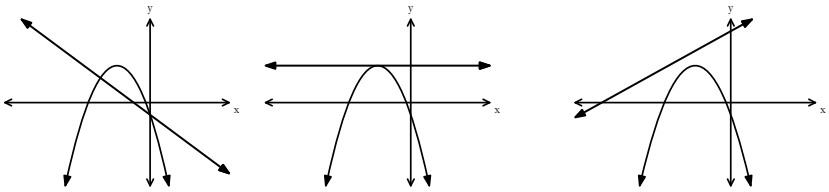
Indicateurs de rendement :

RF6.1 *Expliquer la signification du ou des points d'intersection dans un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.*

RF6.2 *Expliquer, à l'aide d'exemples, pourquoi un système d'équations linéaires-quadratiquess ou quadratiques-quadratiques peut avoir un nombre infini, deux une ou n'avoir qu'une solution.*

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont créé des graphiques de fonctions linéaires (RF6). Ils ont également exploré ce qu'étaient les points d'intersection d'un système d'équations linéaires (RF9). Ils ont appris que les points d'intersection correspondent à la solution d'un système linéaire.

Demandez aux élèves de tracer une droite et une parabole sur le même axe. En examinant les points d'intersection, ils devraient se rendre compte qu'un système d'équations linéaires et quadratiques produit trois cas possibles. Il peut compter une ou deux solutions, ou il peut n'en compter aucune.



Il serait judicieux maintenant d'expliquer les concepts de tangente et de sécante. Une droite coupant une parabole en plus d'un point se nomme sécante. Si la droite coupe la parabole en un seul point, elle est désignée tangente. Bien que ces concepts ne soient pas des objectifs de ce cours, les élèves profiteront de cet enseignement et réussiront plus facilement les modules suivants.

Demandez aux élèves de répéter cette activité et de tracer deux paraboles. Demandez leur combien il y a de solutions possibles à un système quadratique. Les élèves devraient réaliser que les mêmes cas s'appliquent, en plus d'un quatrième : ce système peut également avoir un nombre infini de solutions (c. à d. droites confondues).

RAG : Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :
  Prenez la parabole C dont l'équation est $y = x^2 - 2x - 3$.
  (i) Trouvez une équation possible pour la droite L de façon à ce que C et L forment un système sans solution; à une solution; à deux solutions?
  (ii) Trouvez une équation possible pour la quadratique Q de façon à ce que C et Q forment un système sans solution; à une solution; à deux solutions; à un nombre infini de solutions?

  (RF6.1, RF6.2)

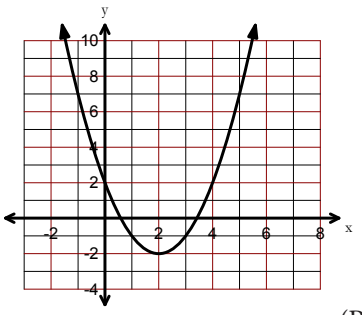
- Demander aux élèves comment ils peuvent déterminer par observation quel système n'a pas de solution et lequel en a un nombre infini.
  (i) $\left.\begin{array}{l} -2x^2 + 3x - y + 4 = 0 \\ -4x^2 + 6x - 2y + 8 = 0 \end{array}\right\}$

  (ii) $\left.\begin{array}{l} y - 5 = 0 \\ y = -(x+1)^2 - 3 \end{array}\right\}$

  (RF6.1, RF6.2)

Performance

- Demander aux élèves si les droites suivantes coupent la parabole ci-dessous en un point, en deux points ou si elles ne la coupent en aucun point.
  (i) $y = \frac{1}{2}x + 3$
  (ii) $y = \frac{1}{2}x - 4$
  (iii) $y = -2x$
  (iv) $x - 3 = 0$



(RF6.1, RF6.2)

Journal

- Un ami a affirmé qu'un système d'équations linéaires et quadratiques ne pouvait pas avoir un nombre infini de solutions, alors que c'était le cas d'un système d'équations quadratiques. Êtes-vous d'accord ou en désaccord avec cette affirmation et dites pourquoi?

(RF6.1, RF6.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée
Mathématiques pré-calcul 11

8.1 La résolution graphique de systèmes d'équations

Manuel de l'élève (MÉ): pp.424-439
Guide d'enseignement (GE): pp.291-299
Feuille à reproduire (FR): 8-3, 8-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF6 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF6.3 *Déterminer et vérifier la solution d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques graphiquement, avec ou sans l'aide de la technologie.*

RF6.4 *Déterminer et vérifier la solution d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques algébriquement.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves résoudront les systèmes d'équations quadratiques et les systèmes d'équations linaires et quadratiques à l'aide des représentations graphiques. Ils devront revoir les méthodes employées pour tracer le graphique des relations linéaires et quadratiques. Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont étudié la représentation graphique des fonctions linéaires avec la méthode pente ordonnée à l'origine, et la méthode des coordonnées à l'origine. Dans ce cours, les élèves apprendront les caractéristiques de la forme générale et de la forme canonique d'une fonction quadratique. L'identification de la forme de l'équation aidera les élèves à déterminer la méthode la plus appropriée pour tracer le graphique d'une fonction linéaire ou quadratique.

Les systèmes d'équations peuvent être résolus à l'aide d'un outil technologique graphique. Les élèves peuvent être initiés, mais sans y être limités, à l'utilisation d'une calculatrice graphique ou à d'une application de dessin.

Lorsque les élèves déterminent les points d'intersection, il importe de leur rappeler de vérifier la solution pour les deux équations. La résolution d'un système d'équations à l'aide d'un graphique n'est pas sans limites. Lorsque les élèves doivent estimer les coordonnées, il est possible que les points d'intersection ne soient pas des nombres entiers. Dans ces cas, la méthode algébrique se révèle plus efficace pour résoudre ces systèmes.

En résolvant des systèmes d'équations à l'aide d'une représentation graphique, les élèves devraient prendre conscience que l'algèbre permet de trouver les points d'intersection plus efficacement. Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont été initiés aux méthodes par substitution et par élimination, qui permettent de résoudre algébriquement un système linéaire. Ils appliqueront ces méthodes à la résolution de systèmes d'équations du second degré, dont certaines comprendront des coefficients rationnels. Donnez aux élèves la possibilité de choisir la méthode algébrique la plus efficace pour résoudre un système d'équations en insistant sur les coefficients des variables semblables. Si nécessaire, demandez aux élèves de réorganiser les équations pour que les variables semblables apparaissent à la même position dans les deux équations.

Lorsque les élèves seront amenés à résoudre un système au moyen des méthodes par substitution ou par élimination, ils devront utiliser la méthode de factorisation ou la formule quadratique pour résoudre l'équation du second degré ainsi obtenue. Après qu'ils ont déterminé la solution du système, veillez à ce que les élèves vérifient que la paire ordonnée satisfait aux équations. Discutez avec eux de l'importance de vérifier que la solution satisfait aux deux équations.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Samuel a résolu le système suivant : $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 9 \\ y = x^2 - 4x \end{array}\right\}$

  Sa solution était le point (3, 3). Demander aux élèves de vérifier si la solution est correcte, et expliquer comment les résultats de Samuel peuvent être illustrés graphiquement.

  (RF6.3)

- On a demandé à André de résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 - x + y = -2 \\ 2x^2 - 4x + 3y = 0 \end{cases}$$

  Le début de sa solution est présenté ci-dessous. Demander aux élèves de compléter la solution et vérifier la réponse. Vous devez également cerner et corriger les erreurs qu'André ou vous-même auriez pu faire.

  Solution d'André :

  Multiplier la première équation par -3 et additionner la deuxième équation.

$$\begin{array}{l} x^2 - x + y = -2 \xrightarrow{\times(-3)} -3x^2 + 3x - 3y = -2 \\ 2x^2 - 4x + 3y = 0 \longrightarrow \underline{\quad 2x^2 - 4x + 3y = 0} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -x^2 - x \qquad = -2 \end{array}$$

  Maintenant, résoudre : $-x^2 - x = -2$.

  (RF6.4)

Observation

- Organiser l'activité suivante avec les élèves : Distribuez des cartes aux élèves. Un tiers du paquet contient les coordonnées des points d'intersection de deux graphiques. Un autre tiers contient un système d'équations quadratiques ou un système d'équations linéaires et quadratiques écrit dans la forme pente ordonnée à l'origine et dans la forme canonique. Le dernier tiers contient les graphiques correspondant au système d'équations. Les élèves doivent se promener dans la classe pour former des groupes de trois en appariant les cartes qui présentent le système, les graphiques et les points d'intersection correspondants.

  (RF6.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée
Mathématiques pré-calcul 11

8.1 La résolution graphique de systèmes d'équations

MÉ: pp.424-439
GE: pp.291-299
FR: 8-3, 8-4

8.2 La résolution algébrique de systèmes d'équations

MÉ: pp.440-456
GE: pp.300-306
FR: 8-3, 8-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF6 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF6.4 *Suite*

RF6.5 *Représenter une situation à l'aide d'un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques.*

RF6.6 *Associer un système d'équation linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques au contexte d'un problème donné.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Encouragez les élèves à prédire le nombre de solutions avant de résoudre le système de façon graphique ou algébrique. Le discriminant $b^2 - 4ac$ peut les aider à faire leurs prédictions. Présentez le système suivant aux élèves : $y = 3x + 5$ and $y = 3x^2 - 2x - 4$. Demandez aux élèves d'égaliser les équations et de les simplifier. Ils obtiendront l'équation quadratique $3x^2 - 5x - 9 = 0$. Ils détermineront que la valeur du discriminant est 133. Ils devraient alors comprendre que si le discriminant est supérieur à zéro, il y a deux valeurs x, ce qui indique deux solutions différentes. Cela signifie que le système d'équations linéaires et quadratiques possède deux points d'intersection. Lorsque la valeur du discriminant est égale à zéro, le système a une solution, et lorsque cette valeur est négative, le système n'a pas de points d'intersection. Les élèves pourront maintenant résoudre le système et l'équation du second degré résultante à l'aide des méthodes enseignées plutôt dans le module sur les équations quadratiques (factorisation, formule quadratique et complétion du carré).

Rappelez aux élèves qu'un système d'équations quadratiques peut également produire un nombre infini de solutions. Les élèves prendront conscience que des fonctions confondues (c. à d. identiques) donnent lieu à un système où le membre de gauche est égal au membre de droite (c. à d. 0 = 0).

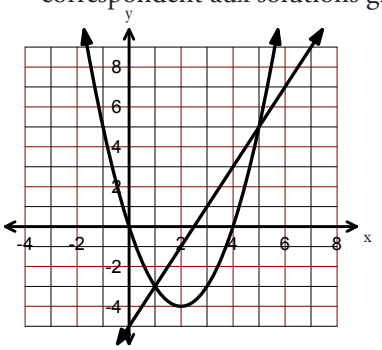
Les élèves modéliseront diverses situations concrètes faisant intervenir des systèmes d'équations quadratiques et des systèmes d'équations linéaires et quadratiques. Les élèves assimilent mieux la matière si elle s'applique à des situations concrètes. La trajectoire d'objets qui ont été lancés ou qui tombent peut être modélisée au moyen d'équations quadratiques et linéaires. Veuillez à ce que les élèves comprennent bien les variables qui servent à représenter les quantités inconnues et qu'ils puissent les définir. Lancez une discussion avec les élèves, amenez-les à comprendre que pour résoudre un système, le nombre d'inconnues doit correspondre au nombre d'équations.

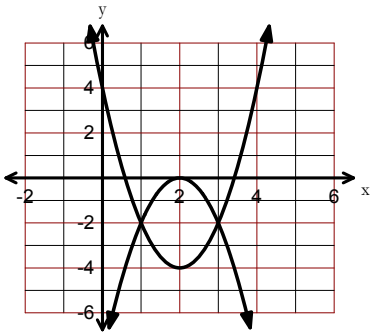
RAG : Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

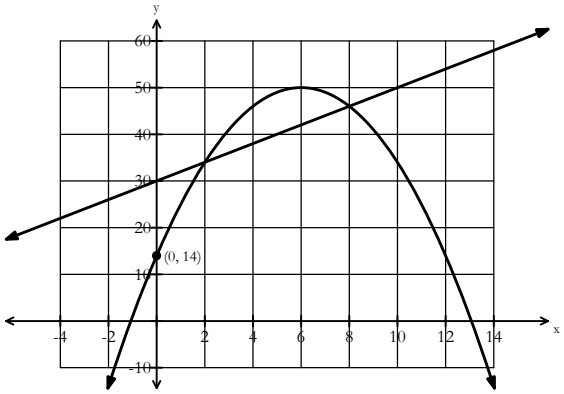
- Demander aux élèves de créer et de résoudre le système d'équations représenté par les graphiques ci-dessous. Ils devront vérifier que les solutions obtenues par la méthode algébrique correspondent aux solutions graphiques.





(RF6.3, RF6.4)

- La fluctuation sur une période de 12 ans du cours C, en dollars par action, du titre d'une société de technologie de pointe est représentée par la parabole ci-dessous. Le cours C, en dollars par action, d'un autre titre de société de technologie de pointe a quant à lui affiché une croissance constante au cours de la même période.



Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

i) Déterminez le système d'équations qui modélise le cours des titres au fil du temps.

ii) Résolvez le système.

iii) Déterminez à quelle valeur le cours des deux titres est le même.

(RF6.5, RF6.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

8.2 La résolution algébrique de systèmes d'équations

MÉ: pp.440-456
GE: pp.300-306
FR: 8-3, 8-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF6 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF6.7 *Résoudre un problème comportant un système d'équations linéaires-quadratiques ou quadratiques-quadratiques et expliquer la stratégie.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les élèves résoudront des problèmes mettant en jeu un système d'équations quadratiques ou un système d'équations linéaires et quadratiques. Ils devront déterminer quelle est la meilleure méthode algébrique pour résoudre le système d'équations, et ils devront être en mesure d'expliquer leur choix.

L'explication d'une solution selon un contexte particulier et la vérification de la solution sont des étapes importantes de la résolution de systèmes d'équations. Dans le contexte particulier d'une situation, la solution à un système d'équations n'est peut-être pas une solution possible (c. à d. une racine non admissible). Par exemple, la solution d'un système d'équations pourrait être (-2, 5) et (5, 8). Cependant dans le contexte du problème, la coordonnée x pourrait représenter une mesure de temps ou de longueur; par conséquent, la solution du point (-2, 5) devrait être rejetée et il ne pourrait y avoir qu'une réponse possible.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et le sens du nombre.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de résoudre les systèmes suivants :
  - (i) Si le périmètre d'un champ rectangulaire est de 500 m et son aire est de 14 400 m^2, trouvez la longueur des côtés. (RF6.7)
  - (ii) Formulez un système d'équations représentant deux nombres dont la différence est de 4 et dont la somme des carrés est de 136. (RF6.7)
  - (iii) Si l'hypoténuse d'un triangle rectangle mesure 10 cm et son périmètre, 22 cm, quelle est la longueur des deux autres côtés? (RF6.7)
  - (iv) Une parachutiste saute du haut d'une tour et tombe durant plusieurs secondes avant d'ouvrir son parachute. Sa hauteur par rapport au sol, en mètres, à tout moment (h) est donnée par les équations suivantes : $h = -4{,}9t^2 + 5\,000$ avant d'ouvrir son parachute, et $h = -4t + 4\,000$ après avoir ouvert son parachute. Si t représente le temps en secondes, combien de temps s'est écoulé avant qu'elle ouvre son parachute, et à quelle hauteur se trouvait-elle à cet instant? (RF6.7)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

8.2 La résolution algébrique de systèmes d'équations

MÉ: pp.440-456
GE: pp.300-306
FR: 8-3, 8-5

Les inégalités linéaires et quadratiques

Durée suggérée: 8 heures

Aperçu du module

Orientation et contexte

Dans ce module, les élèves résoudront des inégalités quadratiques à une variable et des inégalités linéaires et quadratiques à deux variables. Ils tenteront de trouver les solutions de ces inégalités à l'aide de méthodes variées pour, idéalement, développer une stratégie personnelle. Ils appliqueront les compétences qu'ils auront acquises à la résolution de problèmes pratiques.

Cadre des résultats d'apprentissage

RAG

Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

RAS RF7

Résoudre des problèmes comportant des inégalités linéaires et quadratiques ayant deux variables.

RAS RF8

Résoudre des problèmes comportant des inégalités quadratiques ayant une variable.

Processus mathématiques

[C] Communication
[L] Liens
[RP] Résolution de problèmes
[V] Visualisation
[CE] Calcul mental et estimation
[R] Raisonnement
[T] Technologie

Continuum des résultats d'apprentissage spécifiques

Mathématiques 1231	Mathématiques 2230	Mathématiques 3230
Relations et fonctions	Relations et fonctions	Relations et fonctions
RF6 Associer les relations linéaires exprimées sous la forme: • explicite : • ($y = mx + b$) • générale : • ($Ax + By + C = 0$) • pente-point : • ($y - y_1 = m(x - x_1)$) à leurs graphiques. [L, R, T, V]	RF7 Résoudre des problèmes comportant des inégalités linéaires et quadratiques ayant deux variables. [C, RP, T, V] RF8 Résoudre des problèmes comportant des inégalités quadratiques ayant une variable. [L, RP, V]	RF11 Tracer le graphique et analyser des fonctions polynomiales (limitées aux fonctions polynomiales de degré ≤ 5). [C, L, T, V]

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF7 Résoudre des problèmes comportant des inégalités linéaires et quadratiques ayant deux variables.

[C, RP, T, V]

Indicateurs de rendement :

RF7.1 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des points d'essai peuvent être utilisés pour déterminer la région qui satisfait une inégalité.*

RF7.2 *Expliquer, à l'aide d'exemples, quand une ligne continue ou pointillée devrait être utilisée dans la solution à une inégalité.*

RF7.3 *Esquisser, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'une inégalité linéaire ou quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

En 9e année, les élèves ont résolu des inégalités linéaires à une variable comportant des coefficients rationnels et ont inscrit leurs solutions sur une droite numérique (9RR4). Les élèves connaissent les symboles d'inégalités de même que les termes «données continues» et «données discrètes» et leur représentation graphique. Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont tracé des graphiques de relations linéaires à partir de la pente et de l'ordonnée à l'origine, de l'équation générale ou encore d'un point et de la pente (RF6).

Les élèves ont appris à vérifier les solutions d'équations et d'inéquations linéaires par substitution. Ils ont aussi vérifié des solutions à l'aide de droites numériques. Les élèves ont abordé la notion selon laquelle la solution d'une inégalité linéaire correspond à un ensemble de points tandis qu'une équation linéaire n'a qu'une seule solution.

Dans ce module, les élèves résoudront des inégalités quadratiques à une variable de même que des inégalités linéaires et quadratiques à deux variables.

Les élèves commenceront par étudier les inégalités linéaires à deux variables. La solution d'une inégalité linéaire à deux variables comme $Ax + By > C$, correspond à une paire ordonnée (x, y) qui satisfait un énoncé lorsque les valeurs de x et de y sont substituées dans l'inégalité. Comme le nombre de solutions peut être infini, il n'est pas possible pour les élèves de toutes les énumérer. La discussion sur la différence entre une équation et une inégalité devrait souligner le fait que la solution d'une inégalité à deux variables correspond à une région. Expliquez aux élèves que la ligne de partage $Ax + By = C$ divise le plan cartésien en deux parties, dont une correspond à la solution de l'inégalité.

Pour tracer correctement le graphique d'une inégalité à deux variables, les élèves doivent savoir tracer le graphique d'une équation linéaire, avec et sans l'aide de la technologie. Le fait de reconnaître la forme de l'équation permettra aux élèves de choisir la méthode à utiliser pour tracer le graphique (pente ordonnée à l'origine, point pente ou coordonnées à l'origine). Au début, les élèves utiliseront des points d'essai pour définir la région du plan cartésien qui correspond à l'inégalité, ce qui les aidera à comprendre quand ombrer au-dessus ou au-dessous de la limite. Le fait de travailler sur plusieurs exemples devrait les aider à faire le lien entre le signe de l'inégalité, la région à ombrer et le choix d'une ligne continue ou d'une ligne pointillée.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de remplir un tableau semblable à celui présenté ci-dessous :

Inégalité	Ombrer au-dessus ou au-dessous	Ligne continue ou pointillée
$y \leq -2x + 8$		
$x + y > 2$		

(RF7.2, RF7.3)

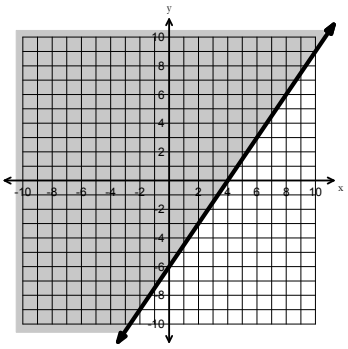
- On a demandé à un élève de tracer le graphique de $3x - 2y > 12$. Sa solution est illustrée ci-dessous. Demander aux élèves de trouver et de corriger la ou les erreurs.

  Solution de l'élève :

  $3x - 2y > 12$

  $-2y > -3x + 12$

  $y > \frac{3}{2}x - 6$



(RF7.3)

Performance

- Demander aux élèves de faire cette activité en équipes de deux. Chaque équipe devrait recevoir un jeu de cartes comportant 12 cartes de graphiques, 12 cartes d'inégalités et une carte « VICTOIRE! ».

  Un croupier est choisi pour distribuer les cartes à chaque élève. L'objectif est d'associer chaque graphique à l'inégalité correspondante. Une fois formées, les paires sont mises de côté, face vers le haut. Tour à tour, les élèves choisissent une des cartes de leur partenaire et essaient de former une paire si possible. Le jeu continue jusqu'à ce que toutes les paires aient été formées. Le gagnant est l'élève qui a la carte « Victoire ! » en main à la fin de la partie.

(RF7.3)

Journal

- Un ami vous demande de lui expliquer la différence entre le graphique de $3y + 2x = 4$, $3y + 2x > 4$, et celui de $3y + 2x \geq 4$. Écrivez votre réponse.

(RF7.2)

- La région solution de l'inégalité $5x - 3y > 10$ se situe au-dessus de la droite, puisque l'inégalité contient le signe « plus grand que ». Êtes-vous d'accord avec cet énoncé et pourquoi.

(RF7.3)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

9.1 Les inéquations linéaires à deux variables

Manuel de l'élève (MÉ): pp.464-475
Guide d'enseignement (GE): pp.317-323
Feuille à reproduire (FR): 9-3, 9-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF7 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF7.1, RF7.2, RF7.3 *Suite*

RF7.4 *Résoudre un problème comportant une inégalité linéaire ou quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Lorsqu'ils résolvent des inégalités à une variable, les élèves oublient parfois de renverser le signe de l'inégalité lorsqu'ils multiplient ou divisent les deux côtés par un nombre négatif. Il pourrait être nécessaire de revenir brièvement sur cette erreur, car elle aura aussi des effets sur la région solution dans les inégalités à deux variables.

Les élèves devraient avoir l'occasion d'écrire la règle d'une inégalité linéaire à partir de son graphique. Ils trouveront l'équation de la ligne de partage et utiliseront ensuite la région ombrée pour déterminer l'inégalité. Rappelez aux élèves la signification d'une ligne continue ou pointillée.

Les élèves mettront les inégalités en contexte pratique. Les problèmes correspondant à des inégalités à deux variables signifient que les élèves ont à déterminer deux quantités inconnues selon certaines contraintes. Les élèves mettront le problème pratique sous forme d'inégalité. Assurez-vous qu'ils comprennent et définissent les variables utilisées pour représenter les quantités inconnues. Ils devraient aussi se rendre compte que la région solution ombrée représente toutes les combinaisons possibles des deux quantités. Un exemple comme le suivant peut être utilisé pour montrer les solutions réalistes à un problème.

- Avec deux minutes à jouer dans une partie de basketball, votre équipe a 12 points de retard. Donnez deux combinaisons de paniers de 2 et de 3 points qui permettraient à votre équipe de compter au moins 12 points.

Les élèves devraient se rendre compte que le domaine et l'image ne contiennent que des valeurs positives. Demandez leur de trouver des points réalistes dans la région solution en tenant compte du temps qu'il reste à jouer.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de répondre aux questions suivantes :

  i) Suzanne prévoit passer au maximum 15 heures à réviser ses notes de mathématique et de biologie avant les examens. Tracez un graphique qui montre combien de temps elle peut passer sur chaque sujet.

  ii) Un entrepreneur doit déplacer au moins cent tonnes de terre à l'aide de deux camions. Un des camions a une capacité de 4 tonnes, et l'autre a une capacité de 5 tonnes. Tracez un graphique qui montre les diverses combinaisons de chargements que pourraient effectuer les camions pour déplacer le tas de terre.

(RF7.4)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

9.1 Les inéquations linéaires à deux variables

MÉ: pp.464-475
GE: pp.317-323
FR: 9-3, 9-4

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :

RF8 Résoudre des problèmes comportant des inégalités quadratiques ayant une variable. [L, RP, V]

Indicateurs de rendement :

RF8.1 Déterminer la solution d'une inégalité quadratique ayant une variable à l'aide de stratégies telles que l'analyse par cas, tracer le graphique, les racines et des points d'essai ou l'analyse des signes et expliquer la stratégie utilisée.

RF8.2 *Représenter et résoudre un problème comportant une inégalité quadratique ayant une variable.*

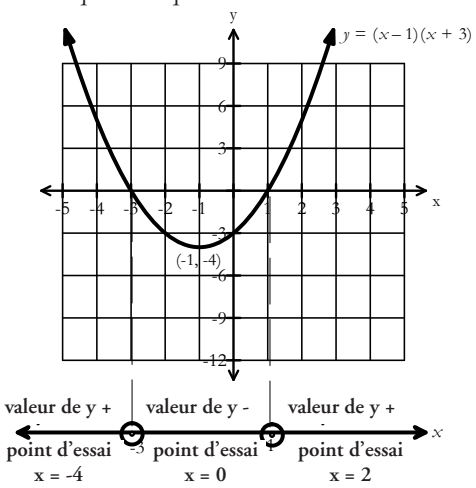
RF8.3 *Interpréter la solution d'un problème comportant une inégalité quadratique ayant une variable.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans le cours de Mathématiques 1231, les élèves ont abordé les concepts de domaine et d'image (RF1). Ils ont utilisé la notation des intervalles et la notation des ensembles pour représenter des ensembles solutions. Ces méthodes seront maintenant étendues à la résolution d'inégalités quadratiques.

Il est important de discuter avec les élèves de ce que représente la solution d'une inégalité quadratique à une variable. Par exemple, lorsqu'ils cherchent la solution de $ax^2 + bx + c \geq 0$, les élèves devraient comprendre qu'ils cherchent les valeurs en x possibles qui correspondent à des valeurs en y plus grandes ou égales à 0, c'est à dire qu'ils cherchent à déterminer si le graphique de $y = ax^2 + bx + c$ se situe sur l'axe des x ou au-dessus. La solution peut être trouvée graphiquement ou algébriquement. Les élèves comprendront peut-être mieux la méthode algébrique, cependant, si elle est utilisée en conjonction avec le graphique. Peu importe la technique utilisée, ils devront être capables de résoudre des équations quadratiques.

Une des stratégies de résolution des inégalités quadratiques fait appel aux racines et à des points d'essai. Pour résoudre une inégalité comme $x^2 + 2x - 3 < 0$, les élèves devront d'abord déterminer les racines de l'équation quadratique $x^2 + 2x - 3 = 0$.



En associant le diagramme de signes à l'axe des abscisses du graphique, les élèves se serviront de points d'essai pour déterminer si la fonction est positive ou négative. Ils devraient se rendre compte que les racines -3 et 1 ne sont pas incluses dans la solution. Les élèves peuvent écrire l'ensemble solution selon la notation des ensembles $\{x / -3 < x < 1, x \in \mathbb{R}\}$ ou selon la notation des intervalles (-3, 1).

Les élèves résoudront des problèmes d'inégalités quadratiques à une variable. Ces problèmes seront comparables à la résolution d'équations quadratiques, mais comporteront une contrainte maximale ou minimale. Les élèves devraient interpréter leur solution dans le contexte du problème.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

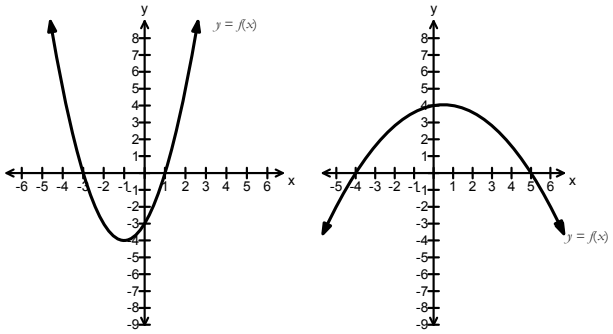
Papier et crayon

- Demander aux élèves d'effectuer les exercices suivants :

  (i) Étant donné A = x^2 - 7 et B = -4x + 5, pour quelles valeurs de x est de A < B?

  (RF8.1)

  (ii) À partir des graphiques ci-dessous, donner les valeurs de x pour lesquelles $f(x) > 0$.



  (RF8.1)

  (iii) Lorsqu'un projectile est tiré en l'air, sa hauteur, h, en mètres, t secondes plus tard correspond à h = 11t - 3t^2. Pendant quelle période le projectile sera-t-il à au moins 6 mètres du sol?

  (RF8.2, RF8.3)

  (iv) Lorsqu'une balle de baseball est frappée, sa hauteur, h(t), au moment t correspond à l'équation h(t) = -16t^2 + 64t + 4. Sur quel intervalle de temps la balle sera-t-elle à au moins 52 pieds de hauteur?

  (RF8.2, RF8.3)

  (v) La superficie S d'un cylindre de rayon r correspond à A = 2r^2 - 5r. Quels rayons donneraient une superficie supérieure à 12 cm^2?

  (RF8.2, RF8.3)

Journal

- Un ami vous demande d'expliquer quelle est la différence entre résoudre $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x^2 - 2x - 3 \geq 0$, et $x^2 - 2x - 3 < 0$. Écrivez une réponse.

  (RF8.1, RF8.2)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

9.2 Les inéquations quadratiques à une variable

MÉ: pp.476-487
GE: pp.324-329
FR: 9-3, 9-5

Relations et fonctions

Résultats d'apprentissage spécifiques

L'élève doit pouvoir :
RF7 Suite ...

Indicateurs de rendement :

RF7.5 *Expliquer, à l'aide d'exemples, comment des points d'essai peuvent être utilisés pour déterminer la région qui satisfait une inégalité.*

RF7.6 *Expliquer, à l'aide d'exemples, quand une ligne continue ou pointillée devrait être utilisée dans la solution à une inégalité.*

RF7.7 *Esquisser, avec ou sans l'aide de la technologie, le graphique d'une inégalité linéaire ou quadratique.*

RF7.8 *Résoudre un problème comportant une inégalité linéaire ou quadratique.*

Élaborations—Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Les stratégies utilisées pour dessiner le graphique des inégalités linéaires à deux variables seront maintenant appliquées aux inégalités quadratiques à deux variables. Pour résoudre les inégalités quadratiques à une variable, les élèves devaient trouver l'ensemble des valeurs de x satisfaisant une inégalité donnée. Pour résoudre une inégalité quadratique à deux variables, les élèves devront trouver, graphiquement, toutes les paires de coordonnées (x, y) qui satisfont l'inégalité.

Le graphique d'une fonction quadratique sépare le plan cartésien en deux régions, dont l'une correspond à l'ensemble solution de l'inégalité. Les élèves traceront le graphique de la fonction associée à l'inégalité et utiliseront des points d'essai pour déterminer la région à ombrer. Ils devraient se demander s'il faut dessiner le graphique avec une courbe continue ou pointillée.

Les élèves écriront aussi une inégalité à partir d'un graphique, étant donné la fonction de la ligne de partage. Assurez-vous que les élèves savent déterminer si la parabole est continue ou pointillée. Demandez leur de déterminer l'inégalité à l'aide de points d'essai.

RAG : Développer le raisonnement algébrique et numérique à l'aide de l'étude des relations.

Stratégies d'évaluation

Papier et crayon

- Demander aux élèves de dessiner un croquis de la région solution pour chacune des inégalités suivantes :
  (i) $y \geq x^2 + 2x - 3$
  (ii) $y < -2(x-1)^2 + 4$
  (iii) $y < \frac{1}{3}(x-3)(x+3)$

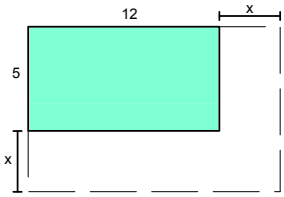
  (RF7.7)

- Donner un certain nombre d'inégalités linéaires et quadratiques aux élèves, comme
  (i) $2x - 3y < 7$
  (ii) $-x + 4y \geq -6$
  (iii) $y > -2(x+1)^2 - 4$
  (iv) $y \leq -x^2 + 1$

  Donner une liste de cinq points aux élèves. Leur demander de déterminer, en groupes, si la solution d'une ou de plusieurs des inégalités comprend chacun des points.

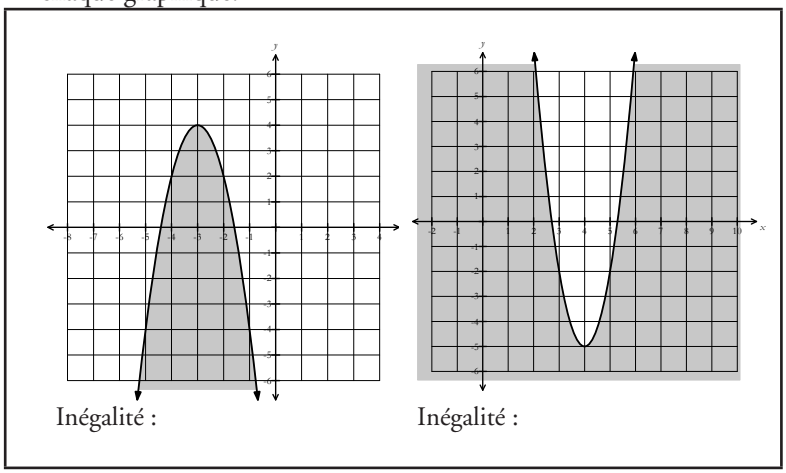
  (RF7.1, RF7.5)

- La base d'un conteneur rectangulaire mesure présentement 12 m sur 5 m. La base est agrandie de la même distance en largeur et en longueur, de sorte que son aire soit plus que doublée. Demander aux élèves de quelle distance la longueur et la largeur doivent être agrandies pour donner l'aire désirée.



(RF7.8)

- Demander aux élèves de déterminer l'inégalité correspondant à chaque graphique.



(RF7.6)

Ressources/Notes

Ressource autorisée

Mathématiques pré-calcul 11

9.3 Les inéquations quadratiques à deux variables

MÉ: pp.488-500
GE: pp.330-336
FR: 9-3, 9-6

RÉFÉRENCES

American Association for the Advancement of Science [AAAS–Benchmarks]. *Benchmarks for Science Literacy.* New York, NY: Oxford University Press, 1993.

Armstrong, Thomas. *7 Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences.* New York, NY: Plume, 1993.

British Columbia Ministry of Education. *The Primary Program: A Framework for Teaching*. Victoria, BC: British Columbia Ministry of Education, 2000.

Brown, Richard and David Robbins. *Advanced Mathematics - A Precalculus Course.* Markham, Ontario: Houghton Mifflin Canada Limited., 1989.

Caine, Renate Nummela and Geoffrey Caine. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development, 1991.

Government of Newfoundland and Labrador. *Foundations for the Atlantic Canada Mathematics Curriculum.* Halifax, NS: Atlantic Provinces Education Foundation.

Government of Newfoundland and Labrador: Department of Education. *Mathematics Grade 10 Interim Edition Curriculum Guide 2011*. Retrieved March 2012 from the World Wide Web: http://www.ed.gov.nl.ca/edu/k12/curriculum/guides/mathematics/index.html.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in Junior High.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.

Hope, Jack A. et al. *Mental Math in the Primary Grades.* Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1988.
Keeley, Page and Cheryl Rose Tobey. *Mathematics Formative Assessment*. Thousand Oaks, California: Corwin, 2011.

Kelly, Brendan. et al. *Addison-Wesley Mathematics 12.* Don Mills, Ontario: Addison-Wesley Publishers Limited., 1991.

McAskill, Bruce. et al. *Pre-Calculus 11*. Toronto, ON: McGraw-Hill Ryerson Limited., 2011.

National Council of Teachers of Mathematics. *Computation, Calculators, and Common Sense: A Position of the National Council of Teachers of Mathematics.* May 2005. http://www.nctm.org/about/pdfs/position/computation.pdf (Accessed February 22, 2007).

Rubenstein, Rheta N. "Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?" *Mathematics Teacher* 94, 6 (September 2001), pp. 442–446.

Shaw, J. M. and M. J. P. Cliatt. "Developing Measurement Sense." In P. R. Trafton (ed.), *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook* (Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989), pp. 149–155.

Small, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K-8.* Toronto, ON: Nelson Education, 2008.

Steen, L. A., ed. *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington, DC: Mathematical Sciences Education Board, National Research Council, 1990.

Travers, Kenneth. et al. *Using Advanced Algebra*. Toronto: Collier Macmillan Canada, Inc., 1985.

Van de Walle, John A. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmemtally*. 4th ed. Boston, MA: Addison Wesley LAyman, INC., 2001.

Western and Northern Canadian Protocol for Collaboration in Basic Education (Kindergarten to Grade 12). *The Common Curriculum Framework for K–9 Mathematics: Western and Northern Canadian Protocol* – May 2006 and *The Common Curriculum Framework for Grades 10–12* – January 2008. Reproduced (and/or adapted) by permission. All rights reserved.

Septembre 2014
ISBN: 978-1-55146-538-8